doi:10.19306/j.cnki.2095-8110.2020.02.009

一种纬度估计算法优化及误差抑制技术研究

刘　洋,莫明岗,张吉先,郭玉胜,邓继权

(北京自动化控制设备研究所,北京 100074)

摘　要:在战时,舰船会由于卫星信号受干扰等情况影响而无法获取准确的当地地理位置信息。这就需要船舶能够在行进中估计纬度。为提高纬度估计精度,提出了一种舰船行进中纬度估计算法优化及误差抑制方法。首先利用重力加速度在惯性坐标系的投影,构建几何解析方程求解一定精度的纬度信息。通过选取重力加速度最优积分区间,提高了动基座条件下的纬度估计精度。行进中的舰船易受风浪等因素影响,导致罗经测量的地球自转角速度和重力加速度受到严重干扰,因此纬度估计精度下降。针对该问题,采用最小二乘拟合算法对外部扰动误差进行抑制。仿真结果表明,该方法能够有效提高舰船行进中的纬度估计精度。

关键词:纬度估计;积分优化;误差抑制;车载实验

中图分类号:TP273　　**文献标志码**:A　　**开放科学(资源服务)标识码(OSID)**:

文章编号:2095-8110(2020)02-0072-06

Research on Latitude Estimation Algorithm and Error Suppression Technology of Compass System

LIU Yang, MO Ming-gang, ZHANG Ji-xian, GUO Yu-sheng, DENG Ji-quan

(Beijing Institute of Automatic Control and Equipment, Beijing 100074, China)

Abstract: As it is difficult for ships to obtain accurate local geographic information during wartime due to satellite interference and other conditions, it is necessary for the ship to be able to estimate latitude during the voyage. In order to improve the accuracy of latitude estimation, a ship latitude estimation error suppression method is proposed. First, the projection of gravity acceleration in the inertial coordinate system is used to construct geometric analytical equation to solve latitude information with certain precision. By selecting the best integral interval of gravity acceleration, the latitude estimation accuracy under the condition of moving base is improved. Affecting factors such as wind and waves during the sailing of a ship, seriously interferes the measurement of the earth's rotation angular velocity and gravitational acceleration measured by the compass, resulting in the decrease of latitude estimation accuracy. To solve this problem, the least square fitting method is used to suppress the external disturbance error. The simulation results show that this method can effectively improve the accuracy of ship latitude estimation during the voyage.

Key words: Latitude estimation; Integral optimization; Error suppression; Vehicle experiment

收稿日期:2019-06-22;**修订日期**:2019-11-08

基金项目:装发预研课题(41417050301)

作者简介:刘洋(1995-),男,硕士研究生,助理工程师,主要从事制导控制方面的研究。E-mail:1243101007@qq.com

0　引言

通常情况下，惯导系统初始对准需要外部输入具有一定精度的当地地理纬度。然而对于航海用惯导系统，舰船在战时会遇到卫星信号受干扰等情况导致无法获取准确的当地地理位置信息，这就要求惯导系统具备舰船航行中自寻纬度的能力[1-3]。文献[2]提出了一种晃动基座纬度估计方法，通过惯性系下不同时刻重力加速度向量的夹角求取纬度，但该方法无法适用于动基座情况。文献[3]在该方法的基础上，提出了一种航行中纬度估计方法，通过引入计程仪辅助速度信息，补偿由于载体机动所产生的误差[4]。为降低惯性器件测量噪声的影响[5]，在计算过程中对测量的重力加速度进行积分以提高纬度估计精度[6]，但该方法对重力加速度积分时，积分区间的选择没有充分利用所有的测量信息[7]，使纬度估计精度受到一定影响。

本文提出了一种惯导系统行进中纬度估计算法优化及误差抑制方法，首先分析了纬度估计的主要误差来源。在此基础上，对重力加速度积分区间的选取进行推导并给出了最优积分区间的选取方式，充分利用了整个纬度估计时间内的所有采样信息，提高了纬度估计精度。另外针对舰船在航行中受到的外部扰动，采用最小二乘拟合的方式，对陀螺和加速度计的测量误差进行抑制，提高了舰船行进中惯导系统的纬度估计精度。

1　纬度估计方法

将任意起始时刻 t_0 的载体坐标系设为凝固惯性坐标系($ib0$)[8]，载体坐标系随地球一起转动而凝固惯性坐标系保持不变。随着地球的转动，重力加速度在惯性空间内的方向会发生改变。2 个不同时刻 t_1 和 t_2 的 g_1^{ib0}、g_2^{ib0} 之间的夹角与纬度 L 之间存在几何关系，可以通过求出 θ 角来间接地求取纬度 L[9]。海上航行中自寻纬度的基本原理如图 1 所示。

设对准初始时刻 t_1 系统位于 A 点，经过一段时间，t_2 时刻系统位于 B 点。可以得到

$$|\boldsymbol{Ao}'|=|\boldsymbol{Bo}'|=|\boldsymbol{Ao}|\cos\boldsymbol{L} \tag{1}$$

从而有

$$|\boldsymbol{AB}|=2|\boldsymbol{Ao}'|\sin\frac{\alpha}{2}=2|\boldsymbol{Ao}|\cos\boldsymbol{L}\sin\frac{\alpha}{2} \tag{2}$$

又因为

$$\sin\frac{\theta}{2}=\frac{|\boldsymbol{AB}|/2}{|\boldsymbol{Ao}|} \tag{3}$$

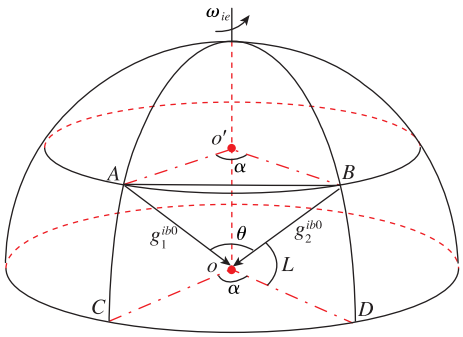

图 1　海上航行中自寻纬度示意图

Fig. 1　Self-seeking of latitude in sea navigation

根据式(1)～式(3)可以得到

$$\cos\boldsymbol{L}=\frac{\sin\frac{\theta}{2}}{\sin\frac{\alpha}{2}} \tag{4}$$

角度 θ 可以根据 t_1 和 t_2 时刻的重力加速度投影 $\boldsymbol{g}_1^{ib0}$ 与 $\boldsymbol{g}_2^{ib0}$ 获得，参照图 1 可得

$$\cos\theta=\frac{\boldsymbol{g}_1^{ib0}\cdot\boldsymbol{g}_2^{ib0}}{\|\boldsymbol{g}_1^{ib0}\|\|\boldsymbol{g}_2^{ib0}\|} \tag{5}$$

其中

$$\boldsymbol{g}^{ib0}=\boldsymbol{C}_b^{ib0}\times(\dot{\boldsymbol{v}}^b+(\boldsymbol{\omega}_{ib}^b+\boldsymbol{\omega}_{ie}^b)\times\boldsymbol{v}^b-\boldsymbol{f}_{ib}^b) \tag{6}$$

式中，$\boldsymbol{\omega}_{ib}^b$ 为陀螺输出角速率，$\boldsymbol{f}_{ib}^b$ 为加速度计测量的加速度，$\boldsymbol{v}^b$ 为舰船行驶速度，$\boldsymbol{C}_b^{ib0}$ 为载体坐标系到惯性凝固坐标系的坐标转换矩阵，$\boldsymbol{\omega}_{ie}^b$ 为地球自转角速率在载体坐标系的投影。

为降低测量噪声的影响，现有的方法是在 t_0 到 t_1 时间内对 $\boldsymbol{g}^{ib0}$ 求积分，得到 $\Delta\boldsymbol{v}_1^{ib0}$，在 t_0 到 t_2 时间内对 $\boldsymbol{g}^{ib0}$ 求积分，得到 $\Delta\boldsymbol{v}_2^{ib0}$，即

$$\begin{cases}\Delta\boldsymbol{v}_1^{ib0}=\int_{t_0}^{t_1}\boldsymbol{g}^{ib0}\mathrm{d}t\\ \quad=\int_{t_0}^{t_1}\boldsymbol{C}_b^{ib0}(\dot{\boldsymbol{v}}^b+(\boldsymbol{\omega}_{ib}^b+\boldsymbol{\omega}_{ie}^b)\times\boldsymbol{v}^b-\boldsymbol{f}_{ib}^b)\mathrm{d}t\\ \Delta\boldsymbol{v}_2^{ib0}=\int_{t_0}^{t_2}\boldsymbol{g}^{ib0}\mathrm{d}t\\ \quad=\int_{t_0}^{t_2}\boldsymbol{C}_b^{ib0}(\dot{\boldsymbol{v}}^b+(\boldsymbol{\omega}_{ib}^b+\boldsymbol{\omega}_{ie}^b)\times\boldsymbol{v}^b-\boldsymbol{f}_{ib}^b)\mathrm{d}t\end{cases} \tag{7}$$

可以得到

$$\cos\theta=\frac{\Delta\boldsymbol{v}_1^{ib0}\cdot\Delta\boldsymbol{v}_2^{ib0}}{\|\Delta\boldsymbol{v}_1^{ib0}\|\|\Delta\boldsymbol{v}_2^{ib0}\|} \tag{8}$$

角度 α 根据时间 t_1 与 t_2 得到

$$\alpha=\omega_{ie}\times(t_2-t_1) \tag{9}$$

式中，ω_{ie} 为地球自转角速率。

2　纬度估计最优积分区间选取

根据纬度估计算法可以得到，纬度估计误差主

要来自于不同时间段内重力加速度的积分 $\Delta \boldsymbol{v}_1^{ib0}$ 与 $\Delta \boldsymbol{v}_2^{ib0}$ 之间的夹角 θ 的计算误差，以及地球自转角度 α 的计算误差。

2.1 角度 θ 的最优区间分析

假定纬度估计总时间为 T，将其分为 n 个独立均匀分布的测量采样周期 Δt，$\Delta \boldsymbol{v}_1^{ib0}$ 和 $\Delta \boldsymbol{v}_2^{ib0}$ 即为不同区间内重力加速度的积分[10]。根据纬度估计过程可知，$\Delta \boldsymbol{v}_1^{ib0}$ 和 $\Delta \boldsymbol{v}_2^{ib0}$ 的积分区间可以是 $\Delta t \sim n\Delta t$ 之间的任意长度，如图 2 所示。通过对不同积分区间的方差分析可以得到最优区间选取方法[11]。

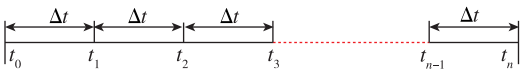

图 2 积分区间示意图

Fig. 2 Integral interval diagram

2 个时刻的速度值 $\boldsymbol{v}_{i+1}^{ib0}$ 和 $\boldsymbol{v}_i^{ib0}$ 相减可以得到这段时间内的速度增量 $\Delta \boldsymbol{v}_i^{ib0}$

$$\begin{cases} \Delta \boldsymbol{v}_i^{ib0} = \boldsymbol{v}_{i+1}^{ib0} - \boldsymbol{v}_i^{ib0} \\ \quad = \int_{t_0}^{t_{i+1}} \boldsymbol{C}_b^{ib0} (\dot{\boldsymbol{v}}^b + (\boldsymbol{\omega}_{ib}^b + \boldsymbol{\omega}_{ie}^b) \times \boldsymbol{v}^b - \boldsymbol{f}_{ib}^b) \mathrm{d}t \\ \quad - \int_{t_0}^{t_i} \boldsymbol{C}_b^{ib0} (\dot{\boldsymbol{v}}^b + (\boldsymbol{\omega}_{ib}^b + \boldsymbol{\omega}_{ie}^b) \times \boldsymbol{v}^b - \boldsymbol{f}_{ib}^b) \mathrm{d}t \\ i \in N^+ \ \& i \leqslant n \end{cases} \tag{10}$$

根据式(10)可将用于计算角度 θ 的速度增量记为

$$\begin{cases} \Delta \boldsymbol{v}_1^{ib0} = \boldsymbol{v}_2^{ib0} - \boldsymbol{v}_1^{ib0} \quad \Delta \boldsymbol{v}_2^{ib0} = \boldsymbol{v}_3^{ib0} - \boldsymbol{v}_2^{ib0} \\ \qquad \vdots \\ \Delta \boldsymbol{v}_{n-1}^{ib0} = \boldsymbol{v}_{n-1}^{ib0} - \boldsymbol{v}_{n-2}^{ib0} \quad \Delta \boldsymbol{v}_n^{ib0} = \boldsymbol{v}_n^{ib0} - \boldsymbol{v}_{n-1}^{ib0} \end{cases} \tag{11}$$

根据方差计算公式，速度增量 $\Delta \boldsymbol{v}_i^{ib0}$ 的方差 $\sigma_{\Delta v}^2$ 是测量的速度向量 $\boldsymbol{v}_i^{ib0}$ 方差 σ_v^2 的 2 倍，因此归一化方差如下

$$\sigma_{\Delta v}^2 = \frac{2\sigma_v^2}{|\Delta \boldsymbol{v}_i^{ib0}|^2} \tag{12}$$

其中，σ_v^2 是速度测量的方差。为了引入重力矢量 $\boldsymbol{g}^{ib0}$

$$|\Delta \boldsymbol{v}_i^{ib0}| \approx \boldsymbol{g}^{ib0} \Delta t \tag{13}$$

$$\sigma_{\Delta v}^2 = \frac{2\sigma_v^2}{(\boldsymbol{g}^{ib0})^2 \Delta t^2} \tag{14}$$

由式(14)可以分析出，为了使采样后方差变小，应通过增大分母的方式，这就需要扩大 $\Delta \boldsymbol{v}^{ib0}$ 的积分范围，将式(11)改为

$$\begin{cases} \Delta \boldsymbol{v}_1^{ib0} = \boldsymbol{v}_{m+1}^{ib0} - \boldsymbol{v}_1^{ib0} \\ \Delta \boldsymbol{v}_2^{ib0} = \boldsymbol{v}_{m+2}^{ib0} - \boldsymbol{v}_2^{ib0} \\ \qquad \vdots \\ \Delta \boldsymbol{v}_m^{ib0} = \boldsymbol{v}_{2m}^{ib0} - \boldsymbol{v}_m^{ib0} \\ m \in N^+ \ \& m \leqslant \dfrac{n}{2} \end{cases} \tag{15}$$

当 m 取最大值 $\frac{n}{2}$ 时

$$|\Delta \boldsymbol{v}_m^{ib0}| \approx m\boldsymbol{g}^{ib0} \Delta t = \frac{n}{2} \boldsymbol{g}^{ib0} \Delta t \tag{16}$$

从而

$$\begin{aligned} \sigma_{\Delta v}^2 &= \frac{2\sigma_v^2}{|\Delta \boldsymbol{v}_i^{ib0}|^2} = \frac{2\sigma_v^2}{\left(\frac{n}{2}\right)^2 (\boldsymbol{g}^{ib0})^2 \Delta t^2} \\ &= \frac{8\sigma_v^2}{n^2 (\boldsymbol{g}^{ib0})^2 \Delta t^2} \end{aligned} \tag{17}$$

由此可知，积分区间越大方差越小，且当重力加速度积分区间为 $\frac{n}{2}\Delta t$ 时能达到 θ 的最大精度。式(7)应变为

$$\begin{cases} \Delta \boldsymbol{v}_1^{ib0} = \int_{t_0}^{t_1} \boldsymbol{g}^{ib0} \mathrm{d}t \\ \quad = \int_{t_0}^{t_1} \boldsymbol{C}_b^{ib0} (\dot{\boldsymbol{v}}^b + (\boldsymbol{\omega}_{ib}^b + \boldsymbol{\omega}_{ie}^b) \times \boldsymbol{v}^b - \boldsymbol{f}_{ib}^b) \mathrm{d}t \\ \Delta \boldsymbol{v}_2^{ib0} = \int_{t_1}^{t_2} \boldsymbol{g}^{ib0} \mathrm{d}t \\ \quad = \int_{t_1}^{t_2} \boldsymbol{C}_b^{ib0} (\dot{\boldsymbol{v}}^b + (\boldsymbol{\omega}_{ib}^b + \boldsymbol{\omega}_{ie}^b) \times \boldsymbol{v}^b - \boldsymbol{f}_{ib}^b) \mathrm{d}t \end{cases} \tag{18}$$

2.2 角度 α 的最优区间分析

对于式(4)当重力积分区间确定后，纬度估计的精度还受地球自转角 α 的影响。由于对重力加速度积分[12]后得到的第一、第二段速度增量可以有交错的部分，如图 3 所示，所以自转角 α 的取值可以是

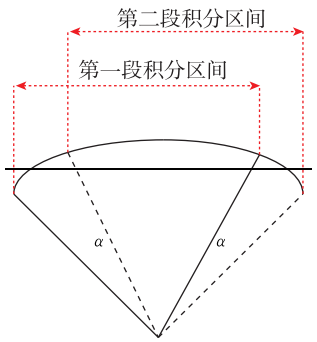

图 3 积分区间与地球自转角 α 的关系

Fig. 3 Relationship between the integral interval and the rotation angle of the earth

在 $w_{ie}\Delta t \sim w_{ie}\dfrac{n}{2}\Delta t$ 之间。

因地球自转角速度的数量级相对于速度增量很小，分母值过小会导致计算奇异[13]。所以为了提高估计精度，在分子固定的情况下尽量提高 α，由图 3 可知，α 的最大值是在 2 段积分区间刚好不交错时，即地球自转时间与重力加速度积分时间相等

$$\alpha = w_{ie} \times \frac{n}{2}\Delta t \tag{19}$$

3　外部扰动误差抑制

当船在行进过程中，由于载体受到外界环境或自身因素影响，如风浪、发动机振动等[14]，使得惯导系统测量得到的地球自转角速度和重力加速度值相对于静基座的测量结果受到严重干扰，其中线振动干扰是一个重要环节[15]。

采用最小二乘算法对包含线振动干扰的速度矢量进行拟合，利用拟合结果进行姿态矩阵解算以抑制线振动干扰的影响。

由比力方程可知，对于速度模型

$$\Delta \boldsymbol{v}^{ib0}(t) = \boldsymbol{C}_{i_n}^{i_b}\boldsymbol{v}^{i_n}(t) - \boldsymbol{C}_{i_n}^{i_b}\boldsymbol{v}_{en}^{n}(0) + \boldsymbol{C}_{i_n}^{i_b}\boldsymbol{C}_{n}^{i_n}\boldsymbol{v}_{en}^{n} + \boldsymbol{C}_{i_n}^{i_b}\int_0^t \boldsymbol{C}_{n}^{i_n}\boldsymbol{w}_{ie}^{i_n}\boldsymbol{v}_{en}^{n}\,\mathrm{d}t \tag{20}$$

其中

$$\boldsymbol{v}^{i_n}(t) = -\int_0^t \boldsymbol{C}_{n}^{i_n}\boldsymbol{g}^{n}\,\mathrm{d}t = \begin{bmatrix} -g_0 \times \sin\boldsymbol{L} \times \cos\boldsymbol{L} \times \left(\dfrac{\sin w_{ie}t}{w_{ie}} - t\right) \\ g_0 \times \cos^2\boldsymbol{L} \times \dfrac{\sin w_{ie}t}{w_{ie}} + g_0 \times t \times \sin^2\boldsymbol{L} \\ g_0 \times \cos\boldsymbol{L} \times \dfrac{1-\cos w_{ie}t}{w_{ie}} \end{bmatrix} \tag{21}$$

式中，$g_0 = 9.780325$。

惯性系粗对准一般在短时间内完成，这时可做如下近似

$$\begin{cases} \sin w_{ie}t \approx w_{ie}t - \dfrac{w_{ie}^3}{6}t^3 \\ \cos w_{ie}t \approx 1 - \dfrac{w_{ie}^2}{2}t^2 \end{cases} \tag{22}$$

$\boldsymbol{v}^{i_n}(t) = -\int_0^t \boldsymbol{C}_{n}^{i_n}\boldsymbol{g}^{n}\,\mathrm{d}t$ 可以近似为关于时间 t 的三阶多项式，又因式(20)左侧与右侧相等所以左侧 $\Delta\boldsymbol{v}^{ib0}(t)$ 可近似为关于时间 t 的三阶多项式。

为了克服扰动的影响，提高 $\boldsymbol{v}^{i_n}(t) = -\int_0^t \boldsymbol{C}_{n}^{i_n}\boldsymbol{g}^{n}\,\mathrm{d}t$ 的估计精度，加快其收敛速度，整秒时刻采用递推最小二乘估计算法对 $\Delta\boldsymbol{v}^{ib0}$ 进行三阶曲线拟合，满足

$$\Delta\hat{\boldsymbol{v}}^{ib0}(t) = at^3 + bt^2 + ct + d \tag{23}$$

拟合后式(8)等价于

$$\cos\theta = \frac{\Delta\hat{\boldsymbol{v}}_1^{ib0} \cdot \Delta\hat{\boldsymbol{v}}_2^{ib0}}{\|\Delta\hat{\boldsymbol{v}}_1^{ib0}\|\,\|\Delta\hat{\boldsymbol{v}}_2^{ib0}\|} \tag{24}$$

4　仿真验证

4.1　仿真条件

为模拟舰船在航行中的真实运动情况，假设典型海况下摇摆模型为

$$\begin{cases} \gamma = 15^\circ \times \sin(2\pi t/10) \\ \varphi = 20^\circ \times \sin(2\pi t/9) \\ \theta = 10^\circ \times \sin(2\pi t/8) \end{cases} \tag{25}$$

式中，γ、φ 和 θ 分别为系统的横滚角、航向角和俯仰角，t 为时间。

设舰船初始速度为 10m/s，充分考虑惯导系统的器件精度以及电磁计程仪的测量精度，仿真中各项误差设定如所表 1 示。

表 1　仿真误差设置

Tab. 1　Simulation error setting

器件	误差项
陀螺	零偏：0.01(°)/h 随机游走：0.0005(°)/$\sqrt{\mathrm{h}}$
加速度计	零偏：100μg 随机游走：0.00005$\mu g/\sqrt{\mathrm{Hz}}$
计程仪	随机噪声：0.1m/s

4.2　仿真结果

为了检验优化区间后对纬度估计精度的影响，分别在纬度 20°、40°、60°和 80°进行仿真，截取 100 条次数据进行验证(实际使用数据 600s，每次读取数据起始点都向后推 5s)，启动时间为 100s。两种积分区间选取效果对比，虚线是优化积分区间，实线是采用了原方法，如图 4～图 7 所示。

改进后的纬度估计精度有了较大的提高，取 100 条次仿真验证，纬度估计误差缩小 0.3°以上，估计结果如表 2 所示。

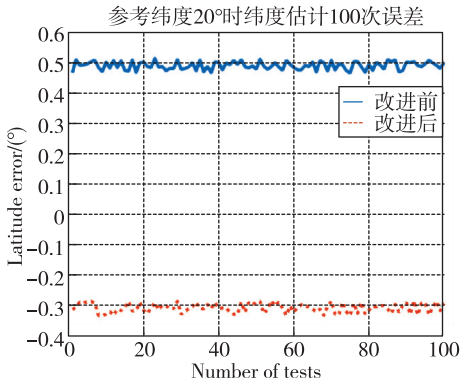

图 4　20°时纬度估计仿真结果

Fig. 4　Latitude estimation simulation results at a reference latitude of 20°

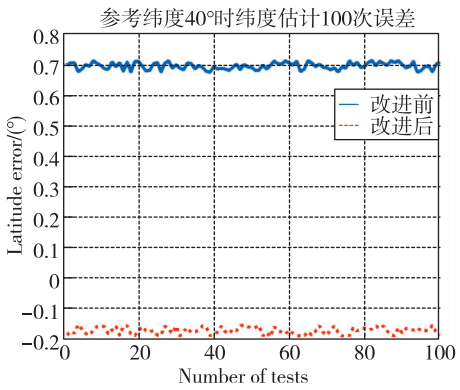

图 5　40°时纬度估计仿真结果

Fig. 5　Latitude estimation simulation result at a reference latitude of 40°

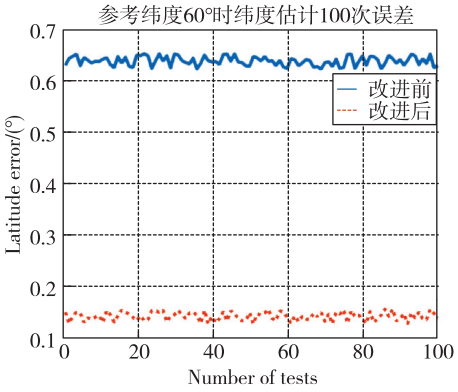

图 6　60°时纬度估计仿真结果

Fig. 6　Latitude estimation simulation results at a reference latitude of 60°

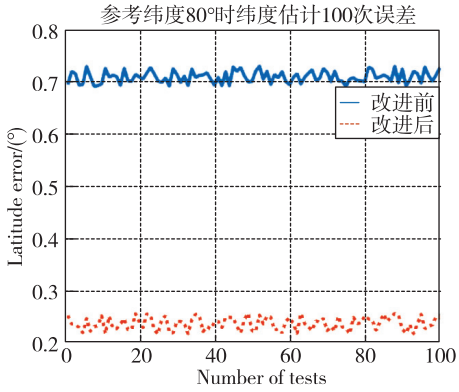

图 7　80°时纬度估计仿真结果

Fig. 7　Latitude estimation simulation results at a reference latitude of 80°

表 2　动基座下纬度估计结果

Tab. 2　Latitude estimation results under the moving base

给定纬度/(°)	20	40	60	80
改进后估计误差/(°)	−0.27983	−0.20713	0.13638	0.2365
改进前估计误差/(°)	0.51367	0.69026	0.63584	0.71085

4.3　车载试验验证

为了进一步验证算法的有效性，利用某型光纤捷联惯导系统车载数据进行仿真，所用惯导系统陀螺零偏 0.01(°)/h，加表零漂 100μg。跑车轨迹为匀速直航，速度约为 10m/s。纬度估计时间为 100s，截取 100 条次数据进行验证，纬度估计误差结果如图 8 所示。

经 100 次车载试验误差结果表明，采用优化的积分区间并对外部扰动误差抑制后的纬度估计均值从 0.77°缩小到 0.34°，如表 3 所示。

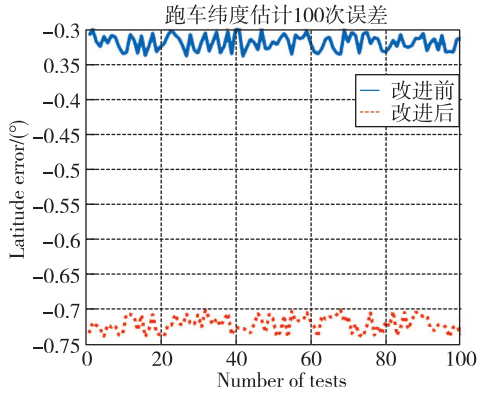

图 8　纬度估计仿真结果

Fig. 8　Latitude estimation simulation results

表 3　车载纬度估计误差

Fig. 3　Latitude estimation errors in vehicle experiment

误差分析	均值/(°)	最大值/(°)	均方差/(°)
改进前	0.77	0.80	0.0714
改进后	0.34	0.41	0.0685

5 结论

本文对捷联惯导系统纬度估计算法进行了优化分析,确定了最优的采样区间。同时采用计程仪补偿以及最小二乘三阶拟合的方法对外部扰动误差进行了抑制。纬度估计精度对舰船海上航行至关重要,理论仿真及车载试验结果表明,使用以上方法可以提高纬度估计精度。

参考文献

[1] Gaiffe T, Cottreau Y, Faussot N, et al. Highly compact fiber optic gyrocompass for applications at depths up to 3000m[C]// Proceedings of International Symposium on Underwater Technology, 2000: 155-160.

[2] 崔鹏程，邹志勤，王翌，等．杆臂效应误差对晃动基座粗对准的影响[J]. 中国惯性技术学报，2013，21(4)：462-466.
Cui Pengcheng, Zou Zhiqin, Wang Yi, et al. Influence of lever-arm effect error on coarse alignment on shaking base[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2013,21(4): 462-466(in Chinese).

[3] 原润，李新纯，徐海刚，等．纬度未知条件下惯导系统行进中启动方法研究[J]. 导航定位与授时，2015，2(1)：21-24.
Yuan Run, Li Xinchun, Xu Haigang, et al. Research on starting method of inertial navigation system in traveling under unknow latitude[J]. Navigation Positioning and Timing, 2015, 2(1): 21-24(in Chinese).

[4] 王跃刚，杨家胜，杨波．纬度未知条件下捷联惯导系统晃动基座的初始对准[J]. 航空学报，2012，33(12)：2322-2329.
Wang Yuegang, Yang Jiasheng, Yang Bo. SINS initial alignment of swaying base under geographic latitude uncertainty[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2012, 33(12): 2322-2329(in Chinese).

[5] Liu X, Xu X, Zhao Y, et al. An initial alignment method for strapdown gyrocompass based on gravitational apparent motion in inertial frame[J]. Measurement, 2014, 55: 593-604.

[6] Meng X, Li X. Parameter identification for SINS coarse alignment based on apparent velocity[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2016, 24(6): 730-735.

[7] 刘锡祥，杨燕，黄永江，等．未知纬度条件下基于重力视运动与小波去噪的 SINS 自对准方法[J]. 中国惯性技术学报，2016，24(3)：306-313.
Liu Xixiang, Yang Yan, Huang Yongjiang, et al. Self-alignment algorithm without latitude for SINS based on gravitational apparent motion and wavelet denoising[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2016, 24(3): 306-313(in Chinese).

[8] Li Q, Ben Y Y, Sun F. A novel algorithm for marine strapdown gyrocompass based on digital filter[J]. Measurement, 2013, 46(1): 563-571.

[9] Liu Y T, Xu X X, Liu X X, et al. A self-alignment algorithm for SINS based on gravitational apparent motion and sensor data denoising[J]. Sensors, 2015, 15(5): 9827-9853.

[10] Liu X X, Liu X J, Song Q, et al. A novel self-alignment method for SINS based on three vectors of gravitational apparent motion in inertial frame[J]. Measurement, 2015, 62: 47-62.

[11] Gao S, Zhong Y, Wei W, et al. Windowing-based random weighting fitting of systematic model errors for dynamic vehicle navigation[J]. Information Sciences, 2014, 282(40): 350-362.

[12] Peesapati R, Sabat S L, Anumandla K K, et al. Design and implementation of a realtime co-processor for denoising Fiber Optic Gyroscope signal[J]. Digital Signal Processing, 2013, 23: 1813-1825.

[13] Mundla N, Samrat L. An innovation based random weighting estimation mechanism for denoising fiber optic gyro drift signal[J]. Optik-International Journal for Light and Electron Optics, 2014, 125(3): 1192-1198.

[14] Ding W D, Wang J L, Rizos C, et al. Improving adaptive Kalman estimation in GPS/INS integration [J]. Journal of Navigation, 2007, 60(3): 517-529.

[15] 吕维维，程向红．未知纬度的捷联惯导系统晃动基座自对准方法(英文)[J]. 中国惯性技术学报，2017，25(3)：7-14.
Lyu Weiwei, Cheng Xianghong. Self-alignment method for sway pedestal of strapdown inertial navigation system with unknown latitude[J]. Chinese Journal of Inertial Technology, 2017, 25(3): 7-14(in Chinese).