

# 1 种高精度大型阶梯轴圆柱轮廓测量模型

孙汕民<sup>1</sup>, 孙传智<sup>2</sup>, 冯 硕<sup>1</sup>, 王宏业<sup>2</sup>, 李佳毫<sup>2</sup>, 刘永猛<sup>2</sup>

(1. 中国航发沈阳黎明航空发动机有限责任公司, 沈阳 110043;

2. 哈尔滨工业大学 超精密仪器技术及智能化工信部重点实验室, 哈尔滨 150080)

**摘要:** 为了提高大型阶梯轴回转部件圆柱轮廓的测量精度, 提出 1 种考虑偏心量、工件倾斜及传感器测头偏移的 3 偏置测量模型。分析了综合偏置误差对阶梯轴截面圆柱轮廓残余误差的影响及偏置误差在不同工件半径下对圆柱轮廓测量结果的影响, 实现了阶梯轴圆柱轮廓精度的准确评定。为了验证 3 偏置圆柱轮廓测量模型的有效性, 采用超精密航空发动机测量仪对大直径阶梯轴的圆柱轮廓进行了测量与评定。结果表明: 与传统双偏置测量模型相比, 3 偏置圆柱轮廓测量模型所评定的大半径阶梯轴同轴度的准确性提高了 9.39  $\mu\text{m}$ ; 阶梯轴半径越大, 测量精度越高。

**关键词:** 超精密测量; 大型阶梯轴; 圆柱轮廓精度; 测量模型; 残余误差; 航空发动机

中图分类号: V263.2

文献标识码: A

doi: 10.13477/j.cnki.aeroengine.2020.02.011

## One kind of High Accuracy Measurement Model of Large Stepped Shaft Cylinder Profile

SUN Shan-min<sup>1</sup>, SUN Chuan-zhi<sup>2</sup>, FENG Shuo<sup>1</sup>, WANG Hong-ye<sup>2</sup>, LI Jia-hao<sup>2</sup>, LIU Yong-meng<sup>2</sup>

(1. AECC Shenyang Liming Aeroengine Co., Ltd, Shenyang 110043, China; 2. Key Laboratory of Ultra-precision Instrument Technology and Intelligent Chemical Industry Information Department, Harbin Institute of Technology, Harbin 150080, China)

**Abstract:** In order to improve the measuring accuracy of cylinder profile of rotating parts with the large stepped shaft, a measurement model with three offset error sconsidering eccentricity, tilt of workpiece and offset of sensor probe was proposed. The influence of the comprehensive offset error on the residual error of the cylinder profile of the step shaft section and the influence of the offset error on the measurement results of the cylinder profile under different workpiece radius were analyzed, and the evaluation of the accuracy of the stepped shaft cylinder profile was realized. In order to verify the validity of the cylinder profile measurement model with three offset errors, the cylinder profile of large diameter stepped shaft was measured and evaluated by ultra-precision aeroengine measuring instrument. The results show that compared with the traditional model with two offset errors, the accuracy of coaxiality of large diameter stepped shaft evaluated by the cylindrical profile measurement model with three offset errors is improved by 9.39  $\mu\text{m}$ . The measurement accuracy is increased with the increase of the radius of the stepped shaft.

**Key words:** ultra-precision measurement; large stepped shaft; accuracy of cylinder profile; measurement model; residual error; aeroengine

## 0 引言

阶梯轴是各种转动机器设备的核心部件,也是组成各种回转运动副的必要部件<sup>[1-2]</sup>。随着航空、航天行业等大型高精度回转类机械行业对产品回转特性的精度要求的提高<sup>[3-5]</sup>,同轴度作为直接反映阶梯轴回转特性的主要参数,其测量准确性的要求也越来越高<sup>[6]</sup>。如航空发动机的低压涡轮轴部件,其同轴度误差要求控制在 1  $\mu\text{m}$  以内<sup>[7]</sup>。尽管目前测量仪器具备较高的

测量精度,但由于受加工水平的限制,各系统误差的绝对存在对阶梯轴同轴度的准确测量有很大影响,测量结果很可能包含未被分离出去的系统误差<sup>[8-9]</sup>。因此,开展大型阶梯轴的同轴度高精度测量研究具有重要意义<sup>[10-11]</sup>。

ISO 1101-2012 定义了同轴度的相关术语和概念,描述了阶梯轴截面轮廓的基本特征<sup>[12]</sup>。研究人员对同轴度的精确测量做了大量工作<sup>[13]</sup>, Whitehouse<sup>[14-15]</sup>

收稿日期: 2019-09-17 基金项目: 航空动力基础研究项目资助

作者简介: 孙汕民(1980),男,本科,高级工程师,主要从事航空发动机修理装配工作; E-mail: lmlunwen@163.com。

引用格式: 孙汕民,孙传智,冯硕,等. 1 种高精度大型阶梯轴圆柱轮廓测量模型[J]. 航空发动机, 2020, 46(2): 61-65. SUN Shanmin, SUN Chuazhi, FENF Shuo, et al. One kind of high accuracy measurement model of large stepped shaft cylinder profile[J]. Aeroengine, 2020, 46(2): 61-65.

建立了 Limacon 模型,将工件几何中心与回转中心的偏心误差引入测量模型中,使得评定的圆度较为精确;谭久彬<sup>[16-18]</sup>认为当传感器测量线不通过测量回转中心时会引起测头偏移误差,并提出1种新的圆轮廓测量模型;基于圆轮廓测量模型,Murthy<sup>[19]</sup>提出1种考虑工件初始偏心 and 工件几何轴线倾斜的双参数圆柱轮廓测量模型,使得同轴度的评定更加准确。

基于上述提及的圆柱轮廓测量模型,发现有圆柱轮廓测量的主要问题是考虑多偏置误差的圆柱轮廓测量模型的建立,测量中传感器测头偏移误差也会对参数标定产生影响,同时,工件倾斜会导致测量截面出现椭圆化现象,因此亟需建立1种考虑多偏置误差的圆柱轮廓测量模型。本文提出1种考虑偏心、工件倾斜和传感器测头偏移的3偏置圆柱轮廓测量模型,使阶梯轴的同轴度测量更加准确。

### 1 3 偏置圆柱轮廓测量模型

传统双偏置测量模型考虑了工件偏心 and 轴线倾斜2个因素对圆柱轮廓测量的影响。在此基础上,本文考虑了工件倾斜误差引起的椭圆化和传感器测头偏移等误差对圆柱轮廓测量的影响,3偏置阶梯型圆柱轮廓测量模型如图1所示。

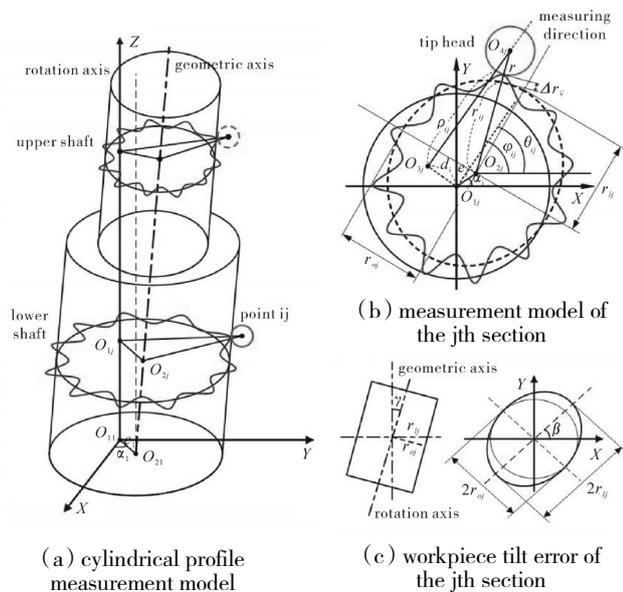


图1 3偏置阶梯型圆柱轮廓测量模型

图1(a)中: $p$ 为阶梯轴的采样截面数; $n$ 为单截面的采样点数; $O_{ij}$ 为转台回转轴线与第 $j(j=1,2,\dots,p)$ 采样截面的交点; $O_{ij}$ 为第 $j$ 截面的几何中心; $\gamma$ 为

回转轴线与工件轴线的夹角; $\phi$ 为导轨与转台回转轴线的夹角。图1(b)为第 $j$ 截面的圆轮廓测量模型, $O_{ij}$ 为工件瞬时回转中心; $O_{ij}$ 为传感器测球中心; $e_j$ 为偏心量; $\alpha_j$ 为偏心角; $d_j$ 为测头偏移量。对于第 $j$ 截面的第 $i(i=1,2,\dots,n)$ 测量点, $\rho_{ij}$ 为测量点到 $O_{ij}$ 的距离; $r_{ij}$ 为测量点到 $O_{ij}$ 的距离; $\Delta r_{ij}$ 为工件表面加工误差; $\theta_{ij}$ 为转台回转中心 $O_{ij}$ 的采样角度; $\varphi_{ij}$ 为截面几何中心 $O_{ij}$ 的采样角度; $r_{oj}$ 和 $r_{ij}$ 是拟合椭圆短半轴和长半轴的长度。

工件倾斜角 $\gamma$ 不仅会影响各截面的偏心量,还会导致截面轮廓发生椭圆化,从而带来测量误差。图1(c)为第 $j$ 截面倾斜误差定义关系,几何关系为

$$r_{ij} = \frac{r_{oj}}{\cos \gamma} \quad (1)$$

倾斜角 $\gamma$ 引起的工件几何轴线的方向向量为 $(l', m', n')$ ,由3偏置阶梯型圆柱轮廓测量模型中的几何关系得到测量方程为

$$\rho_{ij} = \sqrt{(\Delta r_{ij} + r_{ij})^2 - (e_j \sin(\theta_{ij} - \alpha_j) + d_j)^2} + e_j \cos(\theta_{ij} - \alpha_j) \quad (2)$$

其中:

$$\begin{cases} e_j = \sqrt{(e_1 \cos \alpha_1 + lz_j)^2 + (e_1 \sin \alpha_1 + mz_j)^2} \\ \alpha_j = \arctan \left( \frac{e_1 \sin \alpha_1 + mz_j}{e_1 \cos \alpha_1 + lz_j} \right) \\ l = \frac{l'}{n}, m = \frac{m'}{n}, \tan \gamma = \frac{\sqrt{l'^2 + m'^2}}{n} \end{cases}$$

以 $O_{ij}$ 为坐标原点,则椭圆方程为

$$x_{ij} = r_{ij} \cdot \cos(\varphi_{ij} - \beta), y_{ij} = r_{ij} \cdot \sin(\varphi_{ij} - \beta) \quad (3)$$

式中: $x_{ij}$ 和 $y_{ij}$ 分别为以 $O_{ij}$ 为中心的椭圆中第 $i$ 个采样点的水平和垂直坐标。

因此,第 $j$ 截面上拟合椭圆第 $i$ 测量点到 $O_{ij}$ 的距离 $r_{ij}$ 为

$$r_{ij} = \sqrt{(x_{ij})^2 + (y_{ij})^2} = r_{oj} \sqrt{\frac{\cos^2(\varphi_{ij} - \beta)}{\cos^2 \gamma} + \sin^2(\varphi_{ij} - \beta)} \quad (4)$$

由图1(b)得到截面几何中心的采样角度 $\varphi_{ij}$ 和测量回转中心的采样角度 $\theta_{ij}$ 的关系为

$$(\Delta r_{ij} + r_{ij}) \sin(\varphi_{ij} - \theta_{ij}) = d_j + e_j \sin(\theta_{ij} - \alpha_j) \quad (5)$$

因此,截面几何中心的采样角度 $\varphi_{ij}$ 为

$$\varphi_{ij} = \theta_{ij} + \arcsin \left( \frac{d_j + e_j \sin(\theta_{ij} - \alpha_j)}{\Delta r_{ij} + r_{ij} \sqrt{\frac{\cos^2(\varphi_{ij} - \beta)}{\cos^2 \gamma} + \sin^2(\varphi_{ij} - \beta)}} \right) \quad (6)$$

整理式(1)~(6)得到3偏置阶梯型圆柱测量方程为

$$\left\{ \begin{aligned} \rho_{ij} &= \sqrt{\left( \Delta r_{ij} + r_{ij} \sqrt{\frac{\cos^2 \eta_{ij} + \sin^2 \eta_{ij}}{\cos^2 \gamma}} \right)^2 - (d_j + e_j \sin(\theta_{ij} - \alpha_j))^2} + e_j \cos(\theta_{ij} - \alpha_j) \\ \eta_{ij} &= \theta_{ij} + \arcsin \left( \frac{d_j + e_j \sin(\theta_{ij} - \alpha_j)}{\Delta r_{ij} + r_{ij} \sqrt{\frac{\cos^2(\varphi_{ij} - \beta)}{\cos^2 \gamma} + \sin^2(\varphi_{ij} - \beta)}} \right) - \beta \end{aligned} \right. \quad (7)$$

## 2 仿真分析

### 2.1 3 偏置误差对圆柱轮廓测量的影响

为进一步分析3偏置圆柱轮廓测量模型的优势,与传统双偏置测量模型作对比,通过仿真分析综合系统误差对不同截面处测量结果的影响。传统双系统误差圆柱轮廓测量模型为

$$\rho_{ij}^{\text{Limacon}} = \Delta r_{ij} + r_{ij} + e_j \cos(\theta_{ij} - \alpha_j) \quad (8)$$

由式(7)、(8)得到残余误差为

$$\delta_{ij} = \rho_{ij} - \rho_{ij}^{\text{Limacon}} = f(e_j, d_j, \alpha_j, r_{ij}, \Delta r_{ij}, \gamma, \theta_{ij}, z_j) \quad (9)$$

假设工件加工误差  $\Delta r_{ij}$  服从标准正态分布,取值 0.001 mm,标准差为工件加工误差的 1/3。根据式(9)得到不同截面高度处残余误差与3偏置误差的关系,如图2所示。图中,Level 1:  $e = 1 \mu\text{m}$ ,  $d = 50 \mu\text{m}$ ,  $\gamma = 1^\circ$ ; Level 2:  $e = 5 \mu\text{m}$ ,  $d = 100 \mu\text{m}$ ,  $\gamma = 3^\circ$ ; Level 3:  $e = 10 \mu\text{m}$ ,  $d = 200 \mu\text{m}$ ,  $\gamma = 5^\circ$ ; Level 4:  $e = 20 \mu\text{m}$ ,  $d = 300 \mu\text{m}$ ,  $\gamma = 8^\circ$ ; Level 5:  $e = 30 \mu\text{m}$ ,  $d = 500 \mu\text{m}$ ,  $\gamma = 12^\circ$ 。

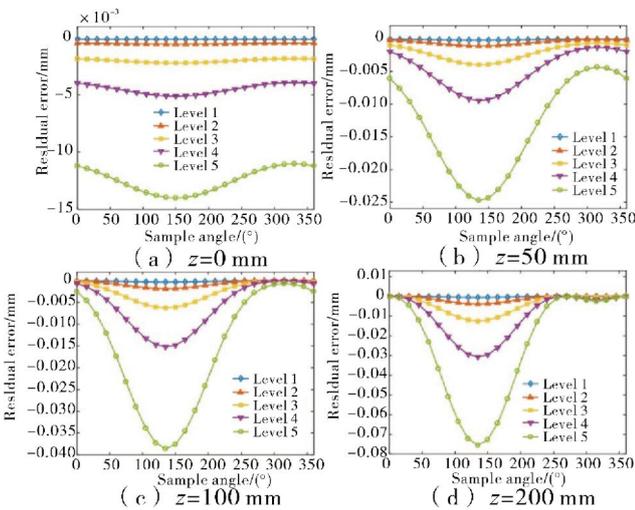


图2 偏置误差与残余误差仿真关系

从图中可见,在同一高度截面处,随着偏心误差、工件倾斜角和传感器测头偏移的增大,残余误差也逐渐增大。在图2(a)中,随着偏置误差等级从Level 1增加到Level 5,最大残余误差从  $0.13 \mu\text{m}$  增大到  $14.0 \mu\text{m}$ 。在同一误差量级下,随着测量截面高度逐渐

增加,残余误差也逐渐增大。在误差量级为Level 5时,当工件截面高度从0 mm增大到200 mm时,最大残余误差从  $14.0 \mu\text{m}$  增大到  $72.7 \mu\text{m}$ ,其位置在垂直于偏心角方向附近。

### 2.2 阶梯轴的同轴度仿真分析

为对比不同阶梯轴半径对测量模型的影响,分别使用传统双偏置测量模型、考虑了椭圆化的双偏置测量模型及本文提出的3偏置测量模型求解同轴度。假设选取2个大小不同的阶梯型圆柱工件,上、下轴段的半径分别为50、100和150、200 mm,仿真结果如图3所示。图中,Level 1:  $e = 1 \mu\text{m}$ ,  $d = 5 \mu\text{m}$ ,  $\gamma = 5^\circ$ ; Level 2:  $e = 5 \mu\text{m}$ ,  $d = 10 \mu\text{m}$ ,  $\gamma = 10^\circ$ ; Level 3:  $e = 10 \mu\text{m}$ ,  $d = 20 \mu\text{m}$ ,  $\gamma = 15^\circ$ ; Level 4:  $e = 20 \mu\text{m}$ ,  $d = 30 \mu\text{m}$ ,  $\gamma = 20^\circ$ ; Level 5:  $e = 30 \mu\text{m}$ ,  $d = 50 \mu\text{m}$ ,  $\gamma = 25^\circ$ 。

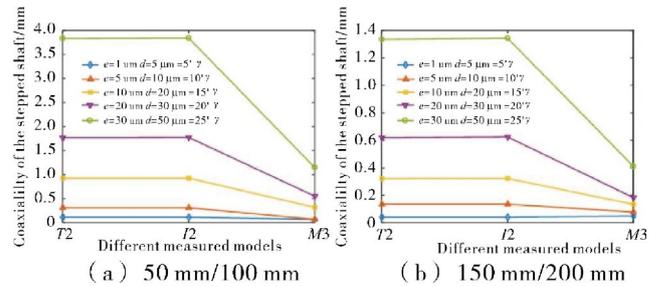


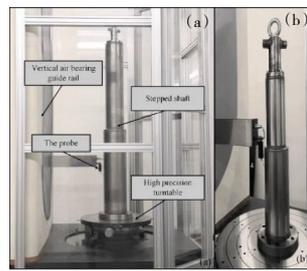
图3 不同阶梯型圆柱测量模型下的同轴度仿真结果

从图中可见,当偏置误差量级较小时,3种模型所评定的同轴度结果一致;随着偏置误差量级逐渐变大,不同模型所评定的同轴度也在变大,3偏置测量模型的同轴度评定结果变化幅度最小,测量准确性更高。在如图3(a)中,相比于传统双偏置模型,当误差量级为Level 1时,3偏置模型测量的同轴度与之相差仅为  $0.02 \mu\text{m}$ ,当误差量级增加到Level 5时,3偏置模型使同轴度测量准确性提高了  $2.7 \mu\text{m}$ 。

从图3(a)、(b)中可见,当阶梯轴半径逐渐增大,3种模型所评定的同轴度准确性均提升,说明这些模型更适用于评定半径较大的工件,同时3偏置模型的测量准确性更高,更加接近真实值。对比图3(a)、(b),随着工件半径逐渐增大,传统双偏置模型评定的同轴度测量准确性分别提升  $2.6 \mu\text{m}$ ,而3偏置模型评定的参数准确性仅分别提升  $0.7 \mu\text{m}$ ,说明3偏置测量模型更适合大半径阶梯轴,而且能获得更准确的同轴度估计值。

### 3 试验验证

为验证3偏置圆柱轮廓测量模型对于提高阶梯轴工件同轴度测量精度的有效性和可靠性,采用超精度航空发动机测量装置进行测量验证,试验仪器如图4所示。核心单元的功能和参数如下:高精度转台,包括空气轴承转台



(a) experimental instrument

(b) the stepped shaft

图4 同轴度测量试验平台

和调心调倾工作台。空气轴承转台提供旋转测量基准,其径向和轴向精度为38 nm;调心调倾工作台用于调整偏心及轴向的倾斜,其位移和角度的调整范围是 $\pm 3$  mm和 $\pm 0.5^\circ$ 。垂直空气轴承导轨行程为2500 mm;2个不同半径的阶梯轴,其上段半径分别是50和80 mm,下段半径分别是60和100 mm;电感传感器用来测量阶梯轴的表面轮廓数据,分辨率为5 nm。

当高精度转台匀速旋转时,通过调节垂直导轨使得传感器测头与阶梯轴在不同高度的截面上接触来获取采样数据,上、下轴段选取20个截面,每个截面采样点为1024。选取截至波数为50 UPR(Undulation Per Revolution),同轴度测试结果见表1、2。

表1 小半径阶梯轴下不同模型所评定的同轴度

level	$e/\mu\text{m}$	$d/\mu\text{m}$	$\gamma/(\text{^\circ})$	$T_2/\mu\text{m}$	$I_2/\mu\text{m}$	$M_2/\mu\text{m}$
1	0.7	0.3	0.6	4.68	4.68	4.68
2	4.9	23.2	3.4	8.24	8.24	7.91
3	14.3	85.9	10.3	13.80	13.77	10.62
4	19.2	162.9	16.2	22.12	21.89	14.30

注:阶梯轴上、下轴段半径分别为50和60 mm,同轴度为4.3  $\mu\text{m}$ 。

表2 大半径阶梯轴下不同模型所评定的同轴度

level	$e/\mu\text{m}$	$d/\mu\text{m}$	$\gamma/(\text{^\circ})$	$T_2/\mu\text{m}$	$I_2/\mu\text{m}$	$M_2/\mu\text{m}$
1	0.72	0.31	0.58	6.32	6.32	6.31
2	4.90	16.19	2.13	7.96	7.93	7.36
3	12.35	85.95	15.38	11.78	11.65	8.67
4	19.21	162.91	23.23	17.43	17.21	9.82

注:阶梯轴上、下轴段半径分别为80和100 mm,同轴度为6.0  $\mu\text{m}$ 。

从表1、2中可见,当偏置误差量级较小时,3种测量模型评定的同轴度基本一致;随着偏置误差量级逐渐加大,不同模型所评定的同轴度也在增大,其中3偏置模型的评定结果变化幅度最小,测量结果最准

确更接近真实值。相比于传统双偏置模型,当误差量级为Level 1时,二者评定的同轴度相等;当误差量级为Level 4时,3偏置模型使小半径阶梯轴同轴度测量准确性提升7.82  $\mu\text{m}$ 。

当阶梯轴半径变大时,3偏置测量模型能获得更加接近真值的同轴度评定结果。随着阶梯轴半径增大,3偏置模型评定的大半径阶梯轴同轴度测量准确性提升6.18  $\mu\text{m}$ ,说明3偏置圆柱轮廓测量模型更适合大半径阶梯轴评估。与其传统双偏置测量模型相比,在工件为大半径下,当误差量级为Level 4时,3偏置圆柱轮廓测量模型所评定的大半径阶梯轴同轴度的准确性提高9.39  $\mu\text{m}$ ,评定结果更加接近真实值。

对比表1、2中的双偏置模型,二者在不同半径下所评定的同轴度结果差别不大,说明工件轴线倾斜造成的椭圆化对于同轴度评定的影响不大。此外,阶梯轴的同轴度评定结果对测头偏移误差非常敏感,改进的双偏置模型与3偏置模型的评定结果差别较大。因此,本文提出的考虑工件偏心、工件轴线倾斜及传感器测头偏移3种误差的圆柱测量模型是有效的,尤其针对评定大型阶梯轴工件的同轴度参数。

### 4 结论

(1) 本文提出了1种3偏置圆柱轮廓测量模型,以提高阶梯轴同轴度的测量准确性,该模型考虑了工件偏心误差、工件倾斜误差及传感器测头偏移误差。为阶梯轴同轴度的评定设计了测量方案,并基于所提出的3偏置圆柱轮廓测量模型及测量方案,分析了各偏置误差及工件半径对阶梯轴截面轮廓测量结果的影响,实现了同轴度的准确评定。

(2) 在大型精密回转测量仪上进行了同轴度测量试验,验证了3偏置圆柱轮廓测量方法的有效性。相比传统双偏置测量模型,3偏置圆柱轮廓测量模型所评定的大半径阶梯轴同轴度的准确性提高9.39  $\mu\text{m}$ ,评定结果更加接近真实值。阶梯轴半径越大,测量结果越准确,本文提出的测量模型更加适合大半径阶梯轴的同轴度参数评定。此外,椭圆化因素对与不同半径的阶梯轴的同轴度评定影响很小,而对传感器测头偏移误差比较敏感。

本文提出3偏置圆柱轮廓测量模型适用于偏心误差、测头偏移误差及工件倾斜误差较大的情况,尤其适用于大半径阶梯轴的同轴度评定,可以为转子类

部件精确定位以及高精度装配提供有效依据。

#### 参考文献:

- [1] Cao H R, Zhang X W, Chen X F, et al. The concept and progress of intelligent spindles: a review [J]. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 2017, 112: 21–52.
- [2] Meifa H, Zhemin T, Yonghou S, et al. Error verification for coaxiality based on dual maximum material requirement [J]. *Computer Integrated Manufacturing Systems*, 2018, 24(2): 371–380.
- [3] Frennberg M, Sacconi A. International comparison of high-accuracy roundness measurements [J]. *Metrologia*, 1996, 33(6): 539–544.
- [4] Prieto E, Rafael M, Arce A A, et al. Supplementary comparison high precision roundness measurement by error separation techniques [J]. *Metrologia*, 2017, 54(1): 04003.
- [5] Zwinkels J, Neil W. Characterization of a versatile reference instrument for traceable fluorescence measurements using different illumination and viewing geometries specified in practical colorimetry—part 2: sphere geometry [J]. *Metrologia*, 2017, 54(1): 129–140.
- [6] Grejda R, Marsh E, Vallance R. Techniques for calibrating spindles with nanometer error motion [J]. *Precision Engineering*, 2005, 29(1): 113–123.
- [7] Levesley M C, Holmes R. The efficient computation of the vibration response of an aero-engine rotor-damper assembly [J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part G Journal of Aerospace Engineering*, 1994, 208(17): 41–51.
- [8] 葛红. 测量误差产生的原因及其避免途径 [J]. *职业*, 2010(10): 118. GE Hong. Causes of measurement errors and ways to avoid them [J]. *Job*, 2010(10): 118. (in Chinese).
- [9] 孙栋. 误差传递公式及其应用 [J]. *邵阳高等专科学校学报*, 1994(2): 116–119. SUN Dong. Error transfer formula and its application [J]. *Journal of Shaoyang Technical College*, 1994(2): 116–119. (in Chinese).
- [10] 雷建波, 王双. 高精度多孔大跨距同轴度测量关键技术综述 [J]. *兵器装备工程学报*, 2017, 38(5): 136–139. LEI Jianbo, WANG Shuang. A review of key techniques for measuring coaxiality with high precision porous and long span [J]. *Journal of Armament Engineering*, 2017, 38(5): 136–139. (in Chinese).
- [11] 谭久彬. 超精密测量技术与仪器工程研究中的几个热点问题 [J]. *中国机械工程*, 2000, 11(3): 257–261. TAN Jiubin. Some hot issues in ultra-precision measurement technology and instrument engineering research [J]. *China Mechanical Engineering*, 2000, 11(3): 257–261 (in Chinese).
- [12] 刘晓婉. 大型阶梯轴测量方法研究 [J]. *科技展望*, 2016, 26(28): 73. LIU Xiaowan. Research on measurement method of large step shaft [J]. *Technology Outlook*, 2016, 26(28): 73 (in Chinese).
- [13] 李彬, 居鸣杰. 一种大直径同轴度测量新方法 [J]. *江苏现代计量*, 2012(6): 34–35. LI Bin, JU Mingjie. A new method for measuring large diameter coaxiality [J]. *Jiangsu Modern Metrology*, 2012(6): 34–35 (in Chinese).
- [14] Whitehouse D J. Some theoretical aspects of error separation techniques in surface metrology [J]. *Journal of Physics E: Scientific Instruments*, 1976, 9(7): 531–536.
- [15] Chetwynd D G, Siddall G J. Improving the accuracy of roundness measurement [J]. *Journal of Physics E: Scientific Instruments*, 1976, 9(7): 537–544.
- [16] 谭久彬. 精密测量中的误差补偿技术 [M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 1995: 82–91. TAN Jiubin. Error compensation technology for precision measurement [M]. Harbin: Harbin Institute of Technology Press, 1995: 82–91 (in Chinese).
- [17] Chetwynd D G. High-precision measurement of small balls [J]. *Journal of Physics E: Scientific Instruments*, 1987, 20: 1179–1187.
- [18] 黄景志. 双参数圆轮廓测量模型和特征法位置误差分离技术研究 [D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2010. HUANG Jingzhi. Measurement model of circular profile with double parameters and separation of position error using characteristic features [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2010 (in Chinese).
- [19] Murthy T S. A comparison of different algorithm for cylindricity evaluation [J]. *International Journal of Machine Tool Design & Research*, 1982, 22(4): 283–292.

(编辑: 刘 亮)