

基于多项式平方和规划的涡扇发动机切换控制

孙昊博, 潘慕绚, 黄金泉

(南京航空航天大学江苏省航空动力系统重点实验室, 南京 210016)

摘要: 针对航空发动机动态特性随飞行状态和飞行条件的变化范围大, 单一控制器很难保证全包线内控制效果的问题, 在航空发动机 LPV 模型基础上提出 1 种平滑过渡的切换控制方法。该方法根据发动机进口条件对飞行包线区域进行划分, 按照多项式平方和规划理论以及平滑过渡切换律求取各子区域的 Lyapunov 函数及 LPV 控制器。在某型涡扇发动机上进行仿真验证, 结果表明: 所设计的切换 LPV 控制器在不同高度、马赫数和转速条件下均具有良好的性能和控制精度, 可以实现平滑切换。

关键词: LPV 模型; 多项式平方和规划; 平滑切换; 鲁棒控制; 航空发动机

中图分类号: V233.7

文献标识码: A

doi: 10.13477/j.cnki.aeroengine.2018.06.006

Switching Control for Turbofan Engine Based on Sum of Squares Programming

SUN Hao-bo, PAN Mu-xuan, HUANG Jin-quan

(Jiangsu Province Key Laboratory of Aerospace Power System, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: In order to solve the problem that the dynamic characteristics of aeroengine varied with the flight state and the flight condition, and the single controller was difficult to guarantee the control effect in full flight envelope, a smooth transition control method was proposed on the basis of the LPV model of the aeroengine. According to the inlet conditions of the engine, this method divided the area of the flight envelope, and the Lyapunov function and the LPV controller of each subregion were obtained according to the polynomial square sum planning theory and the smooth transition switching law. The simulation results on a turbofan engine show that the switched LPV controller had good performance and control precision at different heights, Mahler number and rotate speed conditions, and could achieve smooth switching.

Key words: LPV model; square sum planning; smooth switching; robust control; aeroengine

0 引言

航空发动机是高度复杂的非线性系统, 动态特性随工作状态和飞行条件的变化而不断改变^[1]。为了使航空发动机控制系统在整个飞行包线内满足控制要求, 目前多是在线性控制理论的框架内采用传统变增益方法设计控制器。然而传统的变增益控制要求系统的参数变化必须是缓慢的, 无法满足航空发动机快速变化的动态特征的要求^[2]。针对这一问题, 目前工程上广泛应用线性变参数 (Linear Parameter Varying, LPV) 增益调度方法进行控制器综合^[3]。LPV 变增益控制的控制器增益随调度参数的变化而变化。与传统变增益相比, LPV 变增益控制不要求系统参数变化是缓

慢的。在 LPV 控制器的求解上, 通常将控制器的求解问题转换成线性矩阵不等式 (Linear Matrix Inequality, LMI) 约束下的优化问题, 然后应用工具箱进行求解^[4]。然而对于多项式形式的 LPV 模型, LMI 方法会带来较大保守性。多项式平方和规划 (Sum of Squares Programming, SOS 规划) 作为 1 种处理多项式形式非线性问题的新方法受到广泛关注。该方法由 Jean 首次提出并应用于单个多项式的平方和分解问题^[5]。SOS 规划是对 LMI 方法的补充, 可应用于可行性和优化问题的求解中^[6]。由于 SOS 规划在处理多项式形式非线性问题上的独特性, 越来越多的 LPV 控制器设计问题转化为 SOS 规划问题, 相应的 SOSTOOLS

收稿日期: 2017-12-16

作者简介: 孙昊博 (1993), 男, 在读硕士研究生, 研究方向为航空发动机建模与控制; E-mail: shb186024@163.com。

引用格式: 孙昊博, 潘慕绚, 黄金泉. 基于多项式平方和规划的涡扇发动机切换控制[J]. 航空发动机, 2018, 44(6): 31-37. SUN Haobo, PAN Muxuan, HUANG Jinquan. Switching control for turbofan engine based on sum of squares programming[J]. Aeroengine, 2018, 44(6): 31-37.

也被开发出来,极大地推动了 SOS 规划在控制领域中的应用^[7]。

将 LPV 控制应用于航空发动机全包线控制中,由于在包线内不同点发动机参数差别很大,单一的 LPV 控制器很难保证全包线内的控制效果^[8]。因此,本文将飞行包线进行分区,分别对每个区域设计 LPV 控制器,然后结合切换系统相关理论保证切换时的稳定性。目前,众多学者展开了平滑过渡切换方法的研究。Song 等^[9]设计了 1 种基于平滑过渡切换的 LPV 鲁棒控制器,并将其应用于 F-18 战机中。江未来等^[10]针对机翼后掠角可变飞行器控制问题,通过平滑过渡的方法进行切换 LPV 控制。

本文将平滑过渡切换应用于航空发动机全包线控制中,并通过 SOS 规划方法求解控制器。首先将飞行包线划分为奇数个子区域,分别建立每个子区域的 LPV 模型;然后给出闭环切换 LPV 系统鲁棒稳定的条件并将其转化为便于求解的 SOS 规划问题;最终在某型涡扇发动机上进行仿真验证。

1 航空发动机 LPV 模型

航空发动机非线性模型可以表示为

$$\dot{x}=f(x,u),y=g(x,u) \quad (1)$$

式中: x 为发动机的状态变量; u 为发动机的控制变量; y 为发动机的输出变量。

选取高压转子转速为调度参数,根据非线性模型式(1)建立的发动机 LPV 模型

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A(\theta)x + B(\theta)u \\ y &= C(\theta) \end{aligned} \quad (2)$$

式中: $x=[\Delta n_L \quad \Delta n_H]^T$, Δn_L 、 Δn_H 分别为风扇转速增量和高压转子转速增量; $u=\Delta W_f$,为发动机燃油流量增量; $y=\Delta n_H$,为发动机高压转子转速增量。

$$A(\theta) = \sum_{i=0}^{N_d} A_i \theta^i, B(\theta) = \sum_{i=0}^{N_d} B_i \theta^i, C(\theta) = \sum_{i=0}^{N_d} C_i \theta^i \quad (3)$$

$$\theta = \frac{n_H - (n_H)_{\min}}{(n_H)_{\max} - (n_H)_{\min}} \quad (4)$$

式中: N_d 为多项式阶次; $[(n_H)_{\min} \quad (n_H)_{\max}]$ 为高压转子转速取值范围的最小值和最大值; θ 为调度参数,变化范围为 $[0 \quad 1]$ 。

最终,航空发动机状态变量 LPV 模型可写作

$$\begin{bmatrix} \dot{\Delta n_L} \\ \dot{\Delta n_H} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta n_L \\ \Delta n_H \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} \Delta W_f$$

$$\Delta n_H = [0 \quad 1] \begin{bmatrix} \Delta n_L \\ \Delta n_H \end{bmatrix} \quad (5)$$

由式(2)~(5)可知,LPV 模型的建立主要依据高压转子转速范围内不同稳态点系统矩阵的求解,而建立的 LPV 模型精度主要受多项式阶次 N_d 影响, N_d 越大,LPV 模型精度越高,但同时模型更加复杂,计算难度更大。

本文在保证模型精度满足要求的同时,为了不使计算过于复杂,选取 $N_d=3$,以地面工作点($H=0$ km, $Ma=0$)为例建立 LPV 模型,在高压转子转速变化范围 $(n_H)_{\min}=0.86$ 到 $(n_H)_{\max}=1$ 之间,每隔 $n_H=0.01$ 选取 1 个稳态工作点,稳态点对应的转速及其系统矩阵参数变化如图 1 所示。

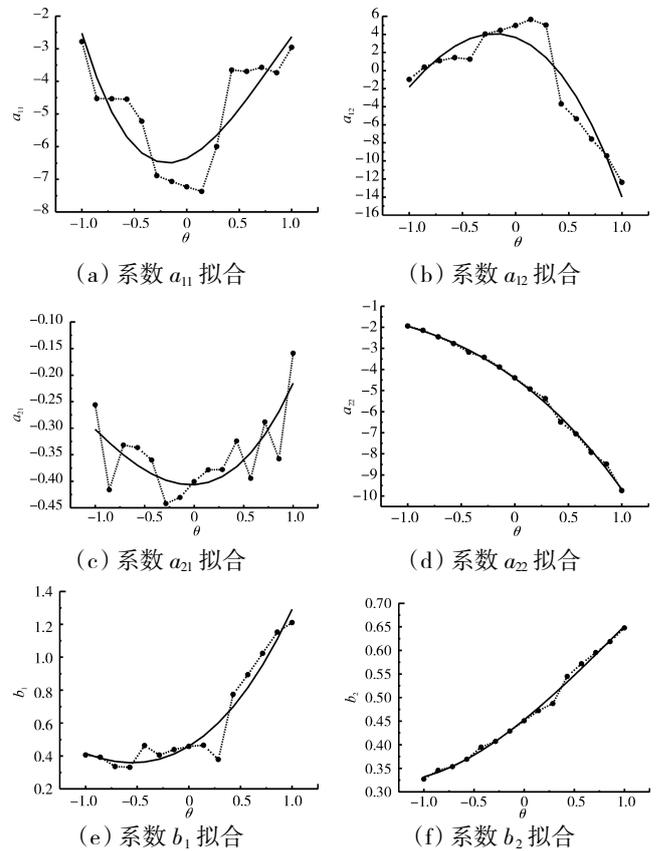


图 1 系统矩阵拟合

从图中可见,矩阵元素 a_{11} 、 a_{12} 、 a_{21} 在转速 $n_H=0.86$ 、 0.90 、 0.95 时发生突变,这是由于发动机非线性部件级模型是依据转速特性图插值获得的,而 $n_H=0.86$ 、 0.90 、 0.95 均为插值端点,因此矩阵元素存在突变。拟合后得到 LPV 模型系统矩阵

$$A(\theta) = \begin{bmatrix} -1.58 & -0.68 \\ 0.03 & 0.55 \end{bmatrix} \theta^3 + \begin{bmatrix} 3.78 & -0.92 \\ 0.15 & 0.36 \end{bmatrix} \theta^2 +$$

$$B(\theta)=\begin{bmatrix} 1.53 & 0.59 \\ 0.01 & -0.87 \end{bmatrix}\theta^3+\begin{bmatrix} 0.39 \\ 0.04 \end{bmatrix}\theta^2+\begin{bmatrix} 0.38 \\ 0.17 \end{bmatrix}\theta+\begin{bmatrix} -0.46 \\ 0.45 \end{bmatrix}$$

$$C(\theta)=[0 \quad 1]$$

为了检验所建立的 LPV 模型精度,分别在($H=0$ km, $Ma=0$)、($H=10$ km, $Ma=1$)2 个工作点任意选取 2 个不同的高压转子转速,将 LPV 模型转化为线性模型,然后将线性模型与同一转速下的非线性模型分别作单位阶跃响应,其对比如图 2、3 所示。

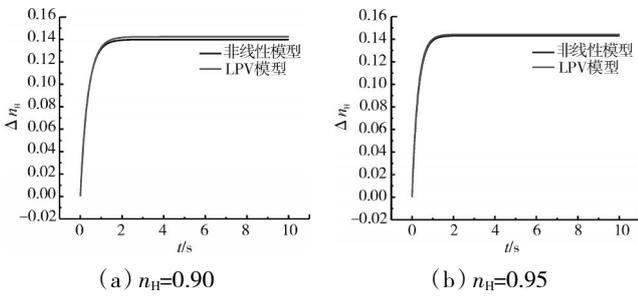


图 2 $H=0$ km、 $Ma=0$ 处 LPV 模型与非线性模型阶跃响应对比

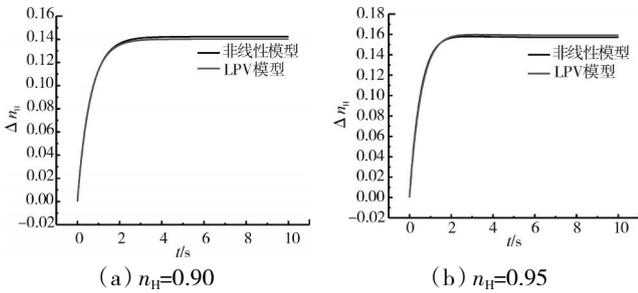


图 3 $H=10$ km、 $Ma=1$ 处 LPV 模型与非线性模型阶跃响应对比

从图中可见,在不同高度、马赫数下 LPV 模型的阶跃响应与非线性模型的阶跃响应的拟合情况良好,稳态误差小于 0.01%,说明设计的 LPV 模型在调度参数变化范围内能够精确地反映非线性模型动态响应的变化规律,因此该 LPV 模型能够满足建模精度要求。

针对上文所建立的 LPV 模型,设计状态反馈控制器,使转速闭环控制系统的高压转子转速可以较快地跟踪指令信号,同时 H_∞ 性能指标小于 γ_∞ 。考虑航空发动机存在外部扰动,则 LPV 系统为

$$\begin{aligned} \dot{x}_p &= A_p(\theta)x_p + B_{p1}(\theta)\omega_p + B_{p2}(\theta)u_p \\ y_p &= A_p(\theta)x_p + B_{p1}(\theta)\omega_p \end{aligned} \quad (6)$$

式中: x_p 、 u_p 、 y_p 含义同式(2)中 x 、 u 、 y ; ω_p 为外部扰动

输入。

设控制指令为 r ,则输出偏差可表示为 $e=r-y_p$,偏差的积分 $x_e=\int e dt$,将偏差的积分增广为状态量以消除系统的稳态误差。得到广义被控对象的状态方程

$$\begin{aligned} \dot{\bar{x}} &= A_1(\theta)\bar{x} + B_1(\theta)\omega + B_2(\theta)u \\ z &= C_1(\theta)\bar{x} + D_{11}(\theta)\omega \end{aligned} \quad (7)$$

$$\text{其中 } \bar{x} = \begin{bmatrix} x_p \\ x_e \end{bmatrix}, u = u_p, z = \begin{bmatrix} x_e \\ e \end{bmatrix}, \omega = \begin{bmatrix} \omega_p \\ r \end{bmatrix},$$

$$A_1(\theta) = \begin{bmatrix} A_p(\theta) & 0 \\ -C_p(\theta) & 0 \end{bmatrix}, B_1(\theta) = \begin{bmatrix} B_{p1}(\theta) & 0 \\ -D_{p1}(\theta) & I \end{bmatrix},$$

$$B_2(\theta) = \begin{bmatrix} B_{p2}(\theta) \\ -D_{p2}(\theta) \end{bmatrix}, C_1(\theta) = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -D_p(\theta) & 0 \end{bmatrix},$$

$$D_{11}(\theta) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -D_{p1}(\theta) & I \end{bmatrix}。$$

针对系统(7),设计状态反馈控制律 $u=K(\theta)x$,可得闭环状态空间方程

$$\begin{aligned} \dot{\bar{x}} &= A_{cl}(\theta)\bar{x} + B_{cl}(\theta)\omega \\ z &= C_{cl}(\theta)\bar{x} + D_{cl}(\theta)\omega \end{aligned} \quad (8)$$

式中: $A_{cl}(\theta)=A_1(\theta)+B_2(\theta)K(\theta)$; $B_{cl}(\theta)=B_1(\theta)$; $C_{cl}(\theta)=C_1(\theta)$; $D_{cl}(\theta)=D_{11}(\theta)$ 。

2 切换 LPV 控制器设计

针对闭环 LPV 系统(8),采用 Lyapunov 函数保证各子系统的稳定性,同时根据 LMI 鲁棒稳定性条件及弱对偶定理将 LPV 控制器求解转换为 SOS 规划问题。

2.1 基于 SOS 规划的控制器设计

弱对偶定理^[11]:考虑如下优化问题

$$f^* = \inf_{x \in X} f(x) \quad (9)$$

令 $L(x,s)=f(x)-\sum_{i=1}^r s_i g_i(x)$, $s=(s_1, \dots, s_r)$,对偶问题可以表述为

$$q^* = \max_{s \geq 0} \left\{ \inf_{x \in X} L(x,s) \right\} \quad (10)$$

式中: X 为 R^n 的 1 个子集; $f(x)$ 、 $g_i(x)$ 为给定的关于 x 的函数,则 $f^* \geq q^*$, f^* 与 q^* 的差值称为对偶间隙。

由弱对偶定理可知,如果存在 $s \geq 0$ 使得 $L(x,s) \geq 0$,则 $f^* \geq q^* \geq 0$ 。通过此定理可以将带约束的矩阵不等式条件转换为 SOS 规划问题,即将 LMI 的矩阵非负定条件转换为 SOS 的条件。

定理 1^[2]: 对于系统(8), 存在 1 个状态反馈 H_∞ 控制器, 给定 H_∞ 性能指标 $\gamma_\infty > 0$ 当且仅当存在 1 个实数对称矩阵 X 和实数矩阵 W , 使得下列不等式

$$\begin{bmatrix} N(\theta) & B_1(\theta) & XC_1^T(\theta) \\ * & -\gamma_\infty I & D_{11}^T(\theta) \\ * & * & -\gamma_\infty I \end{bmatrix} < 0 \quad (11)$$

成立, 则 $K(\theta) = WX^{-1}$ 是系统(8) 1 个状态反馈控制器。 $N(\theta) = A(\theta)X + B_2(\theta)W + (A(\theta)X + B_2(\theta)W)^T$ 。

定理 1 中 Lyapunov 矩阵不随调度参数变化而变化, 虽然计算简单, 易于处理, 但保守性较大, 很难求解出合适的控制器。

定理 2: 对于闭环系统(8), 存在 1 个状态反馈 H_∞ 控制器, 给定 H_∞ 性能指标 $\gamma_\infty > 0$, 如果存在 SOS 多项式矩阵 $X(\theta)$ 、 $W(\theta)$ 、 $M(\theta)$, 使得下列多项式矩阵为 SOS

$$-\begin{bmatrix} N(\theta) & B_1(\theta) & XC_1^T(\theta) \\ * & -\gamma_\infty I & D_{11}^T(\theta) \\ * & * & -\gamma_\infty I \end{bmatrix} - g_i(\theta)M(\theta) \quad (12)$$

则 $K(\theta) = W(\theta)X^{-1}(\theta)$ 是 1 个能保证系统(7) 稳定, 且 H_∞ 性能指标为 γ_∞ 的状态反馈控制器。式中 $N(\theta) = A(\theta)X(\theta) + B_2(\theta)W(\theta) + (A(\theta)X(\theta) + B_2(\theta)W(\theta))^T$ 。

2.2 包线区域划分

航空发动机的动态特性及状态空间模型均与进口条件有关^[3], 对飞行包线进行划分时, 首先应考虑划分后同一区域内发动机状态空间模型尽可能相似, 使该区域内不同工作点均有良好的控制效果, 可根据下式来量化包线内不同高度、马赫数下发动机性能差异

$$\Gamma = \sqrt{\left(\frac{T_1 - T_{10}}{T_{10}}\right)^2 + \left(\frac{P_1 - P_{10}}{P_{10}}\right)^2} < \varepsilon \quad (13)$$

式中: T_{10} 、 P_{10} 为标称点总温、总压; T_1 、 P_1 为计算点的总温、总压; ε 为距离阈值, 反映了子区域间不同工作点发动机动态性能的差异。

以 ($H=0$ km, $Ma=0$) 点为标称点, 求取包线内所有工作点的 Γ 值, 选取 $\varepsilon=0.25$ 、 0.50 、 0.75 、 1.00 将包线划分为 6 个区域, 如图 4 所示, 阴影区域为平滑过渡区。

2.3 平滑过渡切换 LPV 控制器

为缓解控制器间邦邦切换产生的抖振现象, 提升切换时的控制效果, 设计 1 种平滑切换 LPV 控制

器。

考虑切换 LPV 系统闭环状态空间方程

$$\dot{\bar{x}} = A_{cl,\sigma}(\theta)\bar{x} + B_{cl,\sigma}(\theta)\omega$$

$$z = C_{cl,\sigma}(\theta)\bar{x} + D_{cl,\sigma}(\theta)\omega \quad (14)$$

式中: $A_{cl,\sigma}(\theta) = A_{1,\sigma}(\theta) + B_{2,\sigma}(\theta)K_\sigma(\theta)$; $B_{cl,\sigma}(\theta) = B_{1,\sigma}(\theta)$; $C_{cl,\sigma}(\theta) = C_{1,\sigma}(\theta)$; $D_{cl,\sigma}(\theta) = D_{11,\sigma}(\theta)$;

σ 为系统的切换信号, 其变化受高度和马赫数影响, 由于高度和马赫数具有渐变特性, 所以切换只发生在子区域边界处。

设 $N_F = \{1, 3, 5, \dots, J\}$ 为控制器求解区域, $N_0 = \{2, 4, 6, \dots, J-1\}$ 为平滑过渡区域, 其中 J 表示包线内划分的子区域数目。当 $j \in N_j$ 时, 控制器为 $K_j(\theta)$; 当 $j \in N_0$ 时, 控制器为 $K_{j-1,j+1}(\theta)$, 由相邻 2 区域控制器 $K_{j-1}(\theta)$ 、 $K_{j+1}(\theta)$ 插值得到。综上所述, 全包线内的平滑过渡切换 LPV 控制器可表示为

$$K(\theta) = \begin{cases} K_j(\theta), & j=1, 3, 5, \dots, J \\ K_{j-1,j+1}(\theta), & j=2, 4, 6, \dots, J-1 \end{cases}$$

其中 $K_j(\theta) = W_j(\theta)X_j(\theta)^{-1}$,

$$K_{j-1,j+1}(\theta) = W_{j-1,j+1}(\theta)X_{j-1,j+1}(\theta)^{-1},$$

$$W_{j-1,j+1}(\theta) = CW_{j-1}(\theta) + (1-C)W_{j+1}(\theta),$$

$$X_{j-1,j+1}(\theta) = CX_{j-1}(\theta) + (1-C)X_{j+1}(\theta).$$

C 为平滑切换系数, 在此取

$$C = \begin{cases} 1 & (t < t_s) \\ e^{-\frac{(t-t_s)^2}{2\left(\frac{\Delta t}{3}\right)^2}} & (t_s < t < t_s + \Delta t) \\ 0 & (t > t_s + \Delta t) \end{cases} \quad (15)$$

式中: t_s 为系统进入平滑过渡区域的时间。

定理 3: 针对航空发动机切换系统(14), 存在 1 个状态反馈 H_∞ 控制器, 给定 H_∞ 性能指标 $\gamma > 0$, 如果存在实数对称矩阵 $X(\theta)$, 实数矩阵 $W(\theta)$ 和 SOS 多项式矩阵 $M_j(\theta)$, 使得下列多项式矩阵为 SOS

$$-\begin{bmatrix} N(\theta) & B_1(\theta) & XC_1^T(\theta) \\ * & -\gamma I & D_{11}^T(\theta) \\ * & * & -\gamma I \end{bmatrix} - g_i(\theta)M(\theta) \quad (12)$$

对任意 $j \in N_j$ 均成立, 则航空发动机闭环系统渐进稳定, 且满足 H_∞ 性能指标 γ_∞ 。式中 $N(\theta) = A_j(\theta)X(\theta) + B_{2j}(\theta)W(\theta) + (A_j(\theta)X(\theta) + B_{2j}(\theta)W(\theta))^T$ 。

证明: 为方便阐述, 选取飞行包线内相邻的 3 个区域 J_1 、 J_2 、 J_3 , 其中 J_2 为平滑过渡区域, 设

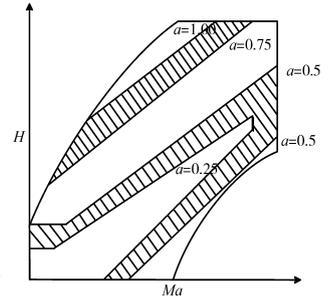


图 4 包线区域划分

$$E(\sigma, X(\theta), \gamma_{\infty_j}) \begin{bmatrix} N(\theta) & B_{1j}(\theta) & X(\theta)C_{1j}^T(\theta)^T \\ * & -\gamma_{\infty_j}I & D_{11j}^T(\theta) \\ * & * & -\gamma_{\infty_j}I \end{bmatrix} \quad (17)$$

则根据定理3可得如下不等式

$$\begin{aligned} E(\sigma_1, X_1(\theta), \gamma_{\infty_1}) &< 0 \\ E(\sigma_3, X_3(\theta), \gamma_{\infty_3}) &< 0 \end{aligned} \quad (18)$$

式中 $X_1(\theta)=X_3(\theta)=X(\theta)$, 采用式(15)中平滑切换系数, 对式(18)中2不等式作线性叠加可得不等式

$$E(\sigma, CX_1(\theta)+(1-C)X_3(\theta), \max(\gamma_{\infty_1}, \gamma_{\infty_3})) <$$

$$CE(\sigma_1, X_1(\theta), \gamma_{\infty_1})+(1-C)E(\sigma_3, X_3(\theta), \gamma_{\infty_3}) < 0$$

成立, 则对于平滑过渡区域 J_2 中任意一点, 在相同的 Lyapunov 矩阵下, 控制器 $K_1(\theta)$ 、 $K_3(\theta)$ 的任意线性叠加所获得的新控制器均可保证在区域 J_2 内的系统稳定。

根据上述证明, 能满足闭环 LPV 系统渐进稳定的控制器为 $K_1(\theta)$ 、 $K_3(\theta)$, 而对于区域 J_2 , 能满足闭环 LPV 系统渐进稳定的控制器为 $K_1(\theta)$ 、 $K_3(\theta)$ 及其任意的线性叠加, 并且对于飞行包线内任意子系统有相同的 Lyapunov 矩阵使系统稳定, 由此可知平滑过渡区域 N_0 内系统渐进稳定。

定理3中要求切换系统中所有的子区域都具有相同的多项式 Lyapunov 矩阵 $X(\theta)$, 显然, 这种方式保守性大, 当子区域数量过多的时候, 很难找到1个合适的 Lyapunov 矩阵使所有子区域均满足控制要求。

对于切换 LPV 系统, 假设存在1组正定矩阵 $\{X_j(\theta)\}_{j \in N_j}$, 每个矩阵可以保证在其对应的子区域 J 变化的连续性。则多参数依赖 Lyapunov 函数可写为

$$V_\sigma(X_{cl}, \theta) = x_{cl}^T X_\sigma(\theta) x_{cl} \quad (19)$$

通过切换信号 σ 确定当前所处的子区域 J 以及对应的 Lyapunov 矩阵 $X_j(\theta)$ 。

一般而言, 如果有合适的切换逻辑保证 V_σ 在其当前对应的子区域 J 内单调递减, 则即使在整个参数轨迹上 V_σ 不是单调递减的, 也可以保证切换 LPV 系统的稳定性^[14]。

定理4: 对于系统(14), 存在1个状态反馈 H_∞ 控制器, 给定 H_∞ 性能指标 $\gamma > 0$, 如果存在实数对称矩阵 $X_j(\theta)$, 实数矩阵 $W(\theta)$ 和 SOS 多项式矩阵 $M_j(\theta)$, 使得下列多项式矩阵为 SOS

$$- \begin{bmatrix} N(\theta) & B_{1j}(\theta) & X_j(\theta)C_{11j}^T(\theta)^T \\ * & -\gamma_{\infty_j}I & D_{11j}^T(\theta) \\ * & * & -\gamma_{\infty_j}I \end{bmatrix} - g_{ij}(\theta)M_j(\theta) \quad (20)$$

对任意 $j \in N_j$ 均成立, 则航空发动机闭环系统在飞行包线内渐进稳定, 且满足 H_∞ 性能指标 γ_∞ , $K_j(\theta) = W(\theta)X_j^{-1}(\theta)$ 是保证系统(14)稳定, 且 H_∞ 性能指标为 γ_∞ 的状态反馈控制器。式中 $N(\theta) = A_j(\theta)X_j(\theta) + B_{2j}(\theta)W(\theta) + (A_j(\theta)X_j(\theta) + B_{2j}(\theta)W(\theta))^T$ 。

证明: 由于式(20)为 SOS 多项式矩阵, 所以

$$- \begin{bmatrix} N(\theta) & B_{1j}(\theta) & X_j(\theta)C_{11j}^T(\theta)^T \\ * & -\gamma_{\infty_j}I & D_{11j}^T(\theta) \\ * & * & -\gamma_{\infty_j}I \end{bmatrix} - g_{ij}(\theta)M_j(\theta) \geq 0 \quad (21)$$

又知 $M_j(\theta)$ 为 SOS 矩阵, 即 $M_j(\theta) > 0$, 将弱对偶定理推广到多项式矩阵(21)中, 可得

$$\begin{bmatrix} N(\theta) & B_{1j}(\theta) & X_j(\theta)C_{11j}^T(\theta)^T \\ * & -\gamma_{\infty_j}I & D_{11j}^T(\theta) \\ * & * & -\gamma_{\infty_j}I \end{bmatrix} \leq 0 \quad (22)$$

$$\theta \in \Theta, \Theta = \{\theta | g_{ij}(\theta) \geq 0, i=1, \dots, r\} \quad (23)$$

式(23)说明在 $\theta \in \Theta$ 的整个区间内定理4均成立, 即闭环切换系统(14)稳定且满足 H_∞ 性能指标 γ_∞ 。

根据定理4可知, 系统(14)的控制器求解可以转化为 SOS 规划问题, 控制器求解的具体步骤如下。

(1) 对于非平滑过渡区, 给定 H_∞ 性能指标 γ_∞ , 利用 MATLAB 中的 SOSTOOLS 工具箱分别求取每个子区域对应的 SOS 多项式矩阵 $X_j(\theta)$ 、 $W(\theta)$ 和 $M_j(\theta)$, 然后通过定理4求解出各子区域内满足要求的切换 LPV 控制器。

(2) 对于平滑过渡区, 采用式(15)中的平滑切换系数对相邻2个非平滑过渡区域的控制器进行插值, 定理3中相关证明可保证平滑过渡区控制器的稳定性。

(3) 将求得的切换 LPV 控制器在某型涡扇发动机上进行全包线仿真验证, 相应的控制系统控制结构如图5所示。

3 仿真验证与分析

针对某型涡扇发动机在全包线内高度、马赫数和转速大范围渐进变化的情况, 采用依据定理4设计的平滑切换 LPV 控制器进行闭环系统仿真验证。

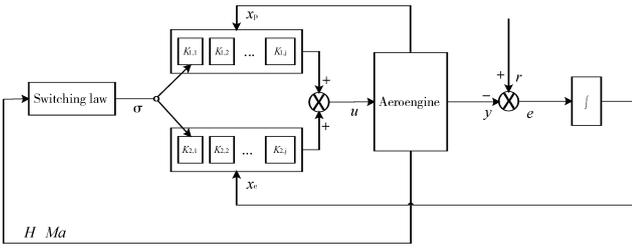


图5 全包线 LPV 切换控制系统结构

3.1 仿真分析 1

在全包线内发动机高度、马赫数和转速的变化曲线如图 6 所示。从图中可见,在整个运行轨迹中共有 4 次切换, 分别是 16.5~18.75 s、24~26 s、37~39.5 s、43~47.5 s 控制器经过平滑过渡切换区域。采用上述平滑过渡切换 LPV 控制器进行仿真验证,仿真结果(图 6)切换区域局部放大如图 7 所示。

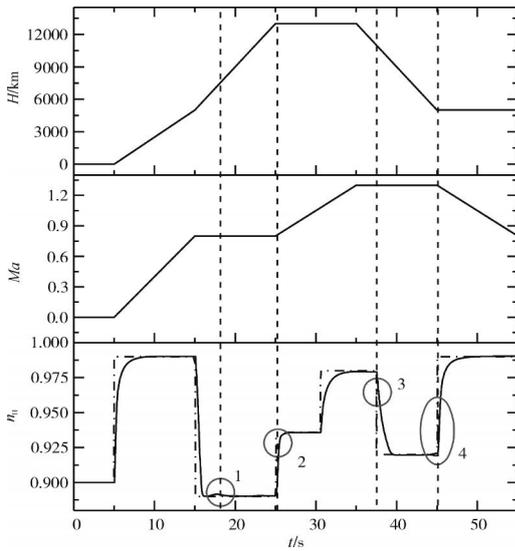


图6 飞行高度、马赫数和转速变化

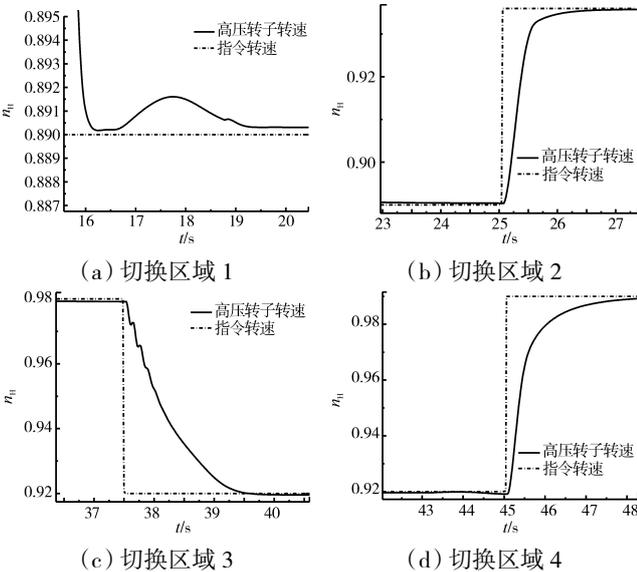


图7 切换区域局部放大

从图 6 中可见,随着高度、马赫数的变化,高压转子转速可以很好地跟踪指令信号,响应时间约为 3 s,且稳态误差小于 0.5%,满足控制要求。

从图 7 可见,在上述 4 个切换区域中,控制器发生切换时,系统状态变化平稳,无跳变。

3.2 仿真分析 2

对平滑过渡切换和邦邦切换方法作对比仿真验证,如图 8 所示。

从图中可见,采用邦邦切换时存在约 3% 的跳变,而平滑过渡切换很好地解决了这一问题。

3.3 仿真验证 3

在全包线内选取 11 个多胞顶点,结合多胞理论设计全包线单一 LPV 控制器,与所设计的平滑过渡切换 LPV 控制器作对比。仿真结果如图 9 所示。

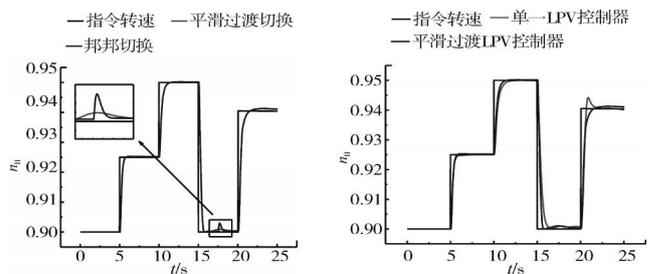


图8 切换方法对比

图9 控制方法对比

从图中可见,虽然单一 LPV 控制器不存在控制器间切换的跳变问题,但由于包线内不同工作点发动机性能参数存在较大差异,故相比于平滑切换 LPV 控制器跟踪响应更慢,且存在约 4% 的超调。

4 结论

本文针对航空发动机在全包线内转速大范围变化下的控制器设计问题,提出了 1 种基于 SOS 规划的平滑过渡切换 LPV 控制器。通过 SOS 规划的方法降低了传统 LMI 优化方法的保守性,同时采用平滑过渡切换解决邦邦切换时控制器存在的跳变问题。通过该方法设计的控制器可以精确跟踪指令信号,具有良好的鲁棒性,同时切换时不存在跳变,稳定性更强。

参考文献:

[1] 黄金泉,仇小杰,鲁峰,等. 航空发动机性能恢复方法[J]. 航空动力学报,2012, 27(7):1595-1604.
HUANG Jinqun, QIU Xiaojie, LU Feng, et al. Performance recovery control method for aircraft engine [J]. Journal of Aerospace Power,

- 2012, 27(7):1595-1604. (in Chinese)
- [2] 孙建国. 现代航空发动机多变量控制系统 [M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2005, 15-18.
SUN Jianguo. Modern aeroengine multivariable control system [M]. Beijing: Beihang University Press, 2005, 35-38. (in Chinese)
- [3] Shamma J, Athans M. Guaranteed properties of gain scheduled control for linear parameter varying plants [J]. Automatica, 1991, 27(3):559-564.
- [4] Wu F, Packard A, Gary B. Systematic gain-scheduling control design: a missile autopilot example [J]. Asian Journal of control, 2002, 4(3):31-34.
- [5] Jean B L. Global optimization with polynomials and the problem of moments [J]. Society for Industrial and Applied Mathematics, 2001, 11(3): 796-817.
- [6] Anirudha M, Amir A A, Russ T. Control design along trajectories with sum of squares programming[C]//IEEE International Conference on Robotics and Automation, Karlsruhe, 2013:4054-4061.
- [7] Karin G, Pablo A P. Symmetry groups, semidefinite programs and sums of squares [J]. Journal of Pure & Applied Algebra, 2002, 192(1):95-128.
- [8] 吴斌, 黄金泉. 基于切换多胞 LPV 的涡扇发动机全包线中间状态控制[J]. 航空动力学报, 2016, 31(8): 2040-2048.
WU Bin, HUANG Jinquan. Intermediate state control of turbofan engine in full envelope based on switched polytopic LPV approach [J]. Journal of Aerospace Power, 2016, 31(8):2040-2048. (in Chinese)
- [9] Song L, Yang J Y. Smooth switching output tracking control for LPV system [J]. Asian Journal of Control, 2012, 14(6):1710-1716.
- [10] 江未来, 董朝阳, 王通, 等. 变体飞行器平滑切换 LPV 鲁棒控制 [J]. 控制与决策, 2016, 31(1):66-72.
JIANG Weilai, DONG Chaoyang, WANG Tong, et al. Smooth switching LPV robust control for morphing aircraft [J]. Control and Decision, 2016, 31(1): 66-72. (in Chinese)
- [11] Dimitri P B. Nonlinear programming [M]. Nashua: Athena Scientific, 1999.
- [12] 俞力. 鲁棒控制—线性矩阵不等式处理方法 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2002: 35-38.
YU Li. Robust control—linear matrix inequality approach [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2002: 35-38. (in Chinese)
- [13] 胡卫红, 李述清, 孙健国. 控制问题中航空发动机飞行包线区域最优划分 [J]. 推进技术, 2011, 32(3):391-395.
HU Weihong, LI Shuqing, SUN Jianguo. Flight-envelope optimization partition for aeroengines control [J]. Journal of Propulsion Technology, 2011, 32(3):391-395. (in Chinese).
- [14] Apkarian P, Feron E, Gahinet P. Parameter-dependent Lyapunov functions for robust control of systems with real parametric uncertainty [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1995, 41: 436-442.

(编辑:刘 静)