

航空发动机涡轮叶片径向变形的概率分析

费成巍, 白广忱

(北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100191)



费成巍(1983),男,在读博士研究生,研究方向为航空发动机结构可靠性优化设计与振动故障诊断技术分析。

基金项目:国家自然科学基金(51175017)

资助

收稿日期:2011-08-12

摘要:为描述航空发动机涡轮叶片径向位移的变化规律,改善叶尖间隙设计和控制的合理性,考虑多种随机变量,融合有限元和响应面方法进行了叶片径向变形的概率分析。通过对涡轮叶片在典型载荷下的热分析和结构分析,计算出叶片变形随时间的变化规律,并找出最大位移点作为概率分析的计算点;在计算点处考虑热载荷和离心载荷作用,结合响应面拟合蒙特卡洛法计算出了危险点处的叶片径向变形的分布概率和符合设计要求的可靠度,并分析了影响间隙量的随机因素的灵敏度。结果表明:叶片径向变形量和安全变形概率基本符合设计要求;影响叶片径向位移变化的主要因素是温度、转速和质量。

关键词:涡轮叶片;径向变形;灵敏度;概率分析;响应面法;航空发动机

Probabilistic Analysis of Turbine Blade Radial Deformation for Aeroengine

FEI Cheng-wei, BAI Guang-chen

(School of Jet Propulsion, Beihang University, Beijing 100191, China)

Abstract: To describe the changing rule of turbine blade radial deformation during aeroengine operation, and improve reasonability of blade-tip clearance design and control, the probabilistic analysis of blade radial deformation was analyzed based on finite element and response surface method considering many random variables. Through thermal and structural analysis under the typical loads, the changing rules of blade deformation with time were calculated, as well as the maximal deformation points were regarded as the probabilistic analysis points. With the effect of thermal loads and mechanical loads, it was available to calculate the distribution probabilistic and allowable reliability of blade radial deformation, and sensitivity analysis of random variables influencing blade radial deformation were completed by fusing response surface and Monte Carlo method. The results show that blade radial deformation and safety deformation probabilistic basically meets the design requirement, the main factors influencing blade radial deformation are temperature, speed and quality.

Key words: turbine blade; radial deformation; sensitivity; probabilistic analysis; response surface method; aeroengine

0 引言

在航空发动机工作时,叶片的径向位移严重影响了叶尖间隙,同时也影响着发动机的性能、效率和安全,因此,研究叶片径向变形对叶尖间隙设计与控制具有重要意义。在发动机工作循环过程中,叶片径向位移受机械和热载荷等诸多因素的影响,并随工作状态的不同而变化,所以选择合理的叶片位移分析方法至关重要,也是研制高性能和高可靠性发动机最主要的关键技术之一^[1-2]。目前,国内外对叶片变形以及叶尖间隙的研究^[3-6]均忽略了影响叶片变形等因素的随

机性,具有很大的盲目性。因此,考虑多个随机因素,将叶片位移的确定性分析转变为对叶片变形的概率分析势在必行。

本文利用有限元和响应面方法,考虑热载荷和离心载荷作用,合理选取随机变量,对轮盘径向运行变形量的概率进行分析。

1 涡轮盘有限元分析

选取某型发动机第 1 级高压涡轮叶片,对叶片模型进行简化,简化冷却孔与榫头,在 Marc 软件中手动划分 6 面体网格,共生成 1240 个单元和 2000 个节

点,再导入 Ansys 中进行有限元计算。所选叶片材料牌号为 K417。叶片的有限元网格模型如图 1 所示。为了简化问题,在计算中只考虑涡轮叶片本身质量产生的离心载荷以及由于叶片温度分布不均匀而引起热载荷;在构建叶片模型时,简化了榫槽和销钉孔等结构,只考虑燃气对叶片的对流换热,而忽略冷却气的作用。

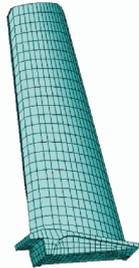


图 1 涡轮叶片有限元模型

在进行热分析和结构分析之前,选取发动机从地面静止到巡航阶段作为计算范围,取 12 个样本点作为计算点^[9],计算载荷数据和载荷谱分别见表 1 和如图 2 所示。然后结合导热系数对其进行热载荷分析,再将热分析换为结构分析,将计算得到的叶片温度场作为温度载荷加入结构分析模型中,在热载荷和机械载荷的耦合作用下进行位移量计算。经计算后得到涡轮叶片随时间的变化规律和在 t=180 s 时的位移量,分别如图 3、4 所示。

表 1 样本点载荷数据

时间 /s	0	10	95	100	130	140
转子转速 / (r/s)	1100	863	863	816	882	995
燃气温度 /℃	283	450	450	630	720	780
时间 /s	150	160	165	200	205	215
转子转速 / (r/s)	1134	1198	1198	1198	1156	1156
燃气温度 /℃	927	984	1200	1200	970	970

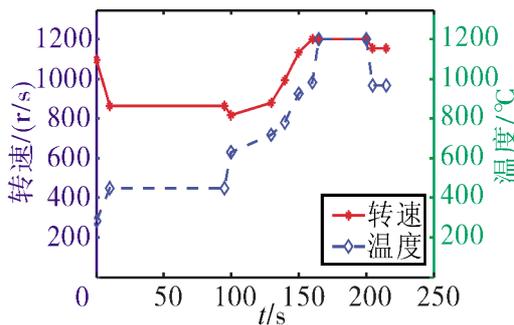


图 2 计算采用的载荷谱

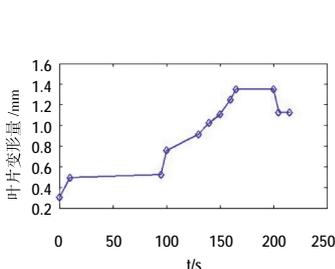


图 3 涡轮叶片径向变形量随时间变化规律

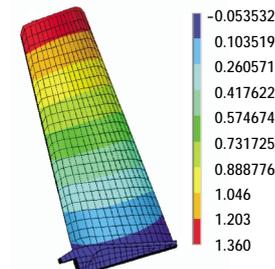


图 4 t=180 s 时的涡轮叶片径向位移量

由计算可以看出:随着温度的升高和转速的加快,使得叶片所承受的热应力和离心力也随之增加。在发动机启动—慢车—起飞爬升这一阶段中,叶片的变形量呈增大趋势,在加速爬升时,叶片位移量达到了最大;在由起飞进入巡航状态时,叶片位移量又有所减小。可见,在飞机加速爬升期间,叶片叶尖变形量达到最大值。故可以选取叶片总变形量最大处作为危险点,可认为是在起飞爬升阶段 t=180 s,即燃气温度最高,转速最大的时候发生,故将此点作为计算点来对叶片的各个随机变量的灵敏度进行分析。

2 概率分析方法

2.1 响应面法

响应面法^[8-9]通过一系列确定试验拟合 1 个响应面来模拟真实极限状态曲面。若用式(1)来描述 Z 与系统随机参数 X=[X₁, X₂, ..., X_r]关系,通过随机抽样得到随机变量的 N 个样本值,再对 N 个样本值计算得到系统响应的 1 组样本值(Z₁, Z₂, ..., Z_s),利用最小二乘法得到该系统函数;用该响应面法代替有限元模型进行失效模式分析,在响应 Z 未知的情况下,用响应面函数代替结构真实的响应精确度高。

$$Z = a + \sum_{i=1}^r b_i X_i + \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r c_{ij} X_i X_j \quad (1)$$

式中:a, b_i, c_{ij} (i=1, ..., r; j=1, ..., r)为待定系数,共 (n+1)²/2 个。

在求待定系数时,本文用矩阵法取每个随机变量的 3 个水平点,采用中心组合法得到中心所在点和边中点作为样本值^[9]。故 x_i 水平点值为

$$\int_{-\infty}^{x_i} f(q) dq = p_n, \quad n=1,2,3 \quad (2)$$

式中:f(q)为变量的概率密度函数;p_n为水平点,令 p₁=0.01, p₂=0.5, p₃=0.99。

若 x_i 服从正态分布,Φ⁻¹(p_n)为标准正态分布函数,其值可查表得到,则

$$x_i = \mu + \sigma \Phi^{-1}(p_n) \quad (3)$$

对参变量的 s 个样本点数值模拟计算,得到 s 个输出点,再用最小二乘法对这些数据进行回归分析,即

$$s = \sum_{i=1}^s [z_i - (a + \sum_{i=1}^r b_i X_i + \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r c_{ij} X_i X_j)]^2 \quad (4)$$

使式(5)为最小,则

$$\begin{cases} \frac{\partial s}{\partial a}=0 \\ \frac{\partial s}{\partial b_i}=0 & i=1,2,\dots,r \\ \frac{\partial s}{\partial c_{ij}}=0 & i=1, z,\dots,r; j=1, z,\dots,r \end{cases} \quad (5)$$

对该式进行求解计算,确定式(1)的估测值和待定系数,进而确定系统的 2 次响应面函数关系式。

2.2 概率计算方法

假定叶片最大允许变形量为 δ , 则叶片位移极限状态函数为

$$h(X)=\delta-z=\delta-a+\sum_{i=1}^r b_i X_i+\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r c_{ij} X_i X_j \quad (6)$$

由上式可知: $h(X)\leq 0$ 为失效模式;反之安全模式。若各随机变量相互独立,其均值和方差矩阵为 $\mu=[\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_r]$, $D=[D_1, D_2, \dots, D_r]$, 则有

$$\begin{aligned} E(X^2) &= E^2(X) + D(X) = \mu^2 + D \\ E(X_i X_j) &= E(X_i)E(X_j) = \mu_i \mu_j \\ D(X^2) &= 4\mu^2 D + 2D \\ D(X_i X_j) &= \mu_i^2 D_j + \mu_j^2 D_i + D_i D_j \end{aligned} \quad (7)$$

$$E[h(X)] = \mu_h(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_r, D_1, D_2, \dots, D_r)$$

$$D[h(X)] = D_h(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_r, D_1, D_2, \dots, D_r)$$

若 $h(X)$ 是正态分布,则可靠性和可靠度为

$$\beta = \frac{\mu_h}{\sqrt{D_h}}; R = \Phi(\beta) \quad (8)$$

$\Phi(\cdot)$ 可用 Monte Carlo 法计算,得到对随机参量的均值矩阵和方差矩阵的可靠性灵敏度为

$$\begin{aligned} \frac{\partial R}{\partial \mu^T} &= \frac{\partial R}{\partial \beta} \left(\frac{\partial \beta}{\partial \mu_h} \frac{\partial \mu_h}{\partial \mu^T} + \frac{\partial \beta}{\partial D_h} \frac{\partial D_h}{\partial \mu^T} \right) \\ \frac{\partial R}{\partial D^T} &= \frac{\partial R}{\partial \beta} \left(\frac{\partial \beta}{\partial \mu_h} \frac{\partial \mu_h}{\partial D^T} + \frac{\partial \beta}{\partial D_h} \frac{\partial D_h}{\partial D^T} \right) \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial R}{\partial \beta} = \Phi(\beta); \frac{\partial \beta}{\partial \mu_h} = \frac{1}{\sqrt{D_h}}; \frac{\partial \beta}{\partial D_h} = -\frac{\mu_h}{2} D_h^{-\frac{3}{2}} \\ \frac{\partial \mu_h}{\partial \mu^T} = \left[\frac{\partial \mu_h}{\partial \mu_1}, \frac{\partial \mu_h}{\partial \mu_2}, \dots, \frac{\partial \mu_h}{\partial \mu_r} \right]^T; \\ \frac{\partial \mu_h}{\partial D^T} = \left[\frac{\partial \mu_h}{\partial D_1}, \frac{\partial \mu_h}{\partial D_2}, \dots, \frac{\partial \mu_h}{\partial D_r} \right]^T \\ \frac{\partial D_h}{\partial \mu^T} = \left[\frac{\partial D_h}{\partial \mu_1}, \frac{\partial D_h}{\partial \mu_2}, \dots, \frac{\partial D_h}{\partial \mu_r} \right]^T; \\ \frac{\partial D_h}{\partial D^T} = \left[\frac{\partial D_h}{\partial D_1}, \frac{\partial D_h}{\partial D_2}, \dots, \frac{\partial D_h}{\partial D_r} \right]^T \end{cases} \quad (10)$$

3 叶片径向变形概率分析

对叶片径向变形的概率进行分析。首先建立叶片径向变形量与随机变量的极限状态方程,考虑各随机变量的影响,确定抽样点在抽样空间的位置,进行一系列确定性拟合试验。试验中利用有限元软件进行轮盘径向变形量的精确求解,然后进行极限方程回归分析,再多次进行拟合试验确定极限状态方程的组成项和系数,最后利用该极限状态方程进行叶片径向变形量的概率分析和灵敏度分析。本文选取危险点处的随机变量见表 2。

表 2 随机变量选取

随机变量	均值 μ	标准差 δ
叶尖温度 $T_1/^\circ\text{C}$	1200	18.0
叶根温度 $T_2/^\circ\text{C}$	540	8.1
转子转速 $\omega/(r/s)$	1156	17.34
材料密度 $\rho/t/m^3$	8.21	0.123

将涡轮叶片的随机变量导入有限元模型中,利用中心组合法和式(2)求得样本点为 79 组。利用这些样本点值,经过多次重复计算,利用响应面法确定极限状态方程的系数。假定设计要求最大叶片径向变形量 $\delta=1.35 \text{ mm}$, 则极限状态方程为

$$h(X) = -7.96 \times 10^{-3} - 1.6405 \times 10^{-4} \omega - 2.608 \times 10^{-4} T_1 - 8.3513 \times 10^{-4} T_2 + 4.5534 \times 10^{-4} \rho - 8.3584 \times 10^{-8} \omega^2 + 3.039 \times 10^{-7} \rho^2 \quad (11)$$

采用 Mento Carlo 法对上式进行 1 万次抽样,得到 $h(X)$ 频率分布,如图 5 所示, $h(X)$ 满足正态分布;其中,在规定条件下的失效数见表 3,由此可见,叶片径向变形量概率数据为: $\mu_h=43.961$, $D_h=794.12$, $\beta=1.56$, $R=0.9275$ 。式(7)计算结果: $\mu_h=43.358$, $D_h=772.48$, 与 Mento Carlo 模拟结果相近。说明在叶片径向变形量设计要求为 1.35 mm 的条件下,可靠度(概率)为 92.75%,符合设计要求。

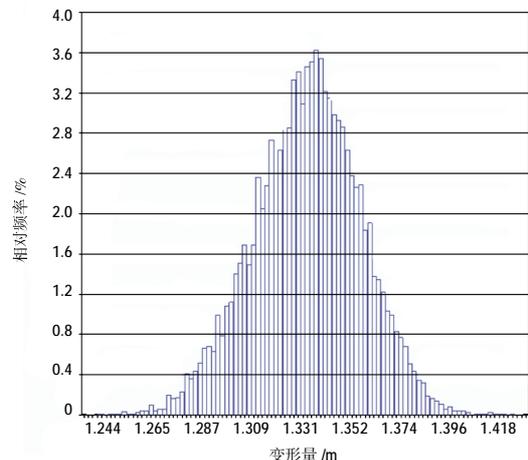


图 5 叶片径向变形量分布

表 3 失效数计算结果

$\delta >$	失效数	$\delta >$	失效数	$\delta >$	失效数
1.39	8	1.33	2746	1.27	9572
1.38	24	1.32	4350	1.26	9865
1.37	88	1.31	5779	1.25	9914
1.36	303	1.30	7041	1.24	9963
1.35	725	1.29	7183	1.23	9972
1.34	1536	1.28	8961	1.22	9988

用 μ_h 和 D_h 分别对矩阵 μ 和 D 求导得到各随机变量的灵敏度,如图 6 所示和见表 4。

从表 4 和图 6 中可见:在随机变量中,叶尖温度 T_1 对叶片径向变形量的影响最大,影响度超过了总变形量的 50%,转子转速 ω 对叶片径向变形量影响也很大,约占 21%;另外,叶片的质量占近 19%;而叶根温度 T_2 对叶片的径向变形量影响较小,约占 10%。总之,温度是涡轮叶片径向变形量的主导因素,转速和叶片质量(密度)影响也比较大,而叶根温度影响比较小。所以,在进行叶尖径向运行间隙设计时,可对叶片的叶尖温度、转子转速和叶片质量进行严格控制。

4 结论

(1)对涡轮叶片热端部件进行了热分析和结构分析,计算出在典型载荷下叶片径向变形量及其随时间的变化规律。

(2)通过对叶片径向变形量概率和随机变量的灵敏度分析可知:在设计要求的叶片径向变形量为 1.35 mm 的条件下,其安全变形概率为 92.75%,基本符合设计要求,并给出了不同设计要求下的失效数;另外,找到了影响叶片径向位移变化的主导因素和主要因素,在实际飞行和测试过程中,预测叶尖径向运行间隙具有一定的指导作用和工程意义。

(3)为了对叶尖径向运行间隙概率进行精确有效分析,在建立精确模型的基础上,应考虑随机过程的影响,以及采用高精度和高效率的响应面方法进行分析。

参考文献:

- [1] Hennecke D K, Trappmann K. Turbine tip clearance control in gas turbine engines[R]. NASA-N-83-29254.
- [2] 漆文凯, 陈伟. 某型航空发动机高压涡轮叶尖间隙数值分析[J]. 南京航空航天大学学报, 2003,35(1):63-67.
- [3] Pilidis P, Maccallum N R L. Models for predicting tip clearance changes in gas turbines[R]. NASA-N-83-29258.
- [4] Lattime S, Steinetz B. Turbine engine clearance control systems: current practices and future directions [R]. AIAA-2002-3790.
- [5] NNSA Glenn Research Center. HPT clearance control [R]. NASA-CR-2005-213970.
- [6] 岂兴明, 朴英, 祝剑虹, 等. 某型航空发动机高压涡轮叶顶间隙三维数值分析[J]. 航空动力学报, 2008, 23(5):904-908.
- [7] 张文健. 军用发动机可靠性研究文献汇编[M]. 北京:中国人民解放军空军装备部, 2002:28-33.
- [8] EEom Y S, Yoo K S, Park J Y. Reliability-based topology optimization using a standard response surface method for three-dimensional structures[J]. Structural and multidisciplinary optimization, 2011,43(2):287-295.
- [9] 李昌, 韩兴. 基于响应面法齿轮啮合传动可靠性灵敏度分析[J]. 航空动力学报, 2011,26(3):711-715.

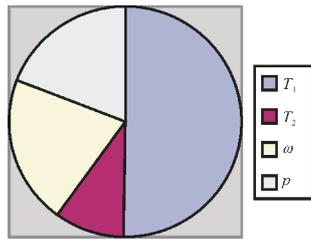


图 6 各部件的随机变量灵敏度分析

表 4 随机变量的灵敏度

变量	T_1	T_2	w	p
灵敏度	0.79	0.15	0.33	0.30