# 曲面磨削表面微观形貌建模方法研究

# 胡 宁 陈海锋

(湖南科技大学智能制造研究院难加工材料高效精密加工湖南省重点实验室,湘潭 411201)

文 摘 针对现有磨削表面微观形貌建模方法仅对某一类特定零件有效,提出了一种适用于空间曲面零件加工的磨削形貌建模方法。基于曲面磨削加工原理,建立砂轮坐标系与曲面零件坐标系之间的齐次变换矩阵,获得磨粒的三维运动轨迹方程。通过提出曲面区域逼近求解算法,建立曲面磨削表面微观形貌预测模型。并以展成法磨削齿轮和磨削轴承内套为例,得到两类实验与仿真结果之间的误差最大为11.338%和18.91%,验证了本文提出的预测模型的有效性与科学性。

关键词 曲面磨削,表面微观形貌,仿真,实验

中图分类号:TG580

DOI: 10.12044/j.issn.1007-2330.2023.04.003

# Modeling Method of Surface Micro-topography of Curved Surface Grinding

# HU Ning CHEN Haifeng

(Hunan Provincial Key Laboratory of High Efficiency and Precision Machining of Difficult-to-Cut Material, Intelligent Manufacturing Institute. Hunan University of Science and Technology, Xiangtan 411201)

**Abstract** Aiming at the fact that the existing ground surface topography modeling method was only effective for a certain type of parts, a modeling method suitable for the processing of space curved parts was proposed. Based on the grinding process principle, the homogeneous transformation matrix between the grinding wheel and the surface part was established, and the three-dimensional equation of the abrasive particles was obtained. By proposing a surface area approximation solution algorithm, a prediction model was established. Taking gears and bearing inner sleeves as examples, the maximum errors obtained are 11.338% and 18.91%, which has verified the validity and scientificity of the prediction model proposed.

**Key words** Curved Surface grinding, Surface micro-topography, Simulation, Experiment

#### 0 引言

磨削作为一种去除材料的机械加工方法,广泛应用于发动机叶片、齿轮等复杂曲面零件的精加工工艺中。表面微观形貌作为反映磨削加工质量的重要指标之一<sup>[1]</sup>,在工程中得到越来越多的重视,为了对磨削后的工件表面微观形貌进行预测,国内外学者在其建模方法方面做了大量的研究。现有的建模方法可分为经验建模方法和理论建模方法<sup>[2-3]</sup>。其中经验建模方法是对大量的实验数据通过计算机进行总结拟合出表面粗糙度与加工工艺参数之间的预测模型。高钦<sup>[4]</sup>利用回归分析方法对磨削后的面齿轮表面粗糙度进行预测,并且验证了所建面齿轮表面形貌回归预测模型的准确性。田凤杰等<sup>[5]</sup>根据砂带磨削叶片后所得的实验数据建立了评价指标拟合回归数学模型,并且该模型可反

映加工参数与叶片表面磨削后粗糙度的关系。与经验建模方法相比,理论建模方法是通过对砂轮上磨粒的运动轨迹映射至工件表面的过程进行数学描述,以获得表面微观形貌的预测模型<sup>[6]</sup>。ZHOU等<sup>[7-8]</sup>利用树脂黏合剂将蜗杆砂轮上的磨粒进行复刻得到砂轮形貌,并根据该砂轮形貌结合蜗杆砂轮与齿轮齿面之间的运动关系,建立了齿面微观形貌的预测模型。CHEN等<sup>[9-10]</sup>通过计算单颗磨粒的切削轨迹,及相邻磨粒轨迹的交点,根据布尔运算,获得齿廓的仿真形貌。梁志强等<sup>[11]</sup>通过研究砂轮形貌的仿真以及螺旋伞齿轮磨削磨粒的运动轨迹,结合干涉轨迹在面坐标系上遗留的坐标值进行伞齿轮理论微观形貌的建模。陈杉杉<sup>[12]</sup>提出一种考虑曲面曲率影响下的磨削加工表面形貌理论模型,该模型是将相邻两砂轮磨粒磨削过程中的残余空隙部

收稿日期:2021-11-05;修回日期:2023-08-19

基金项目:国家自然科学基金项目(51605160);湖南省自然科学基金项目(2020JJ5169)

第一作者简介:胡宁,1996年出生,硕士研究生,主要从事磨削加工表面微观形貌的仿真与研究工作。E-mail:872205940@qq.com

通信作者:陈海锋,1986年出生,博士,副教授,主要从事难加工材料超声振动辅助磨削研究工作。E-mail:chenhf1986@126.com

分进行区域面积和残余高度值的计算,最终得到曲面 形貌建模的一种方法。段练[13]根据磨粒接触半径和磨 削曲面的等参数线之间的弧长得出可计算出磨粒切削 加工曲面工件截面所遗留高度的理论公式,并以此建 立叶片磨削后的仿真形貌。

综上所述,现有的曲面磨削表面微观形貌预测 方法大多针对某一特定曲面零件,对其他类型的曲 面零件适用性较差。因此,根据砂轮上的磨粒在空 间曲面的磨削包络轨迹来建立具有通用性和普适性 的预测模型。本文主要研究复杂曲面零件表面微观 形貌与磨削工艺参数之间的关联规律,在科研生产 中具有重要的工程价值和理论意义。

#### 1 砂轮表面形貌建模

由于砂轮表面是由大量形状复杂且随机分布的 磨粒组成。因此,将磨粒形状假设为不规则多面体, 多面体由球体随机切割而成。

根据文献[14],磨粒最大直径 $dg_{max}$ 、磨粒平均直径 $dg_{max}$ 可表示为:

$$dg_{\text{max}} = 15.2M^{-1}$$

$$dg_{\text{ave}} = 68M^{-1.4}$$

$$\mu = dg_{\text{ave}}$$

$$\sigma = \frac{\left(dg_{\text{max}} - dg_{\text{ave}}\right)}{6}$$
(1)

式中, M为砂轮磨粒的粒径号。

假设磨粒切削刃高度服从高斯正态分布  $(\mu, \sigma^2)$ ,切削刃的露出高度 h 可由分布函数表示如下:

$$P(h) = \frac{A_1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{\left(h - \mu\right)^2}{2\sigma^2} \right]$$
 (2)

式中, $A_1$ 为定量参数,文中该参数的值为1。

砂轮表面相邻磨粒的平均间距可表示为[15]:

$$L = 137.9M^{-1} \sqrt[3]{\frac{\pi}{32 - S}} \tag{3}$$

式中,S为砂轮组织号。

为了保证两两磨粒之间不发生干涉现象,需要设定将两两磨粒间距大于其半径之和,因此对于空间中任意两颗磨粒  $G_{i,j,k}$  和  $G_{l,m,n}$  应满足下列公式要求:

$$\sqrt{\left(G_{i,j,k}^{x} - G_{l,m,n}^{x}\right)^{2} + \left(G_{i,j,k}^{y} - G_{l,m,n}^{y}\right)^{2} + \left(G_{i,j,k}^{z} - G_{l,m,n}^{z}\right)^{2}} > \frac{dg_{i,j,k} + dg_{l,m,n}}{2} \tag{4}$$

式中, $d_{gi,j,k}$ 和  $d_{gl,m,n}$ 分别表示磨粒  $G_{i,j,k}$ 和  $G_{l,m,n}$ 的直径。如不满足上述条件,需将  $G_{l,m,n}$ 重新赋值并计算,最终可得到砂轮磨粒随机分布下的情况如图 1 所示。

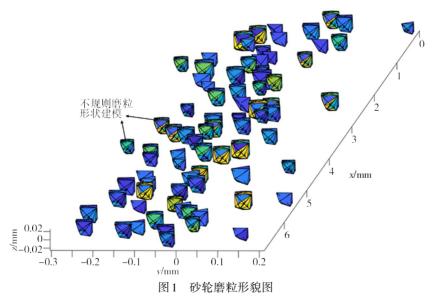


Fig. 1 The morphology of grinding wheel

#### 2 曲面磨削微观形貌建模方法

#### 2.1 任意曲面磨削加工的坐标变换矩阵

空间曲面零件磨削过程如图 2 所示,曲面工件绕 x 轴转动,同时沿 x 正方向做进给运动,与此同时,砂轮随着变化的曲面改变主轴 z 方位并对曲面进行切削运动。 其中  $O_1$  -  $x_1y_1z_1$  为曲面工件中心坐标系,  $O_f$  -  $x_fy_fz_f$  为曲面工件进给坐标系,  $O_2$  -  $x_2y_2z_2$  为砂

轮磨削起始坐标系, $O_2' - x_2'y_2'z_2'$ 为砂轮磨削结束坐标系, $O_2 - x_2y_2z_2'$ 为砂轮与曲面的接触坐标系。

为了得到砂轮表面上的磨粒与工件接触时的变换矩阵,首先根据图 2 中所示位置关系, $O_1 - x_1 y_1 z_1$ 通过绕x轴旋转 $\phi$ 角度,沿x方向上移动距离 s 到达  $O_f - x_f y_f z_f$ ,该 s 表示工件进给距离,上述变换过程的齐次坐标矩阵[16-17]可表示为:

宇航材料工艺 http://www.yhclgy.com 2023年 第4期

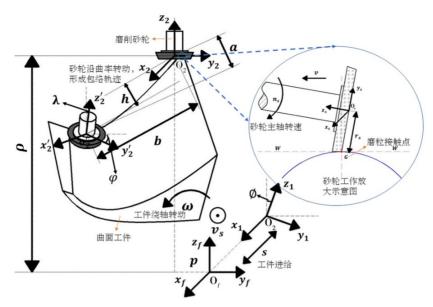


图 2 曲面工件磨削坐标变换原理图

Fig. 2 Grinding coordinate variation of curved workpiece

$$M_{1f} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & s \\ 0 & \cos\phi & -\sin\phi & 0 \\ 0 & \sin\phi & \cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
 (5)

s可表示为:

$$s = v_s t \tag{6}$$

式中, $v_s$ 为曲面工件的进给速度。另外该矩阵中 $\phi$ 表示曲率转角,可将其视为曲面轮廓线上每段微分区域对应角度的总和,但在特定条件下又可认为 $\phi$  =  $\omega t$ ,此处的 $\omega$ 为工件转速。

根据图 2 中所示位置关系, $O_f - x_f y_f z_f$  通过 z 方向上移动距离  $\rho$ ,y 反方向上移动距离 p 到达  $O_2 - x_2 y_2 z_2$ ,对应的变换矩阵为:

$$M_{f2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -p \\ 0 & 0 & 1 & \rho \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
 (7)

该矩阵(7)中的 $\rho$ 可表示工件曲率转动半径,p可由下式进行表达:

$$p = \rho \cdot \phi \tag{8}$$

根据图 2 中所示关系,假设  $O_2 - x_2 y_2 z_2$  与  $O_2' - x_2' y_2' z_2'$  的坐标中心处在同水平面上,仅砂轮主轴 z 的 朝向发生改变,得到  $O_2 - x_2 y_2 z_2$  将  $x O_2$  平面和  $x O_2$  平面旋转角度  $\varphi$  和  $\lambda$  变换到达  $O_2' - x_2' y_2' z_2'$ 。因此,可得到对应矩阵(9):

$$M_{22'} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

宇航材料工艺 http://www.yhclgy.com 2023年 第4期

$$\begin{bmatrix} \cos \lambda & 0 & -\sin \lambda & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin \lambda & 0 & \cos \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi \cos \lambda & -\sin \varphi & -\cos \varphi \sin \lambda & 0 \\ \sin \varphi \cos \lambda & \cos \varphi & -\sin \varphi \sin \lambda & 0 \\ \sin \lambda & 0 & \cos \lambda & 0 \end{bmatrix}$$
(9)

当两坐标系存在相对位置偏差,在矩阵(9)的基础上, $O_2 - x_2 y_2 z_2$ 沿z方向移动距离h,y方向上移动距离a,x方向上移动距离b到达 $O_2' - x_2' y_2' z_2'$ ,对应矩阵为(10):

$$M_{22'} = \begin{bmatrix} \cos \varphi \cos \lambda & -\sin \varphi & -\cos \varphi \sin \lambda & b \\ \sin \varphi \cos \lambda & \cos \varphi & -\sin \varphi \sin \lambda & a \\ \sin \lambda & 0 & \cos \lambda & -h \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} (10)$$

同理  $O'_2 - x'_2 y'_2 z'_2$  通过砂轮主轴的转角  $\theta$ , 以及 x, y, z 轴各自对应的方向分别位移  $x_s, y_s, z_s$  到达  $O_s - x_s, y_s, z_s$  坐标系, 其对应矩阵(11)为:

$$M_{2's} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 & x_s \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 & y_s \\ 0 & 0 & 1 & z_s \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(11)

该矩阵(11)中 $\theta$ 为砂轮旋转角度,可由下式进行表示:

$$\theta = n_s t \tag{12}$$

式中,n。为砂轮主轴转速。

假设磨粒 G 位于砂轮上,根据任意曲面的磨削加工原理,将砂轮上的磨粒 G 映射到曲面工件中心坐标系上的变换矩阵可表示为:

$$r_1 = M_{1s}r_s = M_{1f}M_{f2}M_{22'}M_{2's}r_s \tag{13}$$

该公式即可模拟单颗不规则磨粒包络三维轨迹。

## 2.2 单颗磨粒的三维轨迹建模

以单颗磨粒为研究对象,截取磨粒在yOz平面上的轮廓如图 3 所示。图 3 中各点为不规则磨粒仿真截面上的顶点,选取截面中最外侧顶点,将其视为该磨粒的最大截面,其中BAC段为砂轮不规则多面体磨粒的切削工作部分[18]。单颗不规则多面体磨粒在赋值过程中,BAC三点均可由yOz坐标系进行表示,因此通过图 3 展示的部分,可得出角  $\varepsilon$  为:

$$\angle \xi = \arctan \frac{y_B - y_A}{z_B - z_A} \tag{14}$$

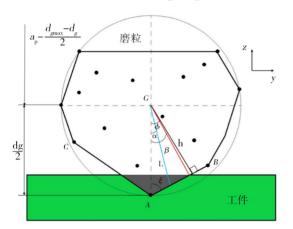


图3 不规则多面体磨粒截面示意图

Fig. 3 The cross section of irregular abrasive particles

设阴影部分为磨粒的切削区域,根据几何关系得到区域内磨粒与工件之间切削接触轨迹的坐标方程组:

$$\begin{cases} x = G_x \\ y = G_y \pm \frac{\frac{d_g}{2} \sin \xi \sin \beta}{\sin(\xi + \beta)} \end{cases}$$

$$z = G_z - \frac{\frac{d_g}{2} \sin \xi \cos \beta}{\sin(\xi + \beta)}$$
(15)

式中, $G_{x,y,z}$ 为该磨粒的坐标值, $d_g$ 为不规则多面体磨粒的外接球直径, $\beta$ 为切削区域的最大阈值角度。

在实际磨削对刀时,是以砂轮是否产生切削火 花为基准再以预定的切削深度进给<sup>[2]</sup>,因此实际切削 深度可表示为:

$$a_e = a_p - \frac{\left(d_{g \max} - d_{gij,k}\right)}{2} \tag{16}$$

式中, $d_{gmax}$ 为不规则多面体磨粒的外接球最大直径, $a_p$ 为理论切削深度。为将切削深度考虑到单颗磨粒截面坐标方程组中,根据图 3 中的位置关系,将坐标系中心定义在磨粒中心以上距离处,该距离数值为

实际切削深度高度值 $a_e$ 。因此将式(16)与式(15)联立可得:

$$z = G_{x}$$

$$y = G_{y} \pm \frac{\frac{d_{g}}{2} \sin \xi \sin \beta}{\sin(\xi + \beta)}$$

$$z = G_{z} - a_{p} + \frac{\left(d_{g \max} - d_{g}\right)}{2} - \frac{\frac{d_{g}}{2} \sin \xi \cos \beta}{\sin(\xi + \beta)}$$
(17)

利用齐次坐标矩阵表达出单颗磨粒G的工作截面状态,得到矩阵(18)。

$$r_{s} = \begin{bmatrix} G_{x} \\ G_{y} \pm \frac{d_{g} \sin \xi \sin \beta}{\sin(\xi + \beta)} \\ G_{z} - a_{p} + \frac{d_{g \max} - d_{g}}{2} - \frac{d_{g} \sin \xi \cos \beta}{\sin(\xi + \beta)} \end{bmatrix}$$
(18)

将式(18)代入公式(13),可得到关于磨粒 G 在 曲面运动的三维轨迹方程组。对于任意空间曲面的 磨削,只需根据磨削加工过程中,砂轮与工件坐标系 的相对位置关系,对转换矩阵进行修改即可得到适用于该磨削方式下的三维轨迹方程组。

#### 2.3 曲面磨削表面微观形貌建模方法

为了建立曲面磨削微观形貌,提出一种曲面区 域逼近求解算法,其中算法的实现如图4所示:(1)首 先根据图2所示的曲面磨削齐次坐标变换矩阵得出 单颗磨粒的三维切削轨迹方程,将已知参数代入方 程中得到每颗磨粒切削轨迹对应在曲面上的映射 值;(2)根据曲面磨削的实际情况,将曲面工件的运 动转角进行等分,并生成求解区域,又由于在进行角 度划分过程中会可能出现相邻两区域中心点之间的 距离不一,为保证精度,需设置一个最大精度;(3)考 虑到砂轮上磨粒众多且分布不均,将每颗磨粒的轨 迹映射到曲面上的指定区域中,会导致计算量巨大, 因此选取每个区域坐标点(gx,gy)为中心点,设置一 个搜索范围,仅将搜索范围内的磨粒映射值进行保 存;(4)计算每个划分区域中心点对应的曲率角度, 将该角度纳入匹配磨粒映射值在区域内法线方向上 的遗留高度值的考量中;(5)按上述方法,依次计算 所有区域匹配下的磨粒切削工件表面的残余高度 值,然后选取这些高度值中最小的值作为该区域的 高度值;(6)然后将这些最小值连接形成曲面工件的 最终磨削形貌。综上所述可得关于曲面磨削形貌的 仿真算法流程见图5。

宇航材料工艺 http://www.yhclgy.com 2023年 第4期

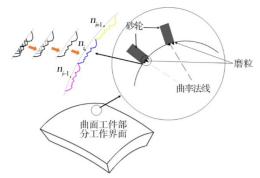


图4 曲面磨削表面微观形貌实现示意图

Fig. 4 Realization diagram of curved surface grinding profile

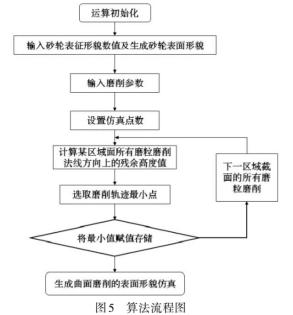


Fig. 5 Algorithm flow chart

#### 3 曲面磨削微观形貌建模方法应用与试验验证

#### 3.1 曲面磨削微观形貌建模方法应用实例一

以齿轮展成法磨削为例,其磨削的工作原理如图6所示<sup>[19-20]</sup>,齿轮以x轴为旋转中心,逆时针与砂轮工作面做啮合运动,其中图6中虚线部分为蜗杆砂轮

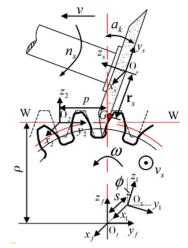


图 6 齿轮展成法磨削坐标系变换示意图[10]

Fig. 6 Gear generation method grinding coordinate system transformation  $^{[10]}$ 

的齿形截面,砂轮工作面始终与齿面相切,又由于齿轮的端面齿廓为渐开线状,将渐开线基圆进行等角度微分,得到砂轮沿渐开线磨削的转角 $\phi_i$ 。根据上文提出的曲面磨削微观形貌的仿真方法,可知齿轮中心坐标系 $O_1 - x_1y_1z_1$ 通过齿轮的转角和x方向上的进给到达齿轮进给坐标系 $O_f - x_fy_fz_f$ ,并计算渐开线方程为:

$$\begin{cases} y = \rho \left( \sin \phi_i - \phi_i \cos \phi_i \right) \\ z = \rho \left( \cos \phi_i + \phi_i \sin \phi_i \right) \end{cases}$$
(19)

式中, $\rho$ 为基圆半径。因为在磨削过程中, $O_2 - x_2y_2z_2$ 和  $O_2' - x_2'y_2'z_2'$ 之间无位置偏移和角度的旋转,因此  $M_{22'}$ 为齐次单位矩阵,而  $M_{1/}$ ,  $M_{/2}$ 和  $M_{2/}$ 均为前文提到的矩阵。结合图 6 齿轮展成法磨削运动关系原理以及相关参数代人式(21)可得关于砂轮不规则单颗磨粒相对于齿轮齿面磨削的三维轨迹方程组:

$$y = G_{x} \cos(n_{s}t) - \sin(n_{s}t) \cdot \left[G_{y} \pm \frac{\frac{d_{g}}{2} \sin \xi \sin \beta}{\sin(\xi + \beta)}\right] + x_{s} + v_{s}t$$

$$y = G_{x} \sin(n_{s}t) \cos \phi_{i} + \left[G_{y} \pm \frac{\frac{d_{g}}{2} \sin \xi \sin \beta}{\sin(\xi + \beta)}\right] \cdot \cos(n_{s}t) \cos \phi_{i} - \left[G_{z} - a_{p} + \frac{d_{g \max} - d_{g}}{2} - \frac{0.5 \times d_{g} \sin \xi \cos \beta}{\sin(\xi + \beta)}\right] \cdot \sin \phi_{i} + y_{s} \cos \phi_{i} - z_{s} \sin \phi_{i} - p \cos \phi_{i} - \rho \sin \phi_{i}$$

$$z = G_{x} \sin(n_{s}t) \sin \phi_{i} + \left[G_{y} \pm \frac{\frac{d_{g}}{2} \sin \xi \sin \beta}{\sin(\xi + \beta)}\right] \cdot \cos(n_{s}t) \sin \phi_{i} + \left[G_{z} - a_{p} + \frac{d_{g \max} - d_{g}}{2} - \frac{0.5 \times d_{g} \sin \xi \cos \beta}{\sin(\xi + \beta)}\right] \cdot \cos \phi_{i} + y_{s} \sin \phi_{i} + z_{s} \cos \phi_{i} - p \sin \phi_{i} + \rho \cos \phi_{i}$$

$$\left[G_{z} - a_{p} + \frac{d_{g \max} - d_{g}}{2} - \frac{0.5 \times d_{g} \sin \xi \cos \beta}{\sin(\xi + \beta)}\right] \cdot \cos \phi_{i} + y_{s} \sin \phi_{i} + z_{s} \cos \phi_{i} - p \sin \phi_{i} + \rho \cos \phi_{i}$$

以三维轨迹方程组(20)计算后的z值为依据,通过本文提出的曲面区域逼近求解算法,可将齿轮展成法磨削形貌表达出来。

为了验证本文所建立的曲面微观形貌预测模型的有效性,采用蝶形砂轮对渗碳淬火硬化处理后的20CrMnTi齿轮进行磨削实验,齿轮毛坯件和砂轮的参数如表1中所示。实验结束后,用白光干涉仪(Wyko NT9100)测量实验齿轮进行表面微观形貌以及粗糙度。

采用与实验相同的工艺参数进行仿真,得到仿真 形貌如图7所示,所建齿轮渐开线齿廓形貌图与文献[10] 中的仿真形貌基本一致。不同砂轮转速及不同进给速 度下表面粗糙度的实验与仿真结果对比如图8、图9所 示,随着砂轮转速的提升,砂轮在齿面磨削的次数增多, 在多磨粒作用下,工件表面残余高度趋于稳定,使得表 面加工质量上升;同理随着齿轮进给速度的不断增加, 单位时间内切削磨粒数目减小,使得切削效果降低,从 而提升齿面微观形貌的粗糙度。

通过对比实验与仿真的结果(表2),发现在进给速度较低的情况下,误差最大值为11.338%,产生误差的主要原可能有磨粒切削挤压工件,导致表面材料发生塑性变形;砂轮的修整水平;在低速情况下机床振动也会影响齿面微观形貌仿真粗糙度的准确性。正是这些因素在建模过程中未有考虑,导致了

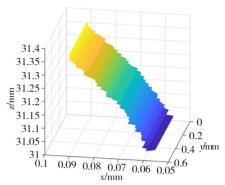


图7 齿面齿廓形貌仿真图

Fig. 7 The simulation profile of tooth surface

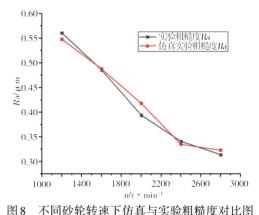


Fig. 8 Simulation and experimental roughness at different grinding wheel speeds

仿真结果与实验结果在某些数据结点存在较大出 人,会对本次广义分析的理论建模产生影响。

### 表1 齿轮展成法磨削实验参数表

Tab. 1 The parameter table of gear grinding experiment

齿轮材料	齿轮模数/mm	齿轮齿数	齿轮压力角	蝶形砂轮型号
20CrMnTi	3	22	80/6	树脂黏合剂80K6V60
砂轮粒径号与组织号	砂轮尺寸/mm	f/mm⋅min <sup>-1</sup>	n/r∙min <sup>-1</sup>	$a_{_{ m p}}/\mu{ m m}$
80/6	350×125×160	100,150,200,250,300	1 200,1 600,2 000,2 400,2 800	20

#### 表 2 关于齿面齿廓形貌仿真与实验粗糙度对比表

Tab. 2 Simulation and experimental roughness of tooth surface

<i>n</i> /r•min <sup>-1</sup>	$a_{_{ m p}}\!/\mu{ m m}$	f/mm⋅min <sup>-1</sup>	实验 <i>Ra</i> /μm	仿真Ra/μm	误差比/%
1 200			0.561	0.548	2.317
1 600			0.486	0.488	0.422
2 000		200	0.394	0.418	6.023
2 400			0.341	0.335	1.793
2 800	20		0.314	0.323	2.738
	20	100	0.332	0.369	11.338
		150	0.357	0.378	5.934
2 000		200	0.394	0.418	6.023
		250	0.431	0.433	0.577
		300	0.441	0.470	6.572

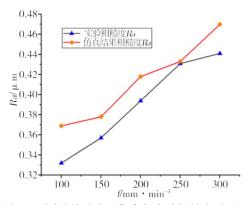


图9 不同进给速度下仿真与实验粗糙度对比图

Fig. 9 Simulation and experimental roughness at different feed rates

# 3.2 曲面磨削微观形貌建模方法应用实例二

以轴承内套磨削为例,其磨削的工作原理如图 10 所示,在 CBN 砂轮工作的过程中,轴承内套与砂轮内切且两者按同方向自转,同时砂轮由机床控制来回进给,在两者相互配合下,生成砂轮磨粒的包络切削轨迹。轴承内套中心坐标系  $O_1 - x_1 y_1 z_1$ 通过自身转动和 x 方向上的进给得到轴承内套进给坐标系  $O_f - x_f y_f z_f$ ,其中转角  $\delta$  表示的是内圆弧转角,内圆弧线方程为:

$$\begin{cases} y = \rho \cos \phi \\ z = -\rho \sin \phi \end{cases}$$
 (21)

由于轴承内套在磨削过程中是以中心轴为基准做自转运动,因此式(21)中的 $\phi$ 可以利用轴承内套角速度 $\omega$ 和时间t对下式进行表达:

$$\phi = \omega t \tag{22}$$

CBN砂轮与轴承内套各自的旋转中心处在同一垂

直面上,因此 $M_p$ 中的y轴移动值为零。并且,在建立仿真过程中将砂轮的进给运动转换到工件上的进给运动,因此 $M_{22'}$ 为齐次单位矩阵。有所不同的是,此次砂轮是以x轴作为旋转主轴,因此需对 $M_p$ 做出修改。

$$M_{2s} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x_s \\ 0 & \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta & -z_s \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
 (23)

根据图 10 及上述原理分析,结合方程组(13)可得关于砂轮不规则单颗磨粒相对于轴承内套磨削的三维轨迹方程组:

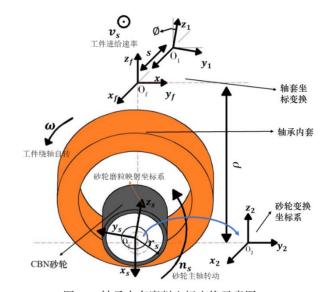


图 10 轴承内套磨削坐标变换示意图

Fig. 10 Coordinate transformation for bearing inner sleeve grinding

$$x = G_x + x_s + v_s t$$

$$y = \left[G_y \pm \frac{\frac{d_g}{2} \sin \xi \sin \beta}{\sin(\xi + \beta)}\right] \cdot \left[\cos(n_s t) \cos(\omega t) + \sin(n_s t) \sin(\omega t)\right] - \left[G_z - a_p + \frac{d_{g \max} - d_g}{2} - \frac{0.5 \times d_g \sin \xi \cos \beta}{\sin(\xi + \beta)}\right] \cdot \left[\cos(n_s t) \sin(\omega t) - \sin(n_s t) \cos(\omega t)\right]$$

$$+ z_s \sin(\omega t) + \rho \sin(\omega t)$$

$$z = \left[G_y \pm \frac{\frac{d_g}{2} \sin \xi \sin \beta}{\sin(\xi + \beta)}\right] \cdot \left[\sin(n_s t) \cos(\omega t) - \cos(n_s t) \sin(\omega t)\right] + \left[G_z - a_p + \frac{d_{g \max} - d_g}{2} - \frac{0.5 \times d_g \sin \xi \cos \beta}{\sin(\xi + \beta)}\right] \cdot \left[\sin(n_s t) \sin(\omega t) + \cos(n_s t) \cos(\omega t)\right]$$

$$- z_s \cos(n_s t) - \rho \cos(n_s t)$$

建立轴承内套实验来验证所建立预测模型的有效性,利用3MZ206DZ-CNC全自动球轴承内圈内孔磨床对GCr15轴承内套进行磨削实验,并利用VHX-500FE超景深三维显微镜、Marsurf M300粗糙度测量

仪对工件表面三维形貌进行测量,其中实验参数如 表3中所示。

采用与实验相同的工艺参数,得到仿真形貌如图11所示。不同工件转速及不同进给速度下表面粗

Tab. 3 Bearing sleeve grinding experiment parameter table

轴承套材料	轴承套尺寸/mm	砂轮类型	砂轮尺寸/mm	砂轮磨粒粒度号以组织号
GCr15轴承钢	48(外径)×35(内径)×14(厚)	树脂黏合剂CBN砂轮	20(直径)×15(宽度)	80/6
$n/r \cdot min^{-1}$	v/m⋅s <sup>-1</sup>	f/mm⋅min <sup>-1</sup>	$a_{ m p}/\mu{ m m}$	磨削环境与方式
400,450,500,550,600,700	32.97 m/s	0.12,0.3,0.6,1.2,3,6	15	干研磨/顺磨

糙度的实验与仿真结果对比如表4所示,与上文中解释原理一致,当机床主轴转速减少或工件进给速率减少时,单位时间内轴承内套表面作用磨粒数量减少,导致曲面光滑程度会明显下降。

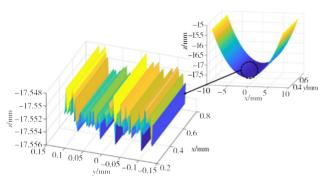


图 11 轴承内套形貌仿真图

Fig. 11 Simulation diagram of bearing inner sleeve appearance

由表4可知,仿真结果与实验结果是比较接近的,误差最大值为18.91%,由此可进一步验证本文所建立的曲面磨削表面微观形貌的建模方法是具有科学性和正确性的。

表 4 关于轴承内套形貌仿真与实验粗糙度对比表
Tab. 4 Comparison table of simulation and experimental roughness of bearing inner sleeve appearance

<i>n</i> /r•min <sup>-1</sup>	f/mm⋅min <sup>-1</sup>	仿真Ra/μm	实验 <i>Ra</i> /μm	误差比/%
	0.12	0.571 7	0.532	7.46
	0.3	0.687 3	0.722	4.81
550	0.6	0.721 5	0.786	8.21
550	1.2	0.753 4	0.826	8.79
	3	0.884 7	1.091	18.91
	6	1.535 5	1.866	17.71
400		0.544 1	0.532	2.27
450		0.604 5	0.684	11.62
500	1.2	0.673 2	0.722	6.76
550	1.2	0.753 4	0.826	8.79
600		0.851 0	0.862	1.33
700		0.972 8	1.114	12.68

注:a<sub>p</sub>为15 μm, v为32.97 m/s<sub>o</sub>

#### 4 结论

- (1)基于曲面磨削加工原理,建立砂轮坐标系与 曲面零件坐标系之间的齐次变换矩阵,获得磨粒的 三维运动轨迹方程,通过提出曲面区域逼近求解算 法,解决加工过程中多颗磨粒轨迹相互交叉干涉的 问题,建立一种适用于任意曲面磨削的表面微观形 貌预测模型。
- (2)以齿轮展成法磨削和轴承内套磨削为例,对所提出的曲面磨削工件表面微观形貌的建模方法进行验证。针对不同实验下,对比了各自正交实验参数下的仿真结果与实验结果的表面粗糙度值。结果表明,两类实验对象的表面粗糙度的最大误差分别为11.338%和18.91%,验证了仿真模型的通用性与有效性。
- (3)该模型的建立可应用到研究空间曲面工件, 如齿轮、凸轮轴等零件的表面磨削上,更加直观地反 映曲面零件表面粗糙度与加工工艺参数之间的关联 规律。

# 参考文献

[1] 邓振杰. 自由曲面的四轴磨削与铣削工艺设计及实验研究[D]. 广州:华南理工大学, 2017.

DENG Z J. Study on four-axis grinding and milling process design and experimental research of free-form surfaces [D]. Guangzhou: South China University of Technology, 2017.

[2] 陈海锋,唐进元,邓朝晖,等.考虑耕犁的超声磨削表面微观形貌建模与预测[J].机械工程学报,2018,54(21):231-240.

CHEN H F, TANG J Y, DENG Z H, et al. Modeling and predicting surface topography of the ultrasonic assisted grinding process considering ploughing action [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2018, 54(21):231-240

- [3] 谷倩微,邓朝晖,吕黎曙,等. 磨削表面形貌建模研究进展[J]. 宇航材料工艺,2021,51(2):1-10.
- GU Q W, DENG Z H, LYU L S, et al. Research progress of grinding surface topography modeling [J]. Aerospace Materials & Technology, 2021, 51(2):1-10.
- [4] 高钦. 碟形砂轮磨削面齿轮的齿面粗糙度研究[D]. 株洲:湖南工业大学, 2016.
- GAO Q. Research on the roughness of grinding face gear with disc wheel [D]. Zhuzhou: Hunan University of Technology, 2016.

宇航材料工艺 http://www.yhclgy.com 2023年 第4期

- [5] 田凤杰,司大胜,李论. 砂带磨削加工表面粗糙度预测与验证[J]. 工具技术,2021,55(4):96-100.
- TIAN F J, SI D S, LI L. Surface roughness prediction and verification of abrasive belt grinding [J]. Tool Technology, 2021, 55(4):96–100.
- [6] 赵瑞莎,邓朝晖,刘伟,等. 单颗磨粒磨削实验及其数值模拟的研究进展[J]. 宇航材料工艺,2020,50(5):1-7.
- ZHAO R S, DENG Z H, LIU W, et al. Progress of experiments and numerical simulations in single-abrasive grinding process [J]. Aerospace Materials & Technology, 2020, 50(5):1-7.
- [7] ZHOU W, TANG J, CHEN H, et al. Modeling of tooth surface topography in continuous generating grinding based on measured topography of grinding worm [J]. Mechanism and Machine Theory, 2019, 131: 189-203.
- [8] ZHOU W, TANG J, SHAO W. Study on surface generation mechanism and roughness distribution in gear profile grinding [J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2020, 187: 105921.
- [9] CHEN H, TANG J, ZHOU W. Modeling and predicting of surface roughness for generating grinding gear[J]. Journal of Materials Processing Technology, 2013, 213 (5): 717-721.
- [10] CHEN H, TANG J, ZHOU W, et al. The equal theoretical surface roughness grinding method for gear generating grinding [J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2017, 90(9): 3137-3146.
- [11] 梁志强, 黄迪青, 周天丰, 等. 螺旋伞齿轮磨削表面形貌仿真与试验研究[J]. 机械工程学报, 2020, 55(3): 191-198.
- LIANG Z Q, HUANG D Q, ZHOU T F, et al. Simulation and experimental research on grinding surface topography of spiral bevel gear[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2020, 55(3): 191-198.
- [12] 陈杉杉. 平行法磨削加工表面微波纹形成的理论 建模与实验研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学,2019.
- CHEN S S. Theoretical modeling and experimental investigation of surface micro-waviness generation in parallel

- grinding [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2019.
- [13] 段练. 高温合金叶片机器人砂带磨削关键技术以及表面完整性研究[D]. 重庆:重庆大学,2019.
- DUAN L. Research on key technology and surface integrity of superalloy blade robotic belt grinding [D]. Chongqing: Chongqing University, 2019.
- [14] WANG S, LI C, ZHANG D, et al. Modeling the operation of a common grinding wheel with nanoparticle jet flow minimal quantity lubrication [J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2014, 74(5): 835-850.
- [15] ZHOU W, TANG J, CHEN H, et al. A comprehensive investigation of surface generation and material removal characteristics in ultrasonic vibration assisted grinding [J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2019, 156: 14–30.
- [16] 孔祥晗. 螺旋锥齿轮数控磨削齿面微观形貌建模与分析[D]. 株洲:湖南工业大学,2013.
- KONG X H. Modeling and analysis on the morphology of NC grinding tooth surface of spiral bevel gear [D]. Zhuzhou: Hunan University of Technology, 2013.
- [17] 郑刚. 复杂曲面非球头刀宽行铣削加工的几何学原理与方法[D]. 上海:上海交通大学, 2012.
- ZHENG G. On geometry principle and methods for non-ball-end milling of complex surfaces with large machining strip width [D]. Shanghai; Shanghai Jiao Tong University, 2012.
- [18] ZHOU W, TANG J, CHEN H, et al. A comprehensive investigation of plowing and grain-workpiece micro interactions on 3D ground surface topography [J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2018, 144: 639-653.
- [19] JIANG J L, GE P Q, BI W B, et al. 2D/3D ground surface topography modeling considering dressing and wear effects in grinding process [J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2013, 74:29–40.
- [20] BÖTTGER Jonas, KIMME Simon, DROSSEL Welf-Guntram. Characterization of vibration in continuous generating grinding and resulting influence on tooth flank topography and gear excitation[J]. Procedia CIRP, 2021, 99:208–213.