文章编号:1000-8055(2013)08-1752-07

克努森数在微尺度相似流动特性研究中的作用

许艳芝，朱惠人，郑 杰
（西北工业大学 动力与能源学院，西安 710072）

摘 要：为了研究克努森数对微尺度相似流动的影响，选取孔径分别为 3，1，0.5，0.3 mm 的相似小孔模型并视流体为连续介质，在相同的雷诺数下对各尺度小孔流体克努森数不同和相同的情况进行数值模拟，计算小孔的质量流量系数并分析其内部流场特征. 结果表明：在相同的雷诺数下，原件与放大件的内部流场在克努森数相同时表现出更好的相似性，小孔质量流量系数也表现出更好的吻合性，因此在采用相似放大模型研究微小尺度结构的流动特性时，为了得到更为准确的结果，必须保证相似放大件和微尺度原件克努森数相同.

关 键 词：相似流动；克努森数；连续介质；质量流量系数；涡旋；边界
中图分类号：V231.1 **文献标志码**：A

Effect of Knudsen number on microscale similar flow characteristics

XU Yan-zhi, ZHU Hui-ren, ZHENG Jie
(School of Power and Energy,
Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: Four similar hole models with the aperture of 3, 1, 0.5 and 0.3 mm were selected, with the fluid regarded as continuous medium to investigate the effect of Knudsen number on the characteristics of microscale similar flow. The mass flow rate coefficient was calculated by numerical simulation when the Knudsen number of fluid with each scale pore was variable and constant at the same Reynolds number, and then the internal flow field was analyzed. The results show that when the Knudsen numbers of the four hole models are equal, the internal flow fields and the mass flow rate coefficients of different scale pores show a better similarity at the same Reynolds number, so it is required to ensure the same Knudsen number to get more accurate results in investigating the flow characteristics of microscale structure by amplificatory models.

Key words: similar flow; Knudsen number; continuum medium; mass flow rate coefficient; vortex; boundary

航空燃气涡轮发动机中燃烧室及其下游部件被称为高温部件，现代航空发动机的燃气温度已远远高于材料的耐热极限，因此必须对高温部件采取有效的冷却措施以保证其安全工作，以往有关冷却结构流动特性的研究主要是基于毫米以上的宏观尺度进行的，流态视为连续介质流动. 根据相关文献[1]将大于 1 mm 的尺度称为宏观尺度，1 μm～1 mm 的尺度称为微尺度，随着科技的发

收稿日期:2012-08-01
网络出版地址:http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2297.V.20130802.1224.201308.1752_010.html
基金项目:国家重点基础研究发展计划(2013CB035702)
作者简介:许艳芝(1987－)，女，河南洛阳人，硕士生，主要从事航空发动机微尺度结构流动与换热特性研究.

展,有关微尺度及更小尺度结构中的流动及换热研究已成为热点,并形成了新的研究方向[2-3]. Eringen[4]较早提出了微连续介质理论,认为微通道内的流动与传统流动有所不同,其他一些研究者[5-11]也通过一些理论和实验的方法研究了微尺度结构的流动换热特性,均表现出与宏观尺度流动的迥异性. 目前对航空发动机小尺度结构流动特性的研究方法主要是利用相似定理对原件进行放大研究,保证两类现象的同名定性准则数相等和单值性条件相似,定性准则数一般选取为雷诺数,并未直接考虑微流动时由于尺度减小所引起的附加效应的影响.

现有的理论主要是通过引入克努森数 Kn 来判别流态是否为连续体[12],航空发动机冷却结构研究的微尺度范围为 100 μm～1 mm,根据 Kn 的划分原则进行判断,其流态仍可视为连续介质,但已经比较接近连续与非连续体的划分界限,因此其流动特性是否与传统的宏观尺度流动有所不同,又应当如何研究此类尺度处于敏感区域的结构的流动换热特性,是一个值得探讨的问题. Kn 是与尺度有关的无量纲准则数,因此对 Kn 在连续介质微尺度相似流动中影响的研究就显得十分必要.

本文选取 4 个尺度的相似小孔模型(孔径分别取 3,1,0.5,0.3 mm),在连续介质流动的基础上,满足各尺度流动的单值性条件相似和雷诺数相等,分别对各尺度小孔的 Kn 不同和 Kn 相同的情况进行数值模拟计算,通过比较两种情况下各个模型小孔的质量流量系数变化,研究其内部流场的相似性,从而分析 Kn 对连续介质微尺度相似流动的影响,为连续介质流动基础上的微流动的放大相似研究提供理论支持.

1　数值计算方法

1.1　几何模型和参数定义

1.1.1　几何模型

本文以航空发动机空气系统中的典型结构孔元件为对象,对上述问题展开研究,具体几何模型如图 1 所示,其中包括三个部分:进气通道,小孔,出气通道. 小孔通道的直径为 d,孔长 $L'=2d$;进气道直径 $D=3d$,长度 $L_1=5d$;出气道直径 $D=3d$,长度 $L_2=30d$,小孔直径 d 分别取 3,1,0.5,0.3 mm.

为了得到更好的计算效果,本文计算的网格均采用结构化网格,在孔的侧壁添加边界层网格,并且使壁面上第 1 层网格中心的 y^+ 满足增强壁面函数的要求,同时为了减小网格的数量,对进气道和出气道远离孔口的部分采用较粗的网格,但是过渡均匀.

1.1.2　参数定义

克努森数表达为

$$Kn=\frac{\lambda}{L}=\frac{K_b T}{\sqrt{2}\pi\sigma^2}\times\frac{1}{pL} \tag{1}$$

Kn 为分子的自由程与特征尺度之比,对于气体,视为可用硬球模拟的理想气体,其平均自由程为分子碰撞之间的平均距离. 随着 Kn 的增加,稀薄效应会变得更为明显,从而导致连续模型不再成立,并且当 $Kn<0.001$ 时,流动可以视为连续介质流动,具有无滑移边界条件,当 $0.001<Kn<0.1$ 时,经过滑移边界条件处理,流动仍可视作连续介质流动,$0.1<Kn<10$ 为过渡区,当 $Kn>10$ 时,视为自由分子流.

式(1)中 λ 为分子的自由程;L 为几何特征尺度,本文中该值为小孔直径;K_b 为 Boltzmann 常数;σ 为分子直径;p 为流体压力,即 Kn 的定性压力;T 为流体热力学温度. 本文中影响 Kn 大小的因素主要是几何特征尺度和流体压力,选取小孔出口流体压力作为小孔流体 Kn 的定性压力.

雷诺数表示为

$$Re=\frac{\rho uL}{\mu}=\frac{4m_r}{\pi L\mu} \tag{2}$$

式中 m_r 为流体的质量流量;本文中该值为小孔直径;μ 为流体动力黏度,本文中因流体温度变化

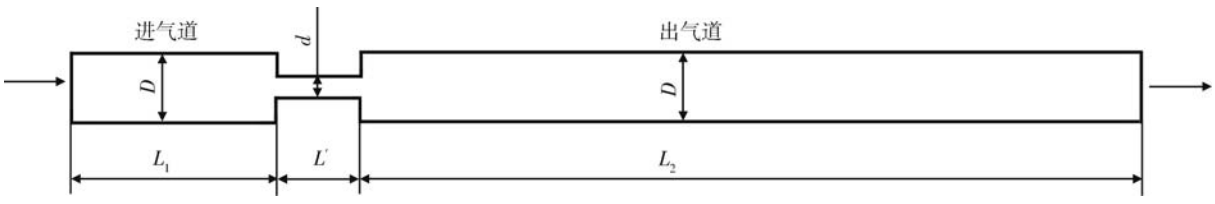


图 1　几何模型

Fig. 1　Geometric model

不大，该值为定值；ρ 为流体密度；u 为流体特征速度.

质量流量系数表达为

$$C_d = \frac{m_r}{A p_i^* \left(\frac{p_i^*}{p_0}\right)^{-\frac{\kappa+1}{2\kappa}} \sqrt{\frac{2\kappa}{(\kappa-1)R_g T}\left[\left(\frac{p_i^*}{p_0}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}-1\right]}} \tag{3}$$

小孔的通流特性通常用质量流量系数表示，它表征了小孔的流通能力和流动损失，在数值上等于单位时间流过小孔的实际质量流量与理论质量流量的比值. 式(3)中，m_r 为流体的质量流量，A 为流通面积，即小孔横截面积，$A=\pi d^2/4$，d 为小孔的直径；p_i^* 为流道进口总压；p_0 为小孔出口静压；κ 为气体等熵指数，空气取 1.4；R_g 为气体常数，空气取 286.7 J/(kg·K)；T 为流体热力学温度.

1.2 计算模型及边界条件

本文计算的小孔内的流体介质为空气，依据所使用的几何结构参数及气动参数可计算出所对应的 Kn 的范围为 2.21×10^{-4} 至 2.21×10^{-5}，故流动仍可视为连续介质流动，可采用 Navier-Stokes(N-S)方程进行求解，计算模型采用 Realizable k-ε 双方程湍流模型作为封闭方程. 考虑到微尺度结构中的流动可能具有较强的压降和可压缩性，以及随着流道表面积与体积比值的增加黏性力的影响越来越重要[13-14]，计算中所采用的壁面函数选取为增强壁面函数. 文中采用的求解方法为压力校正算法(SIMPLE)，通过对网格进行无关性验证，确定计算网格数在 99 万～250 万.

计算设定壁面为绝热条件及无滑移边界条件. 流道进口的边界条件为质量流量进口，根据雷诺数的定义可知，给定质量流量即给定小孔的雷诺数. 流道出口设定为压力出口，因流道出口和小孔出口压力相差较小，本文主要通过流道出口压力大小来调节小孔出口压力，从而控制 Kn 的大小.

2 计算结果及分析

本文选取质量流量系数来衡量小孔的流动特性，在满足单值性条件相似和同名准则数雷诺数相等条件下，对各尺度小孔流体 Kn 不同和相同的情况下的流动特性进行数值模拟对比分析，研究 Kn 在微尺度相似流动特性研究中的作用. 为了避免个体差异性，在 500～6 000 范围内选取了 10 个雷诺数进行计算.

2.1 计算结果

图 2 和图 3 分别展示了 Kn 不同和 Kn 相同时各尺度小孔质量流量系数变化情况，图中显示在相同的雷诺数下，小孔流体的质量流量系数随着特征尺寸的减小而增大，该变化趋势与文献[15]中的实验结果一致. 但是图 2 表明，孔径为 3 mm和 1 mm 的小孔质量流量系数随雷诺数增加的速率逐渐变小，直至趋近于 0，而孔径为0.5 mm 和 0.3 mm 的小孔质量流量系数随雷诺数增加的速率是先变小后增大，尤其是孔径为 0.3 mm 时体现得更为明显，因此随雷诺数增加，宏观尺度和微尺度小孔质量流量系数呈现的差异性也越来越明显. 而由图 3 可以看出，随着雷诺数的变化 4 个

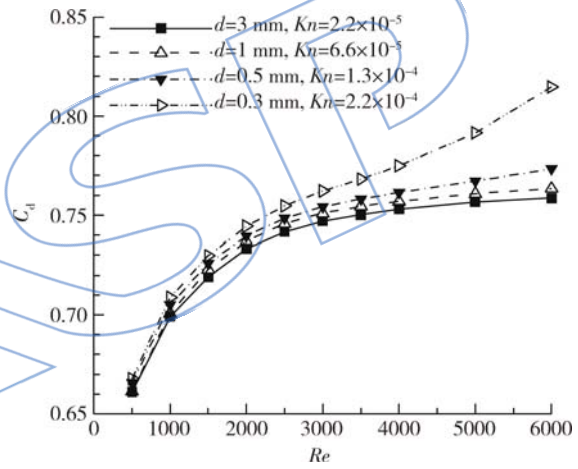


图 2 Kn 不同时各尺度小孔质量流量系数

Fig. 2 Mass flow rate coefficient of different scale pores with different Kn

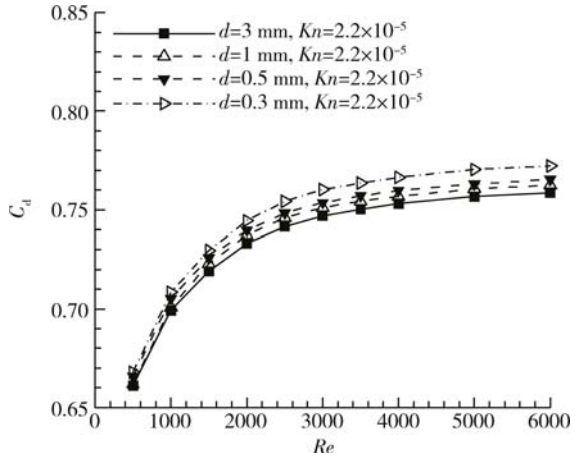


图 3 Kn 相同时各尺度小孔质量流量系数

Fig. 3 Mass flow rate coefficient of different scale pores with the same Kn

尺度小孔的质量流量系数不仅变化规律基本一致,而且在数值上也极为接近,特别是孔径为 0.3 mm和 3 mm 的质量流量系数与图 2 相比表现出了更好的吻合性.

通过图 2 和图 3 的比较可以看出 Kn 在雷诺数较低时对小孔质量流量系数的影响并不是很大.为了更加清楚地了解不同雷诺数下 Kn 对小孔质量流量系数的影响,本文使用质量流量系数的相对偏差 E_r($E_r=(C_d-C_{d3})/C_{d3}$,C_{d3} 为孔径为 3 mm 的质量流量系数)来表示各尺度 Kn 相同和不同时质量流量系数的吻合性,相对偏差越小则相似模拟的结果越吻合.值得说明的是,本文的计算表明孔径为 3 mm 的小孔有最小的质量流量系数,选取 3 mm 的质量流量系数作为参考值来计算其他尺寸小孔与它的相对偏差,在相同的雷诺数下该相对偏差相当于质量流量系数的最大相对偏差.图 4 给出了相对偏差随雷诺数的变化情况.

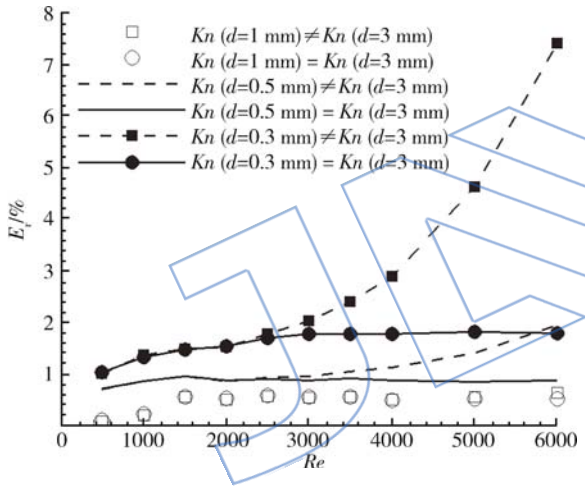


图 4　相对偏差随雷诺数变化

Fig. 4　Variation of relative error with Re

由图 4 可以看出,在相同的雷诺数下 Kn 对宏观尺度的相似计算结果影响不大,可以忽略;当对微尺度进行相似计算时 Kn 的影响在雷诺数大于 2300 时就不容忽视,而且 Kn 对相似计算结果的影响也随着雷诺数的增加而更加明显;在微尺度范围内,Kn 对相似流动的影响随着尺度的减小而增大.上述结果表明:计算结果的相似程度与尺度有关,而与尺度有关的无量纲准则数 Kn 在微尺度相似模拟中的影响是不可忽略的.

2.2　结果分析

质量流量系数计算考虑了进口突缩、孔内和出口突扩损失,因此这三个部分是影响小孔通流性能的主要因素.为了避免重复叙述,选取孔径分别为 0.3 mm 和 3 mm 的计算结果进行分析.

图 5 给出了雷诺数分别为 1000 和 6000 时的小孔局部流线图,可以看出小孔流体因突缩突扩形成的涡旋范围只随雷诺数变化,与尺度和 Kn 无关,因此在相同的雷诺数下各尺度质量流量系数表现差异性主要是孔内流场的影响.为了分析不同尺寸小孔流体 Kn 相同和不同时质量流量系数表现差异性的根本原因,通过观察小孔内部流动情况,分析 Kn 对流场的影响.

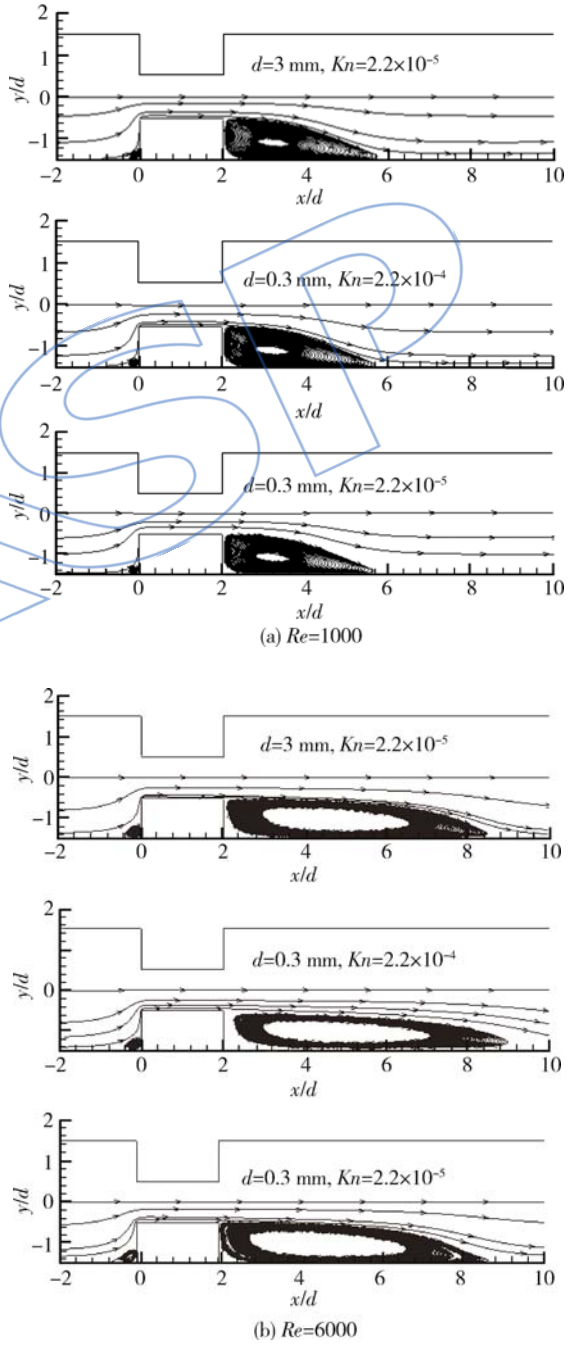


图 5　小孔局部流线图

Fig. 5　Flow line of local section of holes

图 6 为小孔进口位置示意图，图 7 和图 8 给出了不同尺度小孔在不同雷诺数和不同 Kn 时小孔进口处的流线. 流线图显示当流体进入小孔后会在 0.1d 的位置形成涡旋，而该涡旋会对孔流有阻碍作用，因此涡旋的范围会直接影响小孔的质量流量系数. 通过图 7 和图 8 中流线比较可以看出，Kn 不同时，孔径为 3 mm 和 0.3 mm 小孔进口处的涡旋范围随着雷诺数变化表现出不同的吻合性，当雷诺数为 1 000 时，两种孔径小孔进口处形成的涡旋范围基本相同，但是当雷诺数为 6 000 时，孔径为 3 mm 小孔进口处的涡旋范围出现明显增大，而 0.3 mm 小孔进口处的涡旋范围基本不变甚至变小；Kn 相同时，两种孔径进口处的涡旋范围在相同的雷诺数下表现出了极好的相似性.

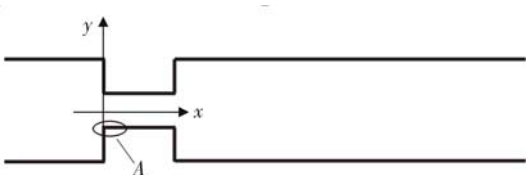
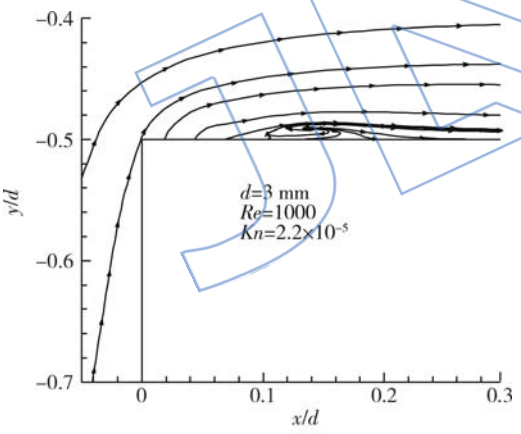
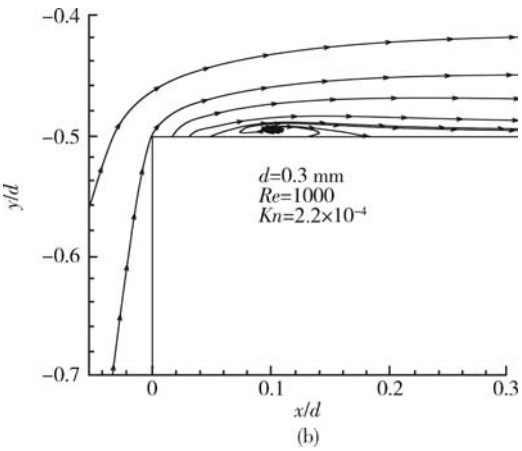


图 6 小孔进口位置示意图

Fig. 6 Sketch of inlet position of hole





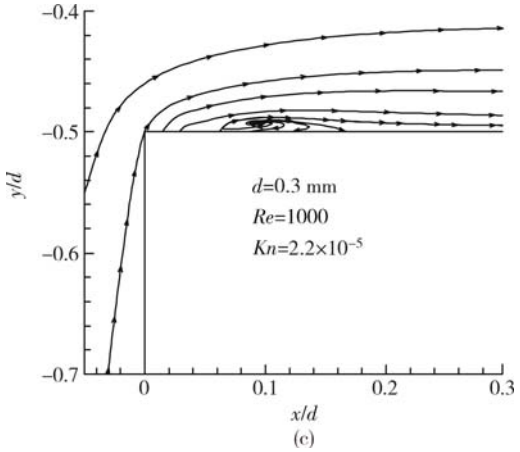
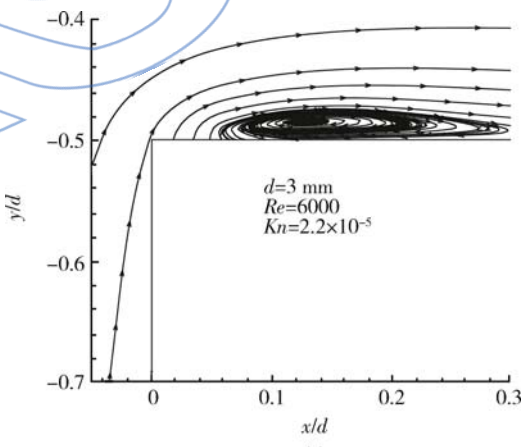
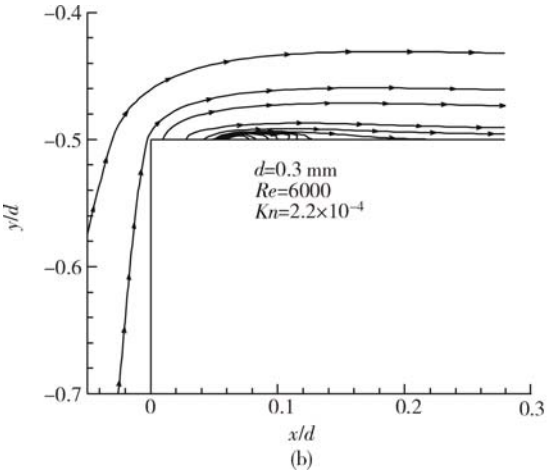


图 7 Re=1 000 时小孔进口处流线图

Fig. 7 Flow line of inlet position of holes with Re=1 000

孔内流动由于黏性力的作用会在孔壁上形成边界层，本文计算中将达到主流速度的 99%处的距离视为边界层厚度，而流体在距孔口一个孔径处边界层已具有恒定的厚度，在该处截面上将小孔中心流体速度视为主流速度 u_0，流体速度为 u，流体距中心的相对位置为 s，为了更好地比较不





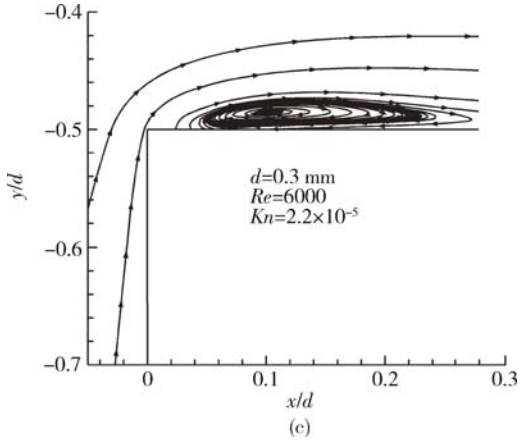


图 8　Re=6 000 时小孔进口处流线图

Fig. 8　Flow line of inlet position of holes with Re=6 000

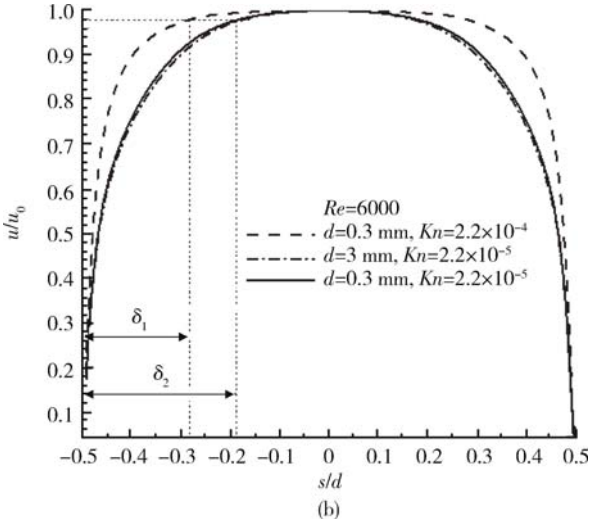
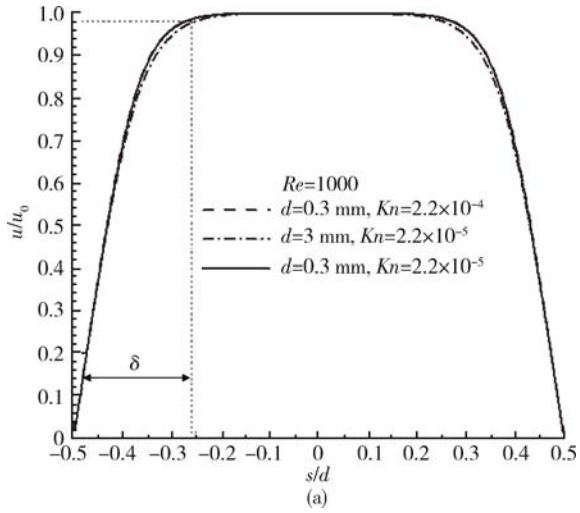


图 9　小孔内部边界层示意图

Fig. 9　Sketch of inner boundary of holes

同孔径小孔内部流体的边界层情况,流体所在的位置用无量纲距离 s/d 表示. 图 9 给出了小孔内部边界层示意图,可以看出,Kn 不同时,孔径为 0.3 mm 和 3 mm 小孔内部的速度梯度分布随雷诺数的不同表现出不同的特性,雷诺数为 1 000 时两种孔径小孔内速度梯度的分布基本相同,其流动边界层的无量纲厚度 δ 相等,可是当雷诺数为 6 000 时两种孔径小孔内速度梯度的分布表现出较大差异性,而且 0.3 mm 的小孔具有更薄的边界层;Kn 相同时,在相同的雷诺数下,两种孔径小孔内的速度梯度分布和边界层厚度表现出了极好的吻合性.

综上可知,当不同孔径流体的 Kn 不同时,小孔内部流场在不同的雷诺数下会表现出不同的吻合性,当雷诺数较低时,在小孔进口处形成的涡旋范围和孔内边界层厚度基本相同,故质量流量系数也基本相同;当雷诺数较高时,在小孔进口处形成的涡旋范围和孔内边界层厚度也表现出较大的差异性,故质量流量系数也出现较大的不同. 不同孔径流体 Kn 相同时小孔内部流场在相同的雷诺数下会表现出极好的吻合性,小孔进口处形成的涡旋范围和孔内边界层厚度也表现出高度的一致性,因此小孔的质量流量系数吻合极好.



3　结　论

为了研究 Kn 在微尺度相似流动中的作用,本文选取孔径分别为 3,1,0.5,0.3 mm 的相似小孔模型,在满足相同雷诺数的条件下分别对小孔流体 Kn 不同和 Kn 相同的情况进行了数值模拟计算分析,结果表明:

1) 当 Kn 不同时,各尺度小孔的内部流场在雷诺数较低时具有较好的相似性,但是当雷诺数增大时各尺度小孔的内部流场结构出现较大的差异性,此时质量流量系数吻合性变差.

2) 当 Kn 相同时,在相同的雷诺数下各尺度小孔内部流场结构具有很好的相似性,其质量流量系数表现出极好的吻合性.

3) 在连续介质假定下,采用相似放大模型研究微小尺度结构的流动特性时,为了得到更为准确的结果,必须保证相似放大件和微尺度原件 Kn 相同.

参考文献:

[1] 陶然,权晓波,徐建中. 微尺度流动研究中的几个问题[J]. 工程热物理学报,2001,22(5):575-577.
TAO Ran, QUAN Xiaobo, XU Jianzhong. Several quetions in research of micro scale flow[J]. Journal of Engineering

Theromophysics,2001,22(5):575-577. (in Chinese)

[2] 李战华,崔海航. 微尺度流动特性[J]. 机械强度,2001,23(4):476-480.
LI Zhanhua,CUI Haihang. Characters of micro scale flow [J]. Journal of Mechanical Strength, 2001, 23(4): 476-480. (in Chinese)

[3] 刘静. 微米/纳米尺度热科学与工程学中的若干重要问题和发展[J]. 物理,2001,30(7):398-406.
LIU Jing. Some important issues of micro/nano-scale thermal science and engineering[J]. Physic,2001,30(7):398-406. (in Chinese)

[4] Eringen A C. Simple microfluids[J]. International Journal of Engineering Science,1964,2(2):205-217.

[5] Mala G M,Li D Q. Flow characteristic of water in microtubes[J]. International Journal of Heat and Fluid Flow, 1999,20(2):142-148.

[6] Weilin Q, Mala G M, Dongqing L. Pressure-driven water flows in trapezoidal silicon microchannels[J]. International Journal of Heat and Mass Transfer,2000,43(3):353-364.

[7] Chen Y T,Kang S W,Tuh W C,et al. Experimental investigation of fluid flow and heat transfer in microchannels [J]. Tamkang Journal of Science and Engineering,2004,7(1):11-16.

[8] Gad-ei-Hak M. Fluid mechanics of microdevices: the freeman scholar lecture[J]. Journal of Fluids Engineering, 1999,121(2):5-33.

[9] LI Junming,WANG Buxuan,PENG Xiaofeng. A model for predicting laminar gas flow through micropassages[J]. Thermal Science,1997,6(4):279-285.

[10] LI Junming, WANG Buxuan, PENG Xiaofeng. Wall adjacent layer'analysis for develop-flow laminar heat of gases in microchannels[J]. International Journal of Heat and Mass Transfer,2000,43(5):837-847.

[11] AN Gang, LI Junming, WANG Buxuan. Laminar heat transfer of gas in a parallel-plate microchannel with one wall temperature constant and the other adiabatic[J]. Heat Transfer-Asian Research,2003,32(1):58-64.

[12] Beskok A. Validation of a new velocity-slip model for separated gas micro flows[J]. Numerical Heat Transfer,2001, 40(6):451-471.

[13] Pfahler J, Harley J, Bau H, et al. Gas and liquid flow in small channels[J]. ASME Dynamic Systems and Control Division,1991,32:49-60.

[14] 邬小波,过增元. 微细光滑管内气体的流动与传热特性研究[J]. 工程热物理学报,1997,18(3):326-330.
WU Xiaobo,GUO Zengyuan. Investigation of gas flow and heat transfer in smooth microtubes[J]. Journal of Engineering Thermophysics, 1997, 18(3): 326-330. (in Chinese)

[15] 张效伟,朱惠大,张霞,等. 小尺度孔的流量系数试验[J]. 航空动力学报,2010,25(11):2479-2485.
ZHANG Xiaowei, ZHU Huiren, ZHANG Xia, et al. Experiment of discharge coefficients for small scale cylindrical holes[J]. Journal of Aerospace Power, 2010, 25 (11): 2479-2485. (in Chinese)

JASP