# 一种基于陨石坑拟合椭圆的着陆器位姿估计算法

高锡珍, 邵巍, 冷君阁, 席莎

(青岛科技大学自动化与电子工程学院,青岛 266042)

摘 要:针对星际着陆自主导航问题,提出一种利用陨石坑边缘曲线估计着陆器位姿的简便算法。该算法首 先利用至少3条陨石坑边缘曲线及其对应的像曲线,建立关于着陆器位姿的几何约束方程;然后由克罗内克积和 最小二乘算法,求取着陆器位置、姿态的解析解。该方法的优点在于,计算过程简单、快速。仿真结果表明,该算法 可以较精确的估计着陆器位姿,鲁棒性好。

关键词:椭圆曲线;自主导航;星际着陆;陨石坑检测;陨石坑匹配
中图分类号: V448.224
文献标识码: A
文章编号: 2095-7777(2015)03-0241-05
DOI:10.15982/j.issn.2095-7777.2015.03.009

### 0 引 言

近年来,随着人类探索太空能力的不断增强,深 空探测已经成为了世界各国航天领域的热点之一。 由于地外天体距离地球较远,导致地面到探测器的 通讯有较长的时间延迟,于是在探测器着陆段,基于 地面的导航方式不再可用,所以探测器的自主导航 技术将变得更加重要<sup>[1]</sup>。

光学自主导航系统具有体积小、能耗低、自主性 好、易于操作的优点,因此国内外专家和学者对自主 光学导航技术进行了大量研究<sup>[2-5]</sup>。这些算法大都 利用提取和匹配的特征点来估计着陆器的位姿,并 结合滤波算法提高结果的精度。但是,一方面,在特 征点数量较多或光照变化较大的情况下,应用上述 方法容易出现误匹配现象,且计算量大,匹配过程复 杂;另一方面,由于特征点的位置信息未知,上述方 法只能被用于估计相对于着陆器上一时刻的位姿。

相对于特征点来说,陨石坑作为月球、火星及小 行星表面常见的地形特征,具有清晰的轮廓,易于识 别和跟踪,是着陆阶段最重要的导航路标之一。为 了在星球探测任务中利用陨石坑的边缘曲线对着陆 器的位置和姿态进行估计,陨石坑的边缘曲线首先 要被提取出来,并与星表数据库的图像进行匹配,得 到陨石坑的位置信息<sup>[6]</sup>。十几年来,陨石坑的边缘 提取与匹配算法在很多星球表面已经得到了成功的 运用<sup>[7]</sup>,例如月球(Moon)<sup>[8]</sup>、火星(Mars)<sup>[9]</sup>、Eros 小天体[10]、火卫一(Phobos)[11]。

因此,本文提出利用陨石坑的边缘二次曲线来 估计着陆器的位姿算法。该算法利用至少3条陨石 坑的边缘曲线及其对应的像曲线,可以唯一地确定 着陆器的位置、姿态。

### 1 陨石坑检测与匹配

首先对导航相机获取的图像进行滤波处理,然 后利用 Cuneyt Akinlar 等提出的算法对不同尺度 下的图像进行边缘提取。该算法比传统的 canny 边 缘提取算法计算速度快 10%,且提取的边缘具有单 像素特性,运算速度快。最后利用最小二乘算法拟 合椭圆并进行平滑处理得到陨石坑边缘曲线的提取 结果,如图 1 所示<sup>[12]</sup>。



图 1 陨石坑检测 Fig. 1 Crater detection

收稿日期:2015-01-18 修回日期:2015-06-22

为了把提取的陨石坑边缘曲线和数据库中的信息进行匹配,本文根据 SIFT 算法特征符的匹配思想,利用最近邻距离比率的方法进行匹配。首先,对不同的曲线描述符在搜索空间中进行层次划分,导出一个索引结构,从而快速寻找到一个给定特征的邻近特征,在欧氏空间中进行快速匹配。该描述符对图像的缩放、旋转、光照变化都具有鲁棒性。陨石坑匹配结果如图 2 所示。



图 2 陨石坑匹配 Fig. 2 Crater matching

从图 2 可以看出,陨石坑图像与基准图像进行 了正确的匹配,为利用陨石坑估计着陆器的位姿奠 定了良好的基础。

### 2 运动约束及位姿估计

#### 2.1 运动约束

如图 3 所示,设导航相机坐标系  $O_{c^{-x}_{c}y_{c}z_{c}}$  与路 标坐标系  $O_{-xyz}$  之间的变换矩阵为  $[\mathbf{R} \ t]$ ,其中  $\mathbf{R}$ 是旋转矩阵,t 是平移向量, $\mathbf{R} = [\mathbf{r}_{1} \ \mathbf{r}_{2} \ \mathbf{r}_{3}]$ ,图像 点的齐次坐标为  $u = [u \ v \ 1]^{T}$ ,物体点在路标坐 标系中的齐次坐标为  $\mathbf{x} = [x \ y \ z \ 1]^{T}$ 。图像点 与物体点坐标之间的变换关系为

 $\lambda u = K \begin{bmatrix} R & t \end{bmatrix} x \tag{1}$ 

式中 λ 为非零常数。

令  $C_1$ , $C_2$  是平面 S 上的两条陨石坑边缘曲线, 其矩阵表示为  $C_1$ , $C_2$ 。不失一般性,假设平面 S 与 路标坐标系中的O-xy 面重合,即 z=0。所以物体



图 3 相机模型和坐标系统 Fig. 3 Camera model and its coordinate system

点在路标坐标系中的齐次坐标可写为 $x = [x \ y \ 1]^{T}$ ,椭圆曲线 $C_i$ 的方程可以表示为

$$\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}_{i}\boldsymbol{x}=0, \quad i=1,2 \tag{2}$$

式中:C;为满秩的3×3对称矩阵,且在相差一个非 常数因子下这种表示唯一。

**定理1.** 一条二次曲线经过投影之后的像曲 线仍然为二次曲线。

证:设相机对平面 S 的作用可以用一个单应性 矩阵 H 来描述,即 u = Hx。二次曲线的方程表示为  $x^{T}Cx = 0$ 。

对任意的  $x \in S$ ,其图像点 u = Hx,所以

$$\boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{H}^{-\mathrm{T}}\boldsymbol{C}\boldsymbol{H}^{-1}\boldsymbol{u}=0 \tag{3}$$

因为 $C_m = H^{-T}CH^{-1}$ 仍为一个 $3 \times 3$ 的对称矩阵,即 它表示图像平面上的一条二次曲线。证毕。

由方程(1)及z=0、K=I得

$$\lambda \boldsymbol{u} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{R} & \boldsymbol{t} \end{bmatrix} \boldsymbol{x} = \boldsymbol{M} \boldsymbol{x} \tag{4}$$

式中: $M = [r_1 \ r_2 \ t]$ 。因为 $r_3 = r_1 \times r_2$ ,  $||r_3|| = ||r_1|| = ||r_2|| = 1$ ,所以矩阵M可逆。本文的目标是 求矩阵M,由矩阵M得到旋转矩阵R、平移向量t, 探测器的方位可以确定。

基于定理1,设 $G_i$ 是陨石坑边缘曲线 $C_i$ 的像曲 线的矩阵表示。对任意的 $x \in C_i$ ,得

$$\boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{G}_{i}\boldsymbol{u}=0\,,\quad i=1,2\tag{5}$$

式中:G<sub>i</sub> 是 3×3 对称矩阵。由方程(4)和(5)得

$$\mathbf{x}^{\mathrm{T}} \mathbf{M}^{\mathrm{T}} \mathbf{G}_{i} \mathbf{M} \mathbf{x} = 0, \quad i = 1, 2$$
 (6)  
与式(2)比较,得

$$\boldsymbol{M}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{G}_{i}\boldsymbol{M} = \delta_{i}\boldsymbol{C}_{i}, \quad i = 1,2$$

式中: $\delta_i$ 是非零常数。因为矩阵  $C_i$ 和 M是可逆矩阵,则矩阵  $G_i$ 也是可逆矩阵,可得

$$\boldsymbol{M}^{\mathrm{T}} = \boldsymbol{\delta}_{i} \boldsymbol{C}_{i} \boldsymbol{M}^{-1} \boldsymbol{G}_{i}^{-1}, \quad i = 1, 2$$
(8)

$$C_1 M^{-1} G_1^{-1} = \delta_{12} C_2 M^{-1} G_2^{-1}$$
 (9)

式中: $\delta_{12} = \sqrt[3]{\frac{\det(\boldsymbol{G}_2^{-1}\boldsymbol{G}_1)}{\det(\boldsymbol{C}_2^{-1}\boldsymbol{C}_1)}}$ 。把矩阵  $\boldsymbol{G}_i$ 和  $\boldsymbol{C}_i$ 归一

化,归一化的矩阵仍用  $G_i$  和  $C_i$  表示,即 det  $(G_i) =$  det  $(C_i) = 1$ 。归一化后方程 (9)可以写为

$$(\boldsymbol{G}_{2}^{-1}\boldsymbol{G}_{1})\boldsymbol{M} = \boldsymbol{M}(\boldsymbol{C}_{2}^{-1}\boldsymbol{C}_{1})$$
(10)  
设  $\boldsymbol{M} = \begin{bmatrix} m_{1} & m_{2} & m_{3} \\ m_{4} & m_{5} & m_{6} \\ m_{7} & m_{8} & m_{6} \end{bmatrix}$ ,把矩阵  $\boldsymbol{M}$  写成向量形

式为 $m = (m_1, \dots, m_9)$ 。利用矩阵的 Kronecker 积,式(10)可写为

$$[(G_2^{-1}G_1) \otimes I - I \otimes (C_2^{-1}C_1)^T] m = 0$$
 (11)  
设二次曲线的条数为 N ≥ 3,式 (11) 改写为

 $[(\boldsymbol{G}_{j}^{-1}\boldsymbol{G}_{i})\otimes\boldsymbol{I}-\boldsymbol{I}\otimes(\boldsymbol{C}_{j}^{-1}\boldsymbol{C}_{i})^{\mathrm{T}}]\boldsymbol{m}=0 \quad (12)$  $\boldsymbol{\mathfrak{K}}\boldsymbol{\oplus}:1 \leq i \leq j \leq N_{\circ}$ 

#### 2.2 位姿估计

由文献[13]可知,当至少有3条陨石坑边缘曲 线时,方程(12)有唯一解。令

$$\boldsymbol{E} = \begin{bmatrix} (\boldsymbol{G}_{2}^{-1}\boldsymbol{G}_{1}) \otimes \boldsymbol{I} - \boldsymbol{I} \otimes (\boldsymbol{C}_{2}^{-1}\boldsymbol{C}_{1})^{\mathrm{T}} \\ (\boldsymbol{G}_{3}^{-1}\boldsymbol{G}_{1}) \otimes \boldsymbol{I} - \boldsymbol{I} \otimes (\boldsymbol{C}_{3}^{-1}\boldsymbol{C}_{1})^{\mathrm{T}} \\ \vdots \\ (\boldsymbol{G}_{N}^{-1}\boldsymbol{G}_{N-1}) \otimes \boldsymbol{I} - \boldsymbol{I} \otimes (\boldsymbol{C}_{N}^{-1}\boldsymbol{C}_{N-1})^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}$$
(13)

方程(12)变为

$$Em = 0 \tag{14}$$

方程(14)为线性超定方程组,最小二乘法解方程(14)得到最小二乘解 *m*\*,所以

$$\boldsymbol{M}^{*} = \begin{bmatrix} m_{1}^{*} & m_{2}^{*} & m_{3}^{*} \\ m_{4}^{*} & m_{5}^{*} & m_{6}^{*} \\ m_{7}^{*} & m_{8}^{*} & m_{9}^{*} \end{bmatrix}$$
(15)

M 与 M<sup>\*</sup>相差一个非零常数,即

$$\boldsymbol{M} = \boldsymbol{\varepsilon} \boldsymbol{M}^* \tag{16}$$

因为
$$\|\mathbf{r}_1\| = \|\mathbf{r}_2\| = 1$$
,可以得到  
 $\mathbf{M}^*$ 

$$\mathbf{M} = \pm \frac{\mathbf{M}}{\sqrt{(m_2^*)^2 + (m_5^*)^2 + (m_8^*)^2}} \quad (17)$$

根据实际情况,方程组的解只有一个是合理的。 因为陨石坑位于着陆器前方,所以可以得到

$$r_{31}x + r_{32}y + t_3 > 0 \tag{18}$$

式中: $x = [x \ y \ 0]^{T}$  是陨石坑边缘曲线上的点,由 此当 $m_{7}^{*}x + m_{8}^{*}y + m_{9}^{*} > 0$ 时,取正号,反之,取负 号;又因 $r_{3} = r_{1} \times r_{2}$ ,求出 $r_{3}$ 。至此,本文求出了旋 转矩阵R和平移向量t,着陆器的方位可以唯一的 确定。

### 3 实验仿真及结果分析

在模拟"勇气号"火星探测器的着陆过程中,利 用4个陨石坑来验证本文算法的精确性和鲁棒性。 如图4所示,当着陆器的高度为2000m时,首先对 陨石坑像曲线的长短轴、中心点添加相同强度的高 斯白噪声,同时对像曲线倾角加入角度噪声。在不 同的条件下,分别独立实验1000次。仿真参数如 表1所示。



图 4 陨石坑像曲线误差 Fig. 4 Error of crater image

#### 表1 仿真参数

Table 1 Simulation parameters

参数名称	参数值	
焦距/mm	14.6	
分辨率/Pixel	$1 024 \times 1 024$	
视场角/(°)	45	
初始姿态角/(°)	5.73, 5.73, 11.46	
初始位置/m	1 500, 1 500, 2 000	
长短轴噪声强度/Pixel	5	
中心点噪声强度/Pixel	5	
倾角噪声强度/(°)	1.25	

在上述仿真条件下,着陆器的位姿误差与陨石 坑大小的关系如图 5~图 6 所示。

从图 5~图 6 中可以看出,着陆器的位姿误差 随着陨石坑的变大而减小。这是因为当陨石坑逐渐 变大时,其像也逐渐变大,因此噪声的影响相对变 小,从而使着陆器的位姿误差逐渐变小。

当着陆器从8 000 m 逐渐降落时(此时隔热罩 与着陆器分离),考虑到实际的匹配误差和陨石坑像 曲线倾角的实际变化,陨石坑像曲线的倾角噪声表 示为

 $\delta \theta = a \sin[(l + \delta l)/b] - a \sin(l/b)$ (19) 式中:l 为固定像素的弧长;  $\delta l$  为噪声; b 为像曲线





对弧长 *l* 添加 10 个像素的噪声,其他噪声强度 及仿真参数不变,着陆器的位姿误差随高度变化如 图 7~图 8 所示。



从图 7~图 8 中可以看出,着陆器的位姿误差



随高度的下降而减小。这是因为着陆器下降过程 中,陨石坑的像逐渐变大,噪声的影响相对变小,从 而使着陆器的位姿误差逐渐变小。在本文的仿真条 件下,若二次曲线匹配误差控制在一定范围内,着陆 器位置估计误差可控制在 100 m 以内,姿态误差在 1°以内。

### 4 结 论

本文提出一种利用陨石坑匹配的二次曲线估计 着陆器位姿的方法,推导了利用3条或3条以上二 次曲线得到着陆器位姿的唯一解析解的过程,并且 通过仿真实验表明这种方法的可行性。但利用陨石 坑提取的二次曲线来估计着陆器位姿也存在一定的 局限性,因为首先需知道二次曲线的位置信息,应用 范围有一定的限制。可进一步研究在二次曲线的绝 对位置坐标未知的情况下,利用相邻帧间的二次曲 线匹配,估计出着陆器的相对位置、姿态。

#### 参考文献

- [1] Toshihiko M, Tatsuaki H, Keiken N. Optical guidance for autonomous landing of spacecraft[J]. IEEE Transaction on Aerospace and Electronic Systems, 1999,35(2):459-473.
- [2] Johnson E A, Mathies H L. Precise image-based motion estimation for autonomous small body exploration[C] // The 5th International Symposium on Artificial Intelligence, Robotics and Automation in Space. [S. 1]: ESTEC, 1999: 627-634.
- [3] Huang X Y, Cui H T, Cui P Y. An autonomous optical navigation and guidance for soft landing on asteroids[J]. Acta Astronaut, 2004,54(10):763-771.
- [4] Li S, Cui P Y, Cui H T. Autonomous navigation and guidance for landing on asteroids[J]. Aerospace Science and Technology, 2006,10(3):239-247.

- [5] Ma H, Xu S. Only feature point line-of-sight relative navigation in asteroid exploration descent stage [J].
   Aerospace Science and Technology, 2014(39):628-638.
- [6] Yu M, Cui H T, Tian Y. A new approach based on crater detection and matching for visual navigation in planetary landing [J]. Advance Space Research, 2014, 53 (12): 1810-1821.
- [7] Machado M, Bandeira L, Pina P. Automatic crater detection in large scale on lunar maria [C] // The 46th Lunar and Planetary Science Conference, Texas: LPI, 2015.
- [8] Wokes D S, Palmer P L. Perspective reconstruction of a spheroid from an image plane ellipse [J]. International Journal of Computer Vision, 2010,90(3):369-379.
- [9] Mu Y, Ding W, Tao D, et al. Biologically inspired model for crater detection [C] // 2011 International Joint Conference on Neural Networks. [S. 1]: IEEE, 2011;2487 - 2494.
- [10] Konopliv A S, Miller J K, Owen W M, et al. A global solution for the gravity field, rotation, landmarks, and ephemeris of eros[J]. Icarus, 2002,160(2):289-299.
- [11] Salamunicar G, Lonari S, Pina P, et al. Integrated method

for crater detection from topography and optical images and the new PH9224GT catalogue of Phobos impact craters [J]. Adv Space Res 2014, 53(12): 1798 - 1809.

- [12] Cheng Y, Ansar A. Landmark based position estimation for pinpoint landing on mars[C] // The 2005 IEEE International Conference on Robotics and Automation. [S. 1]: IEEE, 2005:4470-4475.
- [13] 吴福朝,胡占义.由二次曲线确定摄像机方位的线性算法[J]. 计算机学报,2002,25(11):1157-1164. [WuFC, HuZY. Determining camera pose from corresponding conics[J]. Journal of Computer, 2002,25(11):1157-1164.]

作者简介: 高锡珍(1990—),男,硕士研究生,主要研究方向:深空探测 自主导航。 通信地址:青岛市郑州路 53 号青岛科技大学自动化与电子工 程学院(266042) 电话:(0532)84022684 E-mail:gaoxizhen\_qd@126.com

## An Attitude and Position Determination Algorithm of Lander Based on Craters for Precision Landing

#### GAO Xizhen, SHAO Wei, LENG Junge, XI Sha

(College of Automation & Electronic Engineering, Qingdao University of Science and Technology, Qingdao 266042, China)

Abstract: As for the problem of autonomous optical navigation, this paper presents an easy and high-precision algorithm to estimate the attitude and position of a lander by using at least three extracted marginal elliptic curves of craters. Firstly, the geometric and algebraic constraints between the marginal elliptic curves of craters and its 2D images are derived, then the linear equations about the lander's motion are established by using Kronecker product. With this method, the attitude and position of a lander can be uniquely determined. In particular, the algorithm is easy to use and more flexible because all computations involved in this algorithm are linear matrix operations. The extensive experiments over simulated images and parameters demonstrate the robustness, accuracy and effectiveness of our method.

Key words: elliptic curve; autonomous navigation; planetary landing; crater detection; crater matching

[责任编辑:杨晓燕]