变壁厚气冷涡轮叶片结构参数化设计方法

钟治魁,郝艳华,黄致建

(华侨大学机电及自动化学院,福建厦门 361021)

摘要:叶片叶身截面内腔型线的光滑过渡是航空发动机变壁厚涡轮叶片结构设计的关键。为解决变壁厚插值在最大壁厚点处 出现拐点而导致过渡不光滑的问题,提出变壁厚叶片结构设计方法即变壁厚抛物线插值法。该方法基于管道相交投影线拟合中弧 线法,利用壁厚系数及其对应关系控制壁厚,实现变壁厚涡轮叶片结构参数化设计。设计实例结果表明:应用变壁厚抛物线插值法 对不同壁厚气冷涡轮叶片进行结构设计,叶身截面内腔型线光滑,在最大壁厚点处不会出现拐点过渡。

关键词:变壁厚抛物线插值法;管道相交;气冷涡轮叶片;拐点;内腔型线

中图分类号:V232.4 文献标识码:A doi:10.13477/j.cnki.aeroengine.2016.01.010

Parametric Design Method of Air-Cooled Turbine Blade Structure with Variable Thickness ZHONG Zhi-kui¹, HAO Yan-hua², HUANG Zhi-jian²

(College of Mechanical Engineering and Automation, Huaqiao University, Xiamen Fujian 361021, China)

Abstract: Smooth transition of blade body inner cavity curve is critical to structure design of aeroengine turbine blades with variable thickness. In order to solve the problem of appearing inflection point in the biggest wall thickness causing the not smooth transition within variable thickness interpolation, design method (variable thickness parabolic interpolation method) of blades structure with variable thickness was put forward. The method based on the fitting curve method of projecting curves through pipe intersection, utilizing coefficient of wall thickness and corresponding relationship between wall thickness, realizing parametric design of turbine blades with variable thickness. Results of design instance show that using variable thickness parabolic interpolation method to design air-cooled turbine blade structure with variable thickness, blade body inner section curves is smooth that not presenting transition of inflection point in the point of the biggest wall thickness.

Key words: variable thickness parabolic interpolation method; pipe intersection; air-cooled turbine blade; inflection point; lumen lines

0 引言

随着对航空发动机性能要求的不断提高,发动机 涡轮前温度越来越高,目前的材料已经无法承受燃气 高温。在新型材料以及材料耐热性技术未能取得重大 突破的情况下,冷却叶片技术成为解决高温问题的主 要途径,冷却涡轮叶片结构也随着不同的要求变得越 来越复杂^[1-4]。

叶片结构参数化设计是涡轮冷却叶片自动化设 计分析及优化的前提和基础^[n-10]。变壁厚气冷叶片结 构设计比等壁厚叶片的更具有研究及应用价值。虞跨 海等^[2]提出 3 次样条构造插值函数方法,以叶身外型 构造函数建立叶型内外截面;宋玉旺等¹⁹提出基于离 散数据点变壁厚直线插值方法,进行叶片变壁厚结构 设计。

在应用变壁厚线性插值方法进行叶片变壁厚设 计时,在叶型最大壁厚点处会出现拐点,即局部呈凹 凸状,本文基于叶型离散数据点,提出1种变壁厚抛 物线插值法,实现变壁厚气冷涡轮叶片参数化设计。

1 叶片截面线

涡轮叶片叶型截面线和中弧线^{[11-12}如图 1 所示。 其中叶型由关键点(A、B、C、D)分为 4 段,分别为前 缘、叶盆、尾缘、叶背,叶片外型线由符合气动性要求

收稿日期:2015-06-17

作者简介:钟治魁(1989),男,在读硕士研究生,研究方向为计算机辅助设计与分析;E-mail:zhongzkyhp@163.com。

引用格式: 钟治魁,郝艳华,黄致建. 变壁厚气冷涡轮叶片结构参数化设计方法[J]航空发动机,2016,42(1):48-52. ZHONG Zhikui, HAO Yanhua, HUANG Zhijian.Parametric design method of air-cooled turbine blade structure with variable thickness[J].Aeroengine,2016,42(1):48-52.

的离散数据点拟合而成;中 弧线是叶片截面线的内切 圆圆心的连线,可采用管道 相交投影法创建^[6]。s=p时 为叶盆内腔型线,s=b时为 叶背内腔型线,下同。



2 变壁厚内腔型线的设计方法

2.1 变壁厚线性插值方法的应用

变壁厚线分段性插值方法是以最大壁厚点为中 点将外型曲线分为2段,即曲线起点至最大壁厚点为 l₁,最大壁厚点至曲线终点为l₂,然后利用线性插值法 得到变壁厚点,再通过曲线拟合创建内腔型线⁶。

以叶背内腔壁厚插值为例作简单说明,其中 uso、 usc、usn 为曲线起点、最大壁厚点、终点参数;tso、tsc、tsn 为 uso、usc 和 usn 曲线参数对应的壁厚。

$$I_{1}:t_{1}(u) = \frac{t_{sc}-t_{s0}}{u_{sc}}u + t_{s0}$$

$$I_{2}:t_{2}(u) = \frac{t_{sn}-t_{sc}}{1-u_{sc}}(u-u_{sc}) + t_{sc}$$
约束条件:
$$\begin{cases} 0 \leq u_{s0} < u_{sc} < u_{sn} \leq 1 \\ 0 < t_{s0} \leq t_{sc} \\ 0 < t_{sn} \leq t_{sc} \end{cases}$$

该方法能通过线性插 值得到变壁厚曲线,但在 应用过程中,在叶片内腔 型线的最大壁厚点处出现 明显的拐点过渡,呈凹凸 状,变壁厚直线插值如图 2 所示。



因为 t'₁(u)>0、t'₂(u)<0,所以在连接点处(最大壁 厚点处),插值函数存在最大值且不存在 2 阶微分,易 产生突变,函数不连续,难以保证拟合曲线的光滑性。

分析认为这是由于叶背和 叶盆内型线采用壁厚与曲 线参数关系(如图3所示) 进行插值导致的结果。为 解决其拐点过渡问题,提 出1种变壁厚参数控制方 法计算变壁厚点。



2.2 变壁厚抛物线插值法

外叶型线和中弧线的关键点及其壁厚位置关系

如图 4 所示。W_{sc}为叶盆、 叶背曲线的最大壁厚点, 用曲线参数 u=0、1 定义 叶盆、叶背的起点和终 点,W_{s0}、W_{sn}、T_{s0}、T_{sn}分别为 外型线起点和终点以及 图 4 距中弧线的最小距离,T_{sc} 为叶型最大壁厚。



最大壁厚点将叶片外型线和中弧线分成 2 个区 域 I 和 II,区域 I 为曲线起点至最大壁厚点之间;区 域 II 为最大壁厚点与曲线终点之间。

2.2.1 插值参数的确定

计算每段曲线的插值参数,采用抛物线插值算 法^[13-14]进行分段插值,拟合插值点建立内腔型线。区域 Ⅰ壁厚插值参数为 t_{s0}、t_{sm1}、t_{sc},区域Ⅱ壁厚插值参数为 t_{sc}、t_{sm2}、t_{sn},其中 t_{sm1}、t_{sm2}为每个区域的曲线中点对应的 壁厚,t_{s0}、t_{sm1}、t_{sc}、t_{sm2}为每个区域的曲线中点对应的 量厚,t_{s0}、t_{sm1}、t_{sc}、t_{sm2}为内型线关键点处的内腔壁厚。 由于曲线参数不能随机给定,因此引出壁厚系数 k₀、 k_c、k_n(k=0-1)。依次计算叶盆和叶背插值参数,得到插 值参数与壁厚系数之间的关系。

叶盆内型线插值参数为

$$t_{p0} = k_{0} \cdot T_{p0}$$

$$t_{pm1} = \frac{(t_{p0} + t_{pc})}{2}$$

$$t_{pc} = k_{c} \cdot T_{pc}$$

$$t_{pm2} = \frac{(t_{pc} + t_{pn})}{2}$$

$$t_{pm} = k_{c} \cdot T_{pn}$$
(1)

叶背内型线插值参数为

$$\begin{cases} t_{b0} = k_{0} \cdot T_{b0} \\ t_{bm1} = \frac{(t_{b0} + k_{c} \cdot T_{bc})}{2} \\ t_{bc} = \frac{(t_{bm1} + t_{bm2})}{2} \\ t_{bm2} = \frac{(k_{c} \cdot T_{bc} + t_{bn})}{2} \\ t_{bm2} = k_{n} \cdot T_{bn} \end{cases}$$
(2)

随着系数 k_0 、 k_n 的增大,内腔型线将相交于前缘 和后缘处,其临界值记为 k_{max}^0 、 k_{max}^n ,设 k_{max} =min{ k_{max}^0 , k_{max}^n },为确保内腔型线不相交, k_0 、 k_n 均需小于 k_{max} ,式 (1)、(2)中系数关系须满足

$$\begin{cases} k_0 T_0 \leqslant k_c T_c \\ k_n T_n \leqslant K_c T_c \\ k_0 < k_{max} \\ k_c < k_{max} \end{cases}$$
(3)

2.2.2 外型线型值点的选取

外型线型值点的选取方法有等弧长和等参数法 2种,此处采用等参数法。设外型曲线参数为u_s=0~1 (u_{s0}、u_{sc}、u_{sn} 叶盆、叶背内腔型线的起点、最大壁厚点和 终点参数),选取的型值点总数为N_s,每个插值区域 型值点数分别为 n_{s1}、n_{s2},计算外型线弧长为L_s^[15]。

叶盆外型线型值点选取

$$\begin{vmatrix} N_{p} = \frac{L_{p}}{C_{max}} \\ n_{p1} = N_{p} \cdot u_{pc} \\ n_{p2} = N_{p} - N_{p1} \\ u_{pm1} = 0.5 \cdot (u_{p0} + u_{pc}) \\ u_{pm2} = u_{pc} + 0.5 \cdot (u_{pn} - u_{pc}) \\ u_{i} = \frac{(u_{pc} - u_{p0})}{n_{p1}} \cdots (i = 1 - n_{p1}) \\ u_{i} = \frac{(u_{pn} - u_{pc})}{n_{p2}} \cdots (i = 1 - n_{p2})$$

叶背外型线型值点选取

$$\begin{vmatrix} N_{b} = \frac{L_{b}}{C_{max}} \\ n_{b1} = N_{b} \cdot u_{bc} \\ n_{b2} = N_{b} - N_{b1} \\ u_{bm1} = 0.5 \cdot (u_{b0} + u_{bc}) \\ u_{bm2} = u_{bc} + 0.5 \cdot (u_{bm} - u_{bc}) \\ u_{i} = \frac{(u_{bc} - u_{b0})}{n_{b1}} \cdots (i = 1 - n_{b1}) \\ u_{i} = \frac{(u_{bn} - u_{bc})}{n_{b2}} \cdots (i = 1 - n_{b2}) \end{vmatrix}$$
(5)

式(4)、(5)中参数 u_{sm1}、u_{sm2} 是壁厚 t_{sm1} 和 t_{sm2} 对应的曲线参数。由 u_{si} 惟一确定外型曲线型值点,用 UF_MODL_ask_curve_props()函数^[15-17]计算型值点法 矢 n_{si}。

2.2.3 壁厚插值

区域 I 的壁厚插值以 (u_{s0}, t_{s0})、(u_{sm1}, t_{sm1})、(u_{sc}, t_{sc})3 点为插值点插值壁厚 t_s(i=1~n_{s1})

$$t(u_{si}) = I_{s0} + I_{sm1} + I_{sc}$$

$$I_{s0} = t_{s0} \frac{(u_{si} - u_{sm1})(u_{si} - u_{sc})}{(u_{s0} - u_{sm1})(u_{s0} - u_{sc})}$$

$$I_{sc} = t_{sc} \frac{(u_{si} - u_{sn2})(u_{si} - u_{sn})}{(u_{sc} - u_{sn2})(u_{s0} - u_{sn})}$$

$$I_{sm2} = t_{sm2} \frac{(u_{si} - u_{sc})(u_{s0} - u_{sn})}{(u_{sm2} - u_{sc})(u_{sm2} - u_{sn})}$$

$$I_{sm2} = t_{sm2} \frac{(u_{si} - u_{sc})(u_{sm2} - u_{sn})}{(u_{sm2} - u_{sc})(u_{sm2} - u_{sn})}$$

以外型线型值点 W_{si}为基点,指向中弧线型值点 法矢方向(判断方法见文献[5])为基点方向 n_{si},结合

插值得到的壁厚 t_{si}, 计算 内 腔 型 线 型 值 点 N_{si}=W_{si}+t_s·n_{si}, 拟合内腔型 线插值点创建叶片内腔型 线如图 5 所示, 变壁厚抛 物线插值法算法流程如图 6 所示, 计算公式见上述 公式推导。

变壁厚抛物线插值法 相比较于线性插值法,改 善了内腔型线在最大壁厚 点处的拐点问题。抛物线 插值减小了曲线在最大壁 厚点处的斜率;壁厚系数 的控制使在最大壁厚点处 较光滑过渡。



$$I_{1}:t_{1}^{"}(u_{si})=I_{s0}^{"}+I_{sm1}^{"}+I_{sc}^{"}$$

$$I_{s0}^{"}=2\cdot t_{s0}\frac{u_{sm1}u_{sc}}{(u_{s0}-u_{sm1})(u_{s0}-u_{sc})}$$

$$I_{sm1}^{"}=2\cdot t_{sm1}\frac{u_{s0}u_{sc}}{(u_{sm1}-u_{s0})(u_{sm1}-u_{sc})}$$

$$I_{sc}^{"}=2\cdot t_{sc}\frac{u_{s0}u_{sm1}}{(u_{sc}-u_{s0})(u_{sc}-u_{sm1})}$$

$$I_{2}:t_{sc}^{"}(u_{si})=I_{sc}^{"}+I_{sm2}^{"}+I_{sn}^{"}$$

$$I_{sc}^{"}=2\cdot t_{sc}\frac{u_{sm2}u_{sn}}{(u_{sc}-u_{m2})(u_{sc}-u_{sn})}$$

$$I_{sm2}^{"}=2\cdot t_{sm2}\frac{u_{sm2}u_{sn}}{(u_{sm2}-u_{sc})(u_{sm2}-u_{sn})}$$

因为 $t_1(u_{si}) \neq 0$ 、 $t_2(u_{si}) \neq 0$,所以曲线在最大壁厚 点处存在 2 阶微分,不易发生突变。

2.3 前缘和尾缘线创建

前缘、尾缘圆弧(分别如图 7、8 所示)的创建方法 一致,仅以前缘圆弧创建说明。从图 7(a)中可见,延 长中弧线与外型前缘圆弧交于 Q_i点,r=t_{p0}=t_{b0}(t_{p0}=t_{b0} 确保圆弧圆心在中弧线上)为半径,点 Q_i为圆心,画 圆交中弧线于 P_i点。提取点 P_i在中弧线的参数,计算 P_i在中弧线上的法矢,沿着法矢方向作直线 I,以内腔 型叶盆、叶背线和直线 I 为相切对象,创建如图 7(b) 所示的前缘圆弧。对于前缘、尾缘圆弧创建需要注意, 半径不能小于制造工艺最小半径 r_{min}^{II},即 r≥r_{min}。



3 设计实例

以某气冷涡轮叶片为研究对象,通过其叶型坐标 点建立外叶型线,采用文中提出的变壁厚抛物线插值 法计算内型截面线,控制插值壁厚,实现变壁厚内腔 结构的设计。在 VS2008 开发环境下,使用 C 语言并 结合 UG 二次开发函数^[15-17],实现变壁厚空心涡轮叶 片实体的参数化建模。控制壁厚插值可实现不同壁厚 的气冷叶片结构设计,叶 盆最大壁厚点厚度 t_μ大 于、等于叶背最大壁厚点 厚度 t_μ 时的叶片冷却结构 分别如图 9、10 所示;实体 建模如图 11 所示。叶片内 腔是采用线性插值法方法 插值计算得到的内腔型 线,如图 12 所示。从图 12 中可见,在最大壁厚点处 出现拐点,呈凹凸状,曲面 过渡不光滑,无法满足内腔 冷气流通的气动要求¹⁰。

设计实例表明,采用 壁厚控制法设计气冷涡轮 叶片结构,叶盆和叶背最 大壁厚点处并没有出现拐 点。与此同时,控制关键点 壁厚以及壁厚系数之间关 系进行插值,可设计出不 同变壁厚叶片结构。





内型线插值点



(a) $t_{pc} > t_{bc}$



(c) 局部放大(t_{pc}>t_{bc})

图 11 变壁

变壁厚叶片实体建模

4 结论

采用变壁厚抛物线插 值法计算叶片内型截面 线,解决了最大壁厚点出

图 12 线性插值叶片 内腔建模

现拐点的问题,内型叶盆和叶背线在最大壁厚点处光 滑过渡。通过给定壁厚系数 k 及计算系数之间对应关 系,能更好地实现变壁厚控制,创建不同壁厚插值的 气冷涡轮叶片结构。值得一提的是,当式(3)取等号 时,可实现等壁厚叶片结构参数化设计。

在气冷涡轮叶片变壁厚内腔参数化建模过程中 采用变壁厚抛物线插值法,比采用线性插值法设计内 腔结构有3个优点:

(1)最大壁厚点无拐点过渡现象;

(2)变壁厚抛物线插值法中的插值方法为二次拉

格朗日插值,内腔插值壁厚变化趋势较小,过渡平稳;

(3)变壁厚抛物线插值法将控制参数缩减成3个 壁厚系数,通过控制系数实现不同壁厚叶片内腔结构,有利于后续叶片的优化设计。

参考文献:

 [1] 虞跨海,杨茜,岳珠峰.变壁厚涡轮冷却叶片参数化造型设计[J]. 机 械设计,2012,29(2): 5-8.
 YU Kuahai, YANG Xi, YUE Zhufeng. Parameterized molding design for

variable thickness cooling turbine blade [J]. Journal of Mechanical Design, 2012, 29(2): 5-8.(in Chinese)

- [2] 虞跨海,杨茜,罗昌金,等. 涡轮叶片二维冷却结构参数化设计技术 研究[J]. 燃气涡轮试验与研究, 2013,26(1):12-44.
 YU Kuahai,YANG Xi,LUO Changjin,et al. Parametric design method of 2D turbine blade cooling structure [J]. Gas Turbine Experiment and Research, 2013,26(1):12-44. (in Chinese)
- [3] 余伟巍,宋玉旺,席平. 基于离散数据点的变壁厚叶身参数化设计
 [J]. 北京航空航天大学学报,2008,34(11):1319-1322.
 YU Weiwei, SONG Yuwang, XI Ping. Parametric design of variationalwall-thickness blade body based on discrete data[J]. Journal of Beihang University 2008, 34(11):1319-1322. (in Chinese)
- [4] Qian Xiaoping, Dutta Deba. Design of heterogeneous turbine blade[J]. Computer-Aided Design, 2003, 35(3); 319–329.
- [5] 宋玉旺,余伟巍,朱剑,等. 变壁厚涡轮叶片参数化设计[J].计算机辅助设计与图形学学报,2008,20(3):304-309.
 SONG Yuwang,YU Weiwei,ZHU Jian,et al. Parametric design of turbojet blades with unequal thickness [J]. Journal of Computer-Aided Design and Computer Graphics,2008,20(3):304-309. (in Chinese)
- [6] Hasenjager M, Sendhoff B, Sonoda T, et al. Three dimensional aerodynamic turbine stator blade[R]. ASME 2005-GT-68680.
- [7] 虞跨海,王金生,杨茜,等. 基于近似的涡轮冷却叶片外形多学科设计优化[J]. 机械工程学报,2011,47(10):106-112.
 YU Kuahai,WANG Jinsheng,YANG Xi,et al. Multidisciplinary design optimization of cooling turbine blade profiles based on surrogate model [J]. Journal of Mechanical Engineering,2011,47 (10):106-112. (in Chinese)
- [8] 虞跨海,岳珠峰.涡轮冷却叶片参数化建模及多学科设计优化[J]. 航空动力学报,2007,22(8):1346-1351.

YU Kuahai, YUE Zhufeng. Parametric modeling and multidisciplinary design optimization for cooling turbine blade [J]. Journal of Aerospace

Power, 2007, 22(8): 1346-1351. (in Chinese)

- [9] Choi B K, Kim B H. Die cavity pocketing via cutting simulation [J]. Computer Aided Design, 1997, 29(12):837-846.
- [10] 倪萌,朱惠人,裘云,等. 航空发动机涡轮叶片冷却技术综述[J]. 燃 气轮机技术,2005,18(4):25-31.

NI Meng,ZHU Huiren,QIU Yun,et al. Review of aero-turbine blade cooling technologies [J]. Gas Turbine Technologys,2005,18 (4): 25-31. (in Chinese)

[11] 张立宁,张定华,陈志强.基于等距线的叶片截面中弧线计算方法[J]. 机械设计,2006,23(5):39-41.

ZHANG Lining, ZHANG Dinghua, CHEN Zhiqiang. Calculation method on central arced curve of blade section based on equidistance line[J]. Journal of Machine Design, 2006, 23(5): 39-41. (in Chinese)

[12] 王道钰,张红兵.叶片中弧线的数值计算方法 [J]. 流体工程, 1993,21(6):23-25.

WANG Daoyu,ZHANG Hongbing. Numerical calculation method of middle curves of blade [J]. Journal of Fluids Engineering,1993,21 (6):23-25. (in Chinese)

[13] 朱心雄. 自由曲线曲面造型技术 [M]. 北京:科学出版社,2000: 8-42.

ZHU Xinxiong. Modeling technology of free curve and surface [M]. Beijing:Science Press, 2000:8-42. (in Chinese)

[14] 徐士良. 数值分析与算法 [M]. 北京: 机械工业出版社,2007: 131-160.

XU Shiliang. Numerical analysis and algorithm [M]. Beijing: China Machine Press, 2007:131-160.

[15] 莫蓉,常智勇. 图表详解 UG NX 二次开发[M]. 北京:电子工业出版 社,2012:1-151.

MO Rong, CHANG Zhiyong. Chart of UG NX second development [M]. Beijing:Publishing House of Electronics Industry,2012:1-151. (in Chinese)

[16] 周临震,李青祝,秦珂. 基于 UG NX 系统的二次开发[M]. 镇江:江 苏大学出版社,2008:1-171.

ZHOU Linzhen, LI Qingzhu. Secondary development blased on NX system[M]. Zhenjiang: Jiangsu University Press, 2008:1-171.

[17] 侯永涛,丁向阳. UG/Open 二次开发与实例精解[M]. 北京:化学工业出版社,2007:2-66.

HOU Yongtao, DING XiangYang. UG/Open secondary development instance essence [M]. Beijing: Chemical Industry Press, 2007:2-66. (in Chinese)

(编辑:张宝玲)

基于微分进化算法的航空发动机模型修正

朱正琛,李秋红,王 元,潘鹏飞

(南京航空航天大学 江苏省航空动力系统重点实验室,南京 210016)

摘要:为了提高航空发动机性能仿真模型精度,采用微分进化算法对发动机部件特性进行修正。对微分进化算法进行改进,提 出折线式交叉变量变化方式,提高了算法的寻优能力。提出变步长牛顿 - 拉夫逊迭代算法,基于平衡方程残差范数变化趋势,改变 牛顿 - 拉夫逊算法迭代计算步长,提高了模型的收敛性和收敛速度。在设计点,对各部件特性、引气系数、总压恢复系数进行修正, 使修正后的模型输出与试验数据相匹配。仿真结果表明:改进后的牛顿 - 拉夫逊迭代算法收敛性更强、计算速度更快,修正后的各 输出参数的最大建模误差减小到 1.3762%,满足建模误差需求。

关键词:微分进化算法;牛顿-拉夫逊迭代算法;部件特性修正;折线式交叉变量;性能仿真模型;航空发动机 中图分类号:V233.7 **文献标识码:**A doi:10.13477/j.cnki.aeroengine.2016.01.011

Correction of Aeroengine Model Based on Differential Evolution Algorithm ZHU Zheng-chen, LI Qiu-hong, WANG Yuan, Pan Peng-fei

(Jiangsu Province Key Laboratory of Aerospace Power Systems, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: In order to enhance the accuracy of the model, Differential Evolution (DE) algorithm was used to modify the component characteristics of an aeroengine. DE algorithm was improved, the broken line style across-variable was put forward, the optimization ability of the algorithm was increased. A variable step-size Newton-Raphson iteration algorithm was proposed based on the variation tendency of the residue errors norm of the balance equations, which could adjust step-size of Newton-Raphson resulting in improving the convergent ability and convergent speed of the model. At the design point, the characteristics correction coefficients of components, air -entraining correction coefficients and pressure recovery correction coefficients were optimized to achieve high matching accuracy of engine model outputs to test data. The simulation results show that the model based on variable step-size Newton-Raphson method could achieve better convergent performance with less time. After correction of aeroengine model, the maximum error was reduced to 1.3762 % ,which satisfied the modeling requirement.

Key words: Differential Evolution(DE)algorithm; Newton-Raphson method; components characteristics modification; across-variable in broken line style; performance simulation model; aeroengine

0 引言

计算机仿真技术既能够大幅度缩减航空发动机 试车所需的时间和成本,避免试车时的不安全因素, 又能够完全获得各截面的参数,所以建立精确的发动 机性能仿真模型有重要意义。但由于加工误差及使用 过程中产生的性能蜕化等原因,所建立的仿真模型与 实际发动机之间存在一定差异。为了使发动机模型输 出参数更加精确,需要对发动机部件特性进行修正。 模型修正方案大致分2种。1种是在有较多试车 数据时,采用函数拟合的方法来获得发动机的部件特 性。文献[1~3]利用多组试车数据,采用拟合法近似获 得以3阶函数为表达形式的压气机增压比特性图。该 方法能够获得整个工作范围内的工作特性,但精度有 待提高。文献[4]利用优化算法求得不同状态点的修正 系数,而后拟合修正系数曲面,获得修正曲面后利用 插值方法求得各点对应的修正系数。另1种是当试车 数据较少时,在原有部件特性上进行修正。为了避免

收稿日期:2014-12-04 基金项目:国家重大基础研究项目资助 作者简介:朱正琛(1990),男,在读硕士研究生,研究方向为系统控制与仿真;E-mail:<u>985124853@qq.com</u>。

引用格式:朱正琛,李秋红,王元,等.基于微分进化算法的航空发动机模型修正[J].航空发动机,2016,42(1):53-58. ZHU Zhengchen,LI Qiuhong, WANG Yuan, et al. Correction of aeroengine model based on differential evolution algorithm [J]. Aeroengine, 2016, 42(1):53-58.

修正过程中的盲目性,国内外专家广泛采用优化算法 来实现模型输出与试验结果的匹配。文献[5-7]利用 最小二乘方法对模型进行修正;文献[8-10]采用遗传 算法对航空发动机部件特性进行修正。最小二乘法是 1种局部搜索算法,遗传算法又容易陷入局部最优, 同时其初始种群随机产生,初值不适宜,容易使模型 发散。

本文以某涡扇发动机模型为研究对象,采用微分 进化算法,利用发动机在设计点的试车数据,对模型 的部件特性、引气系数以及总压恢复系数进行修正, 减小建模的平均误差和最大误差。针对模型修正过程 中易出现的计算发散现象,提出变步长牛顿-拉夫逊 迭代算法,提高模型稳定性和收敛速度。

1 部件特性修正目标

部件特性是模型计算的基础,适宜的部件特性可 以提高模型精度。对于发动机来说,由于难以获得精 确的部件特性,在建模过程中通常使用通用特性,这 会直接影响到模型的精度,为此本文采用部件特性修 正因子对部件特性进行修正。以压气机的部件特性修 正为例,设其设计点给定的特性为(c_{π}, c_w, c_{η}),分别代 表压比、流量和效率。选择对应的部件特性的修正因 子为($\Delta c_{\pi}, \Delta c_w, \Delta c_{\eta}$)。修正后的模型新特性为($c_{\pi} \times \Delta c_{\pi}, c_w \times \Delta c_w, c_{\eta} \times \Delta c_{\eta}$)。

航空发动机模型是1个强耦合、强非线性的系统^[11],除部件特性以外的其他因素的变化同样会对模型的输出产生影响。本文在对部件特性进行修正的同时,考虑到模型的引气系数以及总压恢复系数与实际发动机设计状态的差异,将这些因素列入考量,以实现模型输出和试验数据的匹配^[12]。

修正因子选取见表 1。

表 1	待优化参数

参数类型		待优化	参数	
风扇特性修正系数	Δf_{π}	$\Delta f_{\rm w}$		Δf_η
压气机特性修正系数	$\Delta \mathtt{C}_{\pi}$	Δc_{w}		$\Delta \mathtt{C}_{\eta}$
高压涡轮特性修正系数	Δh_{π}	Δh_{w}		$\Delta \textbf{h}_{\eta}$
低压涡轮特性修正系数	ΔI_{π}	ΔI_w		ΔI_{η}
引气系数	$\delta_{3{\sf in}}$	$\delta_{3 ext{in1}}$		$\delta_{\scriptscriptstyle 31}$
总压恢复系数	$\sigma_{ ext{16}}$	$\sigma_7 \qquad \sigma_8$	$\sigma_{ extsf{B}}$	$\sigma_{\scriptscriptstyle 0}$

在表 1 中, Δf , Δc , Δh 分别代表风扇、压气机、高 压涡轮对应的修正因子; 下标中 π、w、η 分别对应压 比、流量、效率; δ_{3in} 为压气机中间级引气系数; δ_{31} 、 δ_{3in1} 为高、低压涡轮进口处引气分配系数; σ_0 、 σ_B 、 σ_7 、 σ_8 、 σ_{16} 分别为外涵道、进气道、燃烧室、掺混室、尾喷管所对应的总压恢复系数。

将修正后模型的输出与发动机真实数据的相对 误差作为评判模型精度的标准。定义目标函数

$$O_{f} = \sum_{i=1}^{M} a_{i} \cdot \left| \frac{y_{\text{Test}} - y_{\text{Model}}}{y_{\text{Test}}} \right| \times 100$$
 (1)

式中:M 为参与评判的参数的个数;a_i 为各参数的加权系数;y_{Test} 为试车数据;y_{Model} 为模型输出数据。 采用目标函数的倒数作为适应度函数

$$J=\frac{1}{O_{f}}$$
 (2)

模型输出与试验数据相对误差越大,O_f也就越 大,此时J也就越小,个体被淘汰的几率增大。式(1) 中的a_i并非一成不变,当最优适应度J超过20代不 发生变化时,找出相对误差最大的变量,增大其权值。 相应减小相对误差最小变量的权值。从而能够减小建 模最大误差,加快模型的收敛速度。

高、低压转速(N₂,N₁)的精度将直接影响到转速 线的确定,转速对精度起统领作用。本文要求高、低压 转速的精度均需达到 0.2%。若不能达到精度要求,则 降低个体的适应度,使其被淘汰的几率增大,即令

$$J=\frac{0.6}{O_f}$$
(3)

模型在设计点的优化过程如图 1 所示。



图 1 模型在设计点优化流程

采用1种合适的算法是模型修正的关键。微分进 化算法在解决复杂全局化最优化问题方面的性能更 加突出,过程也更加简单,受控参数少,被视为仿生智 能计算产生以来在算法结构方面取得的重大进展¹¹³。 因此本文采用微分进化算法对模型进行优化。

2 微分进化算法设计

作为 1种基于群体进化的仿生智能计算方法,微 分进化算法通过种群个体间的合作与竞争来实现对 优化问题的求解。设种群规模为 N_P,可行解空间的维 数为 D(本文中 D 为修正因子的个数)。首先,在问题 的可行解空间内随机产生初始种群 X(0)=($x_{1}^{0}, x_{2}^{0},$ …, x_{n}^{0}),其中, $x_{i}^{0}=(x_{i,1}^{0}, x_{i,2}^{0}, \dots, x_{i,D}^{0})$ 用于表征第 i 个个 体解。本文每个个体 x_i 表征 1 组修正因子。

微分进化算法的基本操作包括变异、交叉及选择 3种^[14]。通过这 3种操作使种群朝着种群适应度值变 大的方向进化,最终得到问题的最优解。

2.1 微分进化算法的基本操作

2.1.1 变异操作

生成变异向量 V_i

 $v_i = x_{r_1} + \mu \cdot (x_{r_2} - x_{r_3}), i = 1, 2 \cdots, N_P$ (4)

式中: $(\mathbf{x}_{r_1}, \mathbf{x}_{r_2}, \mathbf{x}_{r_3})$ 为在父代种群中随机选取的 3 个不同个体,且 $\mathbf{r}_1 \neq \mathbf{r}_2 \neq \mathbf{r}_3 \neq \mathbf{i}; \mu$ 为[0,2]间的实型放缩因子,用于控制差分向量 $(\mathbf{x}_{r_1}, \mathbf{x}_{r_2})$ 的影响。

放缩因子较小会引起算法过早收敛,较大的μ值 能提高算法跳出局部最优的能力,但当μ>1时,算法 的收敛速度会明显降低。放缩因子的经验选取范围为 0.5~0.9^[13],本文选取μ=0.6。

2.1.2 交叉操作

微分进化算法交叉操作的目的是通过变异向量 vi和目标向量 xi各维分量随机重组提高种群个体的 多样性。生成新的交叉向量 ui=(ui,1,ui,2,...,ui,D)

$$u_{i,j} = \begin{cases} v_{i,j}, r \leq C_R \vec{x} \ j = R_B \\ x_{i,j}, r \leq C_R \vec{x} \ j \neq R_B \end{cases}$$
(5)
(i=1,2,...,n; j=1,2,...,D)

式中:r为[0,1]间的随机数;R_B为[1,D]间的随机整数, 保证 u_i至少要从 v_i中获得1个元素,以确保有新的 个体生成,从而避免种群的进化停滞;C_R为[0,1]间的 常数,称为交叉变量,其选择将会影响种群进化的速 度和最优解的精度。

2.1.3 选择操作

微分进化算法的选择操作是1种"贪婪"选择模 式,当且仅当新的向量个体 u_i的适应度值比目标向 量个体 x_i的适应度值更好时,u_i才会被种群接受。选 择操作可描述为

$$\mathbf{x}_{i}^{t+1} = \begin{cases} \mathbf{u}_{i}, \mathbf{f}(\mathbf{u}_{i}) < \mathbf{f}(\mathbf{x}_{i}^{t}) \\ \mathbf{x}_{i}^{t}, & \text{else} \end{cases}$$
(6)

2.2 交叉变量的设置

在微分进化算法中,交叉变量在整个进化过程中 一般固定不变。这种做法虽然简单,但对于不同的优 化问题,参数设置各不相同,需要进行多次试验才能 确定合适的参数变化规律,提高算法的寻优能力。

本文提出1种折线式C_R的变化规律,在迭代初 期,保持较大的交叉变量,使得算法具有较快的收敛 速度;在迭代后期,保持较小的交叉变量,使得算法能 够在最优解附近进行细致搜索;在迭代中期,交叉变 量呈线性减小,使其变异概率逐渐减小。

	C _{R2}	t <g<sub>0</g<sub>	
$C_R(t) = $	C _{R2}	t>G-G ₀	(7)

|C_{R1}-(t-G₀)(C_{R1}-C_{R2})/(G-2G₀) else 式中:C_{R1}、C_{R2}分别为最大、最小交叉变量;G₀为保持交 叉变量不变的代数;t为当前代数;G为最大进化代数。

为了验证这种交叉变量的寻优效果,在通用测试 函数上对其开展仿真验证,并与 C_R 为常数和 C_R 呈线 性变化¹⁶的仿真结果进行对比。C_R 为常数时,根据常 规选择 C_R=0.6;C_R 呈线性时按文献[15]的变化规律为

C_R(t)=C_{R1}-t(C_{R1}-C_{R2})/G (8) 测试函数为

min f(x₁,x₂)=0.5+
$$\frac{(\sin\sqrt{x_1^2+x_2^2})^2-0.5}{(1+0.001(x_1^2+x_2^2))^2}$$

式中:-10.0≤x₁,x₂≤10.0。

该函数是 2 维的复杂函数,具有无数个极小值 点,在(0,0)处取得最小值 0。选取初始种群大小为 100,迭代次数为 100,C_{R1}=0.9,C_{R2}=0.1。

对于每种规律都独立重复运行 20 次,然后比较 算法 20 次运行的最优解和平均解。测试结果见表 2。

表 2 测试函数收敛精度的比较

方案	最优解	平均解
C _R 为常数	2.5687181e-008	4.81677e-06
C _R 线性变化	2.6264336e-009	1.66030e-07
C _R 折线变化	1.9431401e-011	9.76538e-10

从测试函数收敛结果的对比中可见,本文提出的 折线式交叉变量搜索方式最优解和平均解更接近目 标值"0",求解效果更佳,收敛精度更高。

在优化过程中,由于初始种群在给定的范围内随 机产生,且经过交叉变异也会产生一些偏离较远的个 体,可能会引起模型发散,使得优化中断,影响优化的 顺利进行。为此,本文对牛顿 - 拉夫逊迭代法进行改 进,提出基于发散判断的变步长牛顿 - 拉夫逊迭代算 法,能够基于平衡方程残差自适应调整计算步长,不 但能够避免迭代过程中的发散,而且可以提高模型的 收敛速度。

3 改进牛顿迭代法

基于稳态模型对发动机部件特性进行优化。发动 机处于稳定工作状态时,应满足各截面流量连续、静 压平衡和各转动部件的功率平衡。定义6个共同工作 方程

$$\begin{cases} (\eta_{ht}W_{ht}-W_{EX}-W_{c})/W_{c}=\varepsilon_{1} \\ (\eta_{lt}W_{lt}-W_{fan})/W_{fan}=\varepsilon_{2} \\ (P_{S6}-P_{S16})/P_{S16}=\varepsilon_{3} \\ (P_{C8}-P_{8})/P_{8}=\varepsilon_{4} \\ (Q_{41cX}-Q_{41c})/Q_{41cX}=\varepsilon_{5} \\ (Q_{45cX}-Q_{45c})/Q_{45cX}=\varepsilon_{6} \end{cases}$$
(9)

式中:ɛ_i(i=1,2,…6)为共同工作方程的残差;W_h为高 压涡轮的功率;W_c为高压压气机功率;η_t为高压涡轮 的效率;W_{EX}为高压涡轮的抽功量;W_t为低压涡轮的 功率;W_{EX}为高压涡轮的抽功量;W_t为低压涡轮的 功率;W_{EX}为高压涡轮的抽功量;P₃,为低压涡轮的效率;P₃,为 内涵出口静压;P₃₁₆为外涵出口静压;P₆,为由流量连 续算得的喷口总压;P₈为喷管出口背压;Q_{41cx}为根据 高压涡轮流量特性曲线计算出来的高压涡轮进口换 算流量;Q_{41c}为由高压涡轮导向器流入高压涡轮转子 的换算流量;Q_{45cx}为根据低压涡轮流量特性曲线插值 得到的低压涡轮换算流量;Q_{45c}为由低压涡轮导向器 进入低压涡轮转子的换算流量。

模型修正基于稳态模型展开,采用牛顿-拉夫逊 (N-R)迭代方法来求解满足误差要求的方程猜值。基本步骤是:先试给出方程的解 $v_i^{(0)}$ (称为初猜值),记平 衡方程为 $\varphi(v_i)$,代入方程计算 ε_i ,若满足残差要求, 初猜值即是方程的解,若不满足要求,则需对猜值进 行修正,下一步的猜值为

 $v(k+1)=v(k)-\lambda\Delta v(k)=v(k)-\lambda A^{-1}(k)\varepsilon(k)$ (10)

式中:k为 N-R 迭代次数;A 为基于平衡方程残差计 算出的雅克比矩阵。

当 | ɛ | < 10⁻⁶, i=1,2,…,6, 认为方程收敛, 迭代停止。

N-R法对于初始值的要求比较苛刻,在初始条件较恶劣的情况下,迭代收敛比较困难。在优化过程中,由于初始种群随机产生,在模型修正的过程中频 繁出现迭代不收敛的现象,会中断模型优化。在迭代时间方面,N-R法的计算步长λ固定,且需要重复计 算雅可比矩阵,较小的计算步长会使模型调用次数过 多,严重影响优化时间。目前在航空发动机数值计算 应用中,针对 N-R法的不足主要采取以下几种改进 方案:初值拟合法、部件特性扩展、变步长等^[16-18],主要 思路是通过改变初始条件从而改善算法本身的收敛 性和收敛速度。但这些方法会牺牲计算的实时性,且 不能改善算法本身在恶劣条件下的计算性能。

本文针对 N-R 法的不足,提出了基于发散判断 的变步长 N-R 算法(V-N-R)。采用平衡方程残差的 二范数值 *||ε|*| 的变化趋势来判断计算收敛或者发散 的趋势,在计算濒临发散时适当缩短步长 λ,避免程 序发散,在计算远离发散边界时适当增大步长 λ,加 快程序收敛速度。

 $\lambda(\mathbf{k+1}) = \begin{cases} 1.5\lambda(\mathbf{k}), \|\varepsilon(\mathbf{k+1})\| \leq \mathbf{a} \|\varepsilon(\mathbf{k})\| \\ \lambda(\mathbf{k})/3, \|\varepsilon(\mathbf{k+1})\| > \mathbf{a} \|\varepsilon(\mathbf{k})\| \end{cases}$ (11)

式中:a为发散判断系数,且当 λ >1时,令 λ =1。

大量仿真研究表明 $\|\epsilon(\mathbf{k}+1)\| > \|\epsilon(\mathbf{k})\|$ 的情况在 最终计算收敛的计算过程频繁出现,是1种正常现 象。而当 $\|\epsilon(\mathbf{k}+1)\| > 2\|\epsilon(\mathbf{k})\|$ 时,迭代计算趋于发散。

为验证基于发散判断的变步长 N-R 法的有效性,在相同初猜值条件下,给定不同修正因子,使得平衡方程的初始残差 2 范数值 ||*e*||不同,常规 N-R 法和 V-N-R 法模型运算结果对比见表 3。

从表 3 中可见,当步长较短和残差的 2 范数较小时,2 种方法都能收敛;当步长较大且残差 2 范数较大时,N-R 法易发散。而改进后的算法能够判断发散趋势、及时调整计算步长,避免了迭代发散现象。从上面的迭代次数看,V-N-R 法迭代次数明显少于常规N-R 法的,而每次迭代都需要调用 6 次模型来计算 雅可比矩阵,大幅减少了计算时间。

4 模型修正仿真结果

以 V-N-R 法进行模型稳态计算,采用改进后的 微分进化算法修正模型,最大和平均建模误差随进化

	表 3 牛顿法、改进牛顿法计算结果					
المال	计符正尺	N-	N-R法		V-N-R法	
8	日弁少い	结果	迭代次数	结果	迭代次数	
0.1700	0.1	收敛	117	收敛	5	
0.1700	0.2	收敛	53	收敛	5	
0.1700	0.25	收敛	41	收敛	5	
0.1700	0.4	收敛	23	收敛	4	
0.1700	0.5	收敛	17	收敛	5	
0.1700	0.8	收敛	8	收敛	5	
0.1700	1.0	收敛	5	收敛	5	
0.3955	0.1	收敛	120	收敛	9	
0.3955	0.5	收敛	21	收敛	5	
0.3955	1.0	收敛	15	收敛	10	
0.5761	0.1	收敛	135	收敛	8	
0.5761	0.2	收敛	63	收敛	8	
0.5761	0.25	收敛	50	收敛	9	
0.5761	0.4	发散	—	收敛	13	
0.5761	0.5	发散	—	收敛	23	
0.6730	0.1	收敛	143	收敛	31	
0.6730	0.2	发散	—	收敛	18	
0.6730	0.5	发散	—	收敛	27	
0.6730	1.0	发散	_	收敛	49	

代数变化曲线如图 2 所示。修正前、后各输出参数 援差对比如图 3 所示。



在图 3 中:N₁、N₂分别 为高、低压涡轮转速;P₂₅、



图 3 修正前、后截面参数对比

T₂₅分别为高压压气机进口总压、总温;P₃、T₃分别为 表高压压气机出口处总压、总温;Q₄₁、P₄₁分别为高压 涡轮进口燃气流量、总压;Q₄₅、P₄₅、T₄₅分别为低压涡轮 进口处燃气流量、总压、总温;P₄、T₄₅分别为低压涡轮 出口处总温、总压;Q₈、P₈、T₈分别为尾喷管出口处燃 气流量、总压、总温;F为发动机推力;sfc为耗油率。

从图 3 中可见,修正后的模型精度得到大大改善。平均建模误差由修正前的 2.3154%减小到

0.3888%。最大建模误差减小到 1.3762%,误差超过
1%的参数只有 P₄₆和 T₄₆,其他截面参数误差都低于
1%。满足了设计点精度误差小于 2%的指标。

4 结论

(1)对求解模型的 N-R 算法提出基于发散判断 机制的变步长改进,提高了模型的收敛性,加快了收 敛速度。

(2)对微分进化算法提出折线式交叉变量变化方式,提高了算法的寻优能力。

(3)以部件特性修正因子、引气系数以及总压恢 复系数为待优化参数,通过改进微分进化算法寻优, 使模型输出与试验数据相一致,达到了稳态模型建模 精度的要求。

参考文献:

- Kong C, Kho S, Ki J.Components map generation of a gas turbine using genetic algorithms [J]. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 2004, 128(1):92-96.
- [2] Kong C, Kho S, Ki J. Components map generation of a gas turbine using genetic algorithms and engine performance deck data [J]. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 2007, 129(2): 312-317.
- [3] 杨欣毅,刘海峰,董可海.依据实验数据求取航空发动机部件特性的新方法[J].航空计算技术,2009,39(3):48-51.
 YANG Xinyi,LIU Haifeng,DONG Kehai. A new component map gen-

eration method of aeroengine based on experimental data[J]. Aeronautical Computing Technique, 2009, 39(3); 48-51.(in Chinese)

[4] 杨欣毅,沈伟,王文,等.利用多状态试车数据修正发动机部件特性[J]. 航空动力学报,2012,27(8):1785-1791.

YANG Xinyi, SHEN Wei, WANG Wen, et al. Aeroengine component characteristic map correction using multi-state test data [J]. Journal of Aerospace Power, 2012, 27(8):1785-1791. (in Chinese)

- [5] LI Y G, Pilidis P, Newby M A. An artificial neural network approach to compressor performance prediction [J]. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 2005, 128(4):789–795.
- [6] 刘盾,江和甫,都庆福. 部件特性图的非线性最小二乘拟合修正[J]. 燃气涡轮试验与研究,2000,13 (4):18-21.

LIU Dun, JIANG Hepu, DU Qinfu. Component characteristics correction base on the nonlinear least-squares [J]. Gas Turbine Experiment and Research, 2000, 13(4):18-21.(in Chinese)

[7] 白磊,陈思兵,江和甫. 基于模型辨识的发动机部件特性修正研究 [J]. 燃气涡轮试验与研究,2009,22(3): 37-39.

BAI Lei, CHEN Sibing, JIANG Hepu. Investigation on correction methods of aeroengine components characteristics based on model i-dentification[J]. Gas Turbine Experiment and Research, 2009, 22(23): 37-39.(in Chinese)

- [8] 肖洪,刘振侠,廉筱纯.两种涡扇发动机部件特性自适应模型对比
 [J].中国民航大学学报, 2008, 26(3):17-19.
 XIAO Hong,LIU Zhenxia,LIAN Xiaochun. Comparison of two simulation models of turbofan component performance [J]. Journal of Civil Aviation University of China,2008,26(3): 17-19.(in Chinese)
- [9] Li Y G ,Marinai L, Lo G E, et al. Multiple point adaptive performance simulation tuned to aerospace tested-bed data[J]. Journal of Propulsion and Power, 2009, 25(3):635-641.
- [10] 刘永葆,贺星,黄树红. 基于改进遗传算法的燃气轮机自适应建模[J]. 航空动力学报,2012, 27(3):695-700.

LIU Yongbao, HE Xing, HUANG Shuhong. Adaptive simulation of gas turbine performance using improved genetic algorithm [J]. Journal of Aerospace Power, 2012, 27(3):695-700.(in Chinese)

- [11] 姜殿文. 航空发动机部件特性修正技术研究与控制系统设计[D].
 南京:南京航空航天大学, 2012.
 JIANG Dianwen.Research on aeroengine components characteristics correction technique and control system design [D]. Nanjing:Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2012. (in Chinese)
- [12] 潘鹏飞,李秋红,任冰涛,等. 基于遗传算法的航空发动机部件特性修正[J]. 北京航空航天大学学报,2014,40(5):690-694.
 PAN Pengfei,LI Qiuhong,REN Bingtao,et al. Component map correction of aeroengine based on genetic algorithm[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics,2014,40(5):690-694.(in Chinese)
- [13] 段海滨,张祥银,徐春芳. 仿生智能计算[M]. 北京:科学出版社, 2011:107-111.

DUAN Haibin, ZHANG Xiangyin, XU Chunfang. Bioinspired computing[M].Beijing: Science Press, 2011:107-111. (in Chinese) [14] 苏海军,杨煜普,王宇嘉.微分进化算法的研究综述[J].系统工程与 电子技术, 2008, 30(9): 1793-1797.

SU Haijun, YANG Yupu, WANG Yuja. Summary of differential evolution algorithm [J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2008, 30(9):1793-1797. (in Chinese)

- [15] 张炳才,秦四娟,乔世军,等.基于改进微分进化算法的电力系统 无功优化[J].电力系统保护与控制,2010(15):91-94.
 ZHANG Bingcai,QIN Sijuan,QIAO Shijun,et al. Reactive power optimization in power system based on modified differential evolution algorithm [J].Power System Protection and Control,2010(15):91-94. (in Chinese)
- [16] 苏三买, 陈永琴. 基于混合遗传算法的航空发动机数学模型解法
 [J]. 推进技术, 2008, 28(6): 661-664.
 SU Sanmai, CHEN Yongqin. Hybrid genetic algorithm in solving aeroengine nonlinear mathematical mode [J]. Journal of Propulsion Technology, 2008, 28(6):661-664. (in Chinese)
- [17] 王军,隋岩峰.求解航空发动机数学模型的迭代算法及其改进算法的收敛性研究[J].系统仿真学报,2014,26(2):310-314.
 WANG Jun,SUI Yanfeng. Study on convergence and improvement of iteration methods in aeroengine mathematical models [J]. Journal of System Simulation,2014,26(2):310-314. (in Chinese)
- [18] 陈玉春, 徐思远, 杨云铠. 改善航空发动机特性计算收敛性的方法
 [J]. 航空动力学报, 2008, 23(12):2242-2248
 CHEN Yuchun, XU Siyuan, YANG Yunkai. Research on the method to solve convergence problem in aeroengine performance computation
 [J]. Journal of Aerospace Power, 2008, 23(12): 2242-2248.(in Chinese)

(编辑:赵明菁)