

doi:10.19306/j.cnki.2095-8110.2023.04.007

# 一种基于软卡方检测的自适应 Kalman 滤波方法

严恭敏<sup>1</sup>, 刘 璠<sup>1,2</sup>, 李梓阳<sup>1</sup>, 周 琪<sup>2</sup>

(1. 西北工业大学自动化学院, 西安 710072;  
2. 中国航空工业集团公司西安飞行自动控制研究所, 西安 710076)

**摘要:** 在传统 Kalman 滤波中, 卡方检测方法简单地将量测划分为正常和异常两种, 针对其不足之处, 改进并提出了一种新的软卡方检测方法。新方法根据卡方检测结果构造连续变化的量测, 利用权重系数, 充分挖掘处于正常值与异常值之间的可疑量测新息, 同时还将该方法推广成多维量测的多分量卡方检测形式, 建立了全面完整的软卡方检测 Kalman 滤波量测更新方程。最后, 通过惯导/卫导组合导航仿真, 验证了软卡方检测 Kalman 滤波的优势: 无需任何参数调整且具有比 Sage-Husa 自适应滤波更小的统计误差波动。

**关键词:** 自适应 Kalman 滤波; 软卡方检测; 组合导航; 数值仿真

中图分类号: V249.3 文献标志码: A 文章编号: 2095-8110(2023)04-0081-06

## An adaptive Kalman filter based on soft Chi-square test

YAN Gongmin<sup>1</sup>, LIU Fan<sup>1,2</sup>, LI Ziyang<sup>1</sup>, ZHOU Qi<sup>2</sup>

(1. College of Automation, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China;  
2. AVIC Xi'an Flight Automatic Control Research Institute, Xi'an 710076, China)

**Abstract:** In the traditional Kalman filter, the Chi-square test method simply divides the measurement into two categories, the normal ones and the abnormal ones. In view of its shortcomings, a new soft Chi-square test method is improved and proposed. According to the Chi-square test results, the new method constructs continuously changing measurements and uses the weight coefficient to fully explore the new suspicious measurement between the normal value and the abnormal value. At the same time, the method is extended to the multi-component Chi-square test form of multi-dimensional measurement, and a comprehensive and complete update equation of soft Chi-square test Kalman filter measurement is established. Finally, the simulation of INS/GNSS integrated navigation verifies the advantages of soft Chi-square test Kalman filter, the proposed method does not need any parameter adjustment and has smaller statistical error fluctuation than classical Sage-Husa adaptive filter.

**Key words:** Adaptive Kalman filter; Soft Chi-square test; Integrated navigation; Numerical simulation

## 0 引言

卡尔曼滤波(Kalman filter, KF)是一种利用随

机线性系统状态空间模型, 通过系统输出的观测数据, 对系统状态进行最优估计的方法, 在导航制导与控制、通信以及图像处理等众多领域有着广泛的

收稿日期: 2023-03-07; 修订日期: 2023-05-31

基金项目: 贵州省科技支撑计划项目(黔科合支撑[2023]一般 352)

作者简介: 严恭敏(1977-), 男, 博士, 副教授, 主要从事惯性导航与信息融合理论方面的研究。

应用。

理论上,只有在随机线性系统的结构参数和噪声统计特性参数都准确已知的条件下,KF才能获得状态的最优估计。如果实际量测的统计特性与系统建模参数不匹配,会导致KF状态估计精度下降,严重时还可能会引起滤波发散。卡方检测(Chi-square test, C2T)方法是一种传统的量测故障检测方法<sup>[1]</sup>,在状态空间建模准确的前提下,通过KF的新息及其均方差阵构造卡方统计量,可检测出量测是否存在异常,如果量测正常则进行量测更新,反之,如果量测异常则放弃量测更新。然而,实际应用中的系统噪声参数往往难以准确确定,从而使得卡方检测统计量的阈值设置成为一大难题。如果卡方检测阈值设置太大,则可能将异常量测引入滤波器,降低滤波估计精度;如果阈值设置太小,则可能排除了一些正常的量测,使得量测利用率下降,同样也会降低状态估计精度。造成这一问题的根源在于传统卡方检测的二值化量测异常判断原则,量测要么被判断为正常、要么被判断为异常,再没有其他任何中间情形。

借鉴 Sage-Husa 自适应滤波方法<sup>[2-5]</sup>(Sage-Husa adaptive KF, SHAKF)或抗差自适应滤波方法<sup>[6-7]</sup>,至少可以更精细地将量测状况划分为“正常/信任”“可疑/部分信任”和“异常/丢弃”这三种类别,针对不同的量测类别修改量测噪声方差阵的大小或赋予不同的量测利用权重,或者直接根据KF新息大小计算权重,实现权重大小的无缝连续过渡。但与上述两种自适应滤波的思路不完全相同,本文通过分析传统卡方检测的新息权重二值化利用特点,给出了新息权重的连续化利用方法,将权重的二值化取值改进为连续化取值,并将其推广,从而获得了多维量测的多分量卡方检测方法。文中将所提新方法称为软卡方检测KF方法(soft Chi-square test KF, SC2TKF),传统方法可被称为硬卡方检测KF方法。显然,新方法更具普遍性,传统硬卡方检测可以看作是新老卡方检测方法的一个特例。最后,利用惯导/卫导组合进行了软卡方检测方法的KF仿真验证,结果显示新方法具有比Sage-Husa自适应滤波更好的滤波精度和稳定性。

## 1 传统的量测故障卡方检测原理

随机线性系统的状态空间模型记为

$$\begin{cases} \mathbf{X}_k = \Phi_{k/k-1} \mathbf{X}_{k-1} + \Gamma_{k-1} \mathbf{W}_{k-1} \\ \mathbf{Z}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{X}_k + \mathbf{V}_k \end{cases} \quad (1)$$

式中,  $\mathbf{X}_k$  是  $n \times 1$  维的状态矢量,  $\mathbf{Z}_k$  是  $m \times 1$  维的量测矢量;  $\Phi_{k/k-1}$ ,  $\Gamma_{k-1}$ ,  $\mathbf{H}_k$  是已知的系统结构参数,分别称为  $n \times n$  维的状态一步转移矩阵、 $n \times l$  维的系统噪声分配矩阵、 $m \times n$  维的量测矩阵;  $\mathbf{W}_{k-1}$  是  $l \times 1$  维的系统噪声矢量,  $\mathbf{V}_k$  是  $m \times 1$  维的量测噪声矢量,两者都是零均值的高斯白噪声矢量序列,且它们之间互不相关,即满足如下 Kalman 滤波关于噪声的基本假设条件

$$\begin{cases} E[\mathbf{W}_k] = \mathbf{0}, & E[\mathbf{W}_k \mathbf{W}_j^T] = \mathbf{Q}_k \delta_{kj} \\ E[\mathbf{V}_k] = \mathbf{0}, & E[\mathbf{V}_k \mathbf{V}_j^T] = \mathbf{R}_k \delta_{kj} \\ E[\mathbf{W}_k \mathbf{V}_j^T] = \mathbf{0} \end{cases} \quad (2)$$

其中,  $\mathbf{Q}_k$  是半正定的,  $\mathbf{R}_k$  是正定的,  $\delta_{kj}$  为克罗内克函数。

针对系统式(1)的 Kalman 滤波公式为

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{X}}_{k/k-1} = \Phi_{k/k-1} \hat{\mathbf{X}}_{k-1} \\ \mathbf{P}_{k/k-1} = \Phi_{k/k-1} \mathbf{P}_{k-1} \Phi_{k/k-1}^T + \Gamma_{k-1} \mathbf{Q}_{k-1} \Gamma_{k-1}^T \\ \mathbf{r}_k = \mathbf{Z}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{X}}_{k/k-1} \\ \mathbf{A}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k/k-1} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k \\ \mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k/k-1} \mathbf{H}_k^T \mathbf{A}_k^{-1} \\ \hat{\mathbf{X}}_k = \hat{\mathbf{X}}_{k/k-1} + \mathbf{K}_k \mathbf{r}_k \\ \mathbf{P}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_{k/k-1} \end{cases} \quad (3)$$

式中,  $\hat{\mathbf{X}}_{k/k-1}$  和  $\mathbf{P}_{k/k-1}$  分别表示状态一步预测及其均方误差阵;  $\mathbf{r}_k$  和  $\mathbf{A}_k$  分别表示量测预测误差(即新息)及其均方差阵,理论上新息序列  $\mathbf{r}_k$  为零均值白噪声;  $\mathbf{K}_k$  为滤波增益;  $\hat{\mathbf{X}}_k$  和  $\mathbf{P}_k$  分别表示状态估计及其均方误差阵。

由量测新息及其均方差阵可构造统计量<sup>[1]</sup>

$$\lambda_k = \mathbf{r}_k^T \mathbf{A}_k^{-1} \mathbf{r}_k \quad (4)$$

其中,  $\lambda_k$  服从自由度为  $m$  的卡方分布,即  $\lambda_k \sim \chi^2(m)$ 。在量测正常情况下,统计量  $\lambda_k$  的数值应当比较小;而如果量测出现异常,  $\lambda_k$  将变得较大,量测正常与否一般以某选定的阈值  $T_{Dm}$  作为判断门限,即

$$\begin{cases} \lambda_k \leq T_{Dm} & \text{量测正常(记为 } \chi_k = 1) \\ \lambda_k > T_{Dm} & \text{量测异常(记为 } \chi_k = 0) \end{cases} \quad (5)$$

这便是 Kalman 滤波的量测故障卡方检测原理。在滤波过程中可以计算统计量  $\lambda_k$ , 根据其大小实时监测量测是否异常,进而决定是否进行量测更新,式(3)中的量测及其均方差阵更新方程可改写为

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{X}}_k = \hat{\mathbf{X}}_{k/k-1} + \sqrt{\chi_k} \mathbf{K}_k \mathbf{r}_k \\ \mathbf{P}_k = (\mathbf{I} - \chi_k \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_{k/k-1} \end{cases} \quad (6)$$

显然,当  $\chi_k = 1$  即  $\lambda_k \leq T_{Dm}$  时,进行正常的 Kalman

滤波量测更新;而当  $\chi_k = 0$  即  $\lambda_k > T_{Dm}$  时,则放弃量测更新,达到隔离异常量测的效果。

## 2 新的软卡方检测方法

传统卡方检测方法有效的前提条件是滤波系统模型准确无误。在惯导/卫导组合导航等实际应用中,一般 Kalman 滤波的系统结构参数建模会相对比较准确且稳定,而噪声参数会由于运动状态、建模不完善、系统老化或运行环境等原因而变化,难以完全精确建模,这样就会使得卡方检测阈值  $T_{Dm}$  难以严格地按理论方法准确确定。阈值设置过大会造成故障检测概率降低,存在将较多的异常值引入滤波量测的风险,从而造成滤波误差增大;阈值设置过小又会造成故障虚警概率增大,经常性的虚警降低了量测利用率,量测修正作用减小也会降低滤波估计精度。当然,对于高精度惯导系统而言,随机性弃用卫导定位量测 50% 以上,比如卫导量测即使从 1 Hz 降为 0.1 Hz,对组合导航性能影响也不大;但对于低精度惯导系统,卫导利用从 1 Hz 变为 0.5 Hz 对组合精度的影响可能就比较显著了。

传统卡方检测方法的结果是二值化的,非 0 即 1,再无任何中间状态。该方法在雷达目标探测等领域中主要以有/无为指标,其应用是非常合理的,但是,针对组合导航等场合,在量测信息正常(信任)与异常(丢弃)之间还可能存在大量的中间状态(可疑),仅简单地使用卡方检测二值化结果就不太合适了,这也有悖于目前常用的量测自适应滤波和抗差滤波等方法的原理。比如,在 Sage-Husa 量测自适应 Kalman 滤波中,通过量测新息的大小自动调整量测噪声方差阵的大小,相当于将所有量测信息都进行了综合利用,与正常量测相比,量测新息中等大小(可疑)时降低量测权重,新息明显异常时量测权重很小,若权重趋于 0 则等效于弃用。论文根据自适应滤波的新息利用特点,将式(6)改进为

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{X}}_k = \hat{\mathbf{X}}_{k/k-1} + \sqrt{\rho_k} \mathbf{K}_k \mathbf{r}_k \\ \mathbf{P}_k = (\mathbf{I} - \rho_k \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_{k/k-1} \end{cases} \quad (7)$$

$$\rho_k = \begin{cases} 1 & \lambda_k \leq T_{Dm} \\ T_{Dm}/\lambda_k & \lambda_k > T_{Dm} \end{cases} \quad (8)$$

显然,当量测新息出现异常时,式(7)中的等效滤波增益  $\sqrt{\rho_k} \mathbf{K}_k$  对新息的利用会随着新息增大而逐渐下降,是一种软下降方式,因此文中称之为软卡方检测方法。相较于式(7),可将传统卡方检测式(6)中新息利用率的二值化硬下降(从 1 直接跳变到 0)

的方法称为硬卡方检测方法。

值得特别指出的是,如果式(1)中量测是多维的,传统卡方检测将多维量测视为整体,只要有任何一个分量出现异常,卡方检测方法也会同时降低其他正常量测分量的新息利用率,这种处理方式不是很合理,为了避免该缺陷,需对各量测分量逐一做卡方检测。如果在 Kalman 滤波模型中,各量测分量之间是不相关的,即量测噪声均方差阵  $\mathbf{R}_k$  为对角线矩阵,则采用序贯滤波处理后,各序贯量测更新的卡方检测就是相当于对单个量测分量的逐一处理。如果  $\mathbf{R}_k$  为非对角线矩阵,不妨记  $r_{k(i)}$  为新息  $\mathbf{r}_k$  的第  $i$  ( $i=1,2,\dots,m$ ) 个分量,  $A_{k(ii)}$  为新息均方差阵  $\mathbf{A}_k$  的第  $i$  行  $i$  列对角线元素,且记统计量

$$\lambda_{k(i)} = r_{k(i)}^T \mathbf{A}_{k(ii)}^{-1} r_{k(i)} = r_{k(i)}^2 / A_{k(ii)} \quad (9)$$

不难理解,各统计量  $\lambda_{k(i)}$  均服从自由度为 1 的卡方分布,即有  $\lambda_{k(i)} \sim \chi^2(1)$ 。

参考式(7),推广和建立由  $\lambda_{k(i)}$  构造的 Kalman 滤波量测更新方法,如下

$$\begin{cases} \mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k/k-1} \mathbf{H}_k^T \sqrt{\rho_k} \mathbf{A}_k^{-1} \\ \hat{\mathbf{X}}_k = \hat{\mathbf{X}}_{k/k-1} + \mathbf{K}_k \mathbf{r}_k \\ \mathbf{P}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \sqrt{\rho_k} \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_{k/k-1} \end{cases} \quad (10)$$

$$\sqrt{\rho_k} = \text{diag}(\sqrt{\rho_{k(1)}} \quad \sqrt{\rho_{k(2)}} \quad \dots \quad \sqrt{\rho_{k(m)}}) \quad (11)$$

$$\rho_{k(i)} = \begin{cases} 1 & \lambda_{k(i)} \leq T_{D1} \\ T_{D1}/\lambda_{k(i)} & \lambda_{k(i)} > T_{D1} \end{cases} \quad (12)$$

在式(10)中,修改了滤波增益  $\mathbf{K}_k$  的计算方式,其目的是保证之后均方差阵  $\mathbf{P}_k$  计算的对称性,显然,式(7)是式(10)中  $\rho_k$  各分量都相等时的特殊情形。理论上,  $\rho_k$  可取对称正定阵,但为了简便,一般取为如式(11)所示的对角阵。在式(12)中,参数  $T_{D1}$  是自由度为 1 的卡方统计量  $\lambda_{k(i)}$  的故障检测设置阈值,当取显著性水平为 0.05 时有  $T_{D1} \approx 3.8$ 。

## 3 仿真实验

### 3.1 惯导/卫导组合导航模型

以惯导/卫导松组合导航为例进行仿真实验验证,系统状态 15 维、量测 3 维,具体建模如下

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{X}} = \mathbf{F}\mathbf{X} + \mathbf{G}\mathbf{W}^b \\ \mathbf{Z} = \tilde{\mathbf{p}}_{\text{INS}} - \tilde{\mathbf{p}}_{\text{GNSS}} = \mathbf{H}\mathbf{X} + \mathbf{V} \end{cases} \quad (13)$$

其中

$$\mathbf{X} = [\boldsymbol{\phi}^T \quad (\delta \mathbf{v}^n)^T \quad (\delta \mathbf{p})^T \quad (\boldsymbol{\varepsilon}^b)^T \quad (\mathbf{V}^b)^T]^T$$

$$F = \begin{bmatrix} M_{aa} & M_{av} & M_{ap} & -C_b^n & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ M_{va} & M_{vv} & M_{vp} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & C_b^n \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & M_{pv} & M_{pp} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ & & & \mathbf{0}_{6 \times 15} & \end{bmatrix},$$

$$G = \begin{bmatrix} -C_b^n & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & C_b^n \\ & \mathbf{0}_{9 \times 6} \end{bmatrix}, W^b = \begin{bmatrix} w_g^b \\ w_a^b \end{bmatrix}$$

$$H = [\mathbf{0}_{3 \times 3} \quad \mathbf{0}_{3 \times 3} \quad I_{3 \times 3} \quad \mathbf{0}_{3 \times 3} \quad \mathbf{0}_{3 \times 3}]$$

$\phi^T, \delta v^n, \delta p, \varepsilon^b, V^b$  分别表示惯导失准角、速度误差、位置误差、陀螺随机常值漂移、加速度计随机常值偏值;  $w_g^b$  和  $w_a^b$  分别为陀螺仪白噪声和加速度计白噪声;  $V$  为卫导接收机的位置测量白噪声;  $C_b^n$  为惯导姿态矩阵,  $n$  表示“东—北—天”导航坐标系,  $b$  表示“右—前—上”载体坐标系;  $\tilde{p}_{\text{INS}}, \tilde{p}_{\text{GNSS}}$  分别为惯导和卫导的位置输出, 均包含纬度、经度和高度 3 个分量;  $M_{**}$  等符号具体表达式参见文献[5]。

### 3.2 仿真条件

采用 PSINS 工具箱软件模拟一段车载行驶轨迹, 轨迹包含静止、加减速、匀速、转弯、爬坡等阶段, 总仿真时间约 1 000 s, 行驶里程约 7.5 km。行车速度如图 1 所示, 轨迹相对位置变化的二维平面图如图 2 所示, 图中标识“★”为载车行驶起始点。

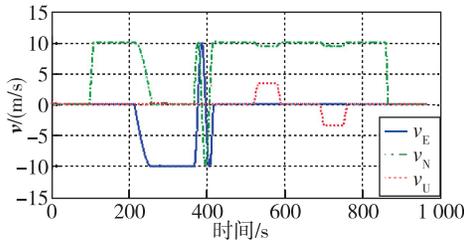


图 1 载车行驶速度

Fig. 1 The vehicular velocities

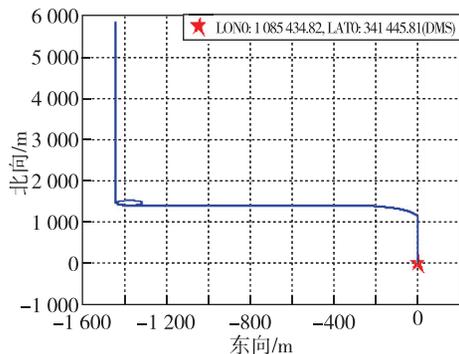


图 2 载车行驶平面轨迹

Fig. 2 The vehicular trajectory

根据轨迹仿真生成惯性传感器数据和卫导定位数据, 其中惯性数据采样 100 Hz、卫导测量 1 Hz。再进行惯性导航解算和惯导/卫导组合导航 Kalman 滤波解算, 仿真过程中注入的各种误差如表 1 所列。

表 1 仿真误差设置

Tab. 1 Simulation error setting

误差名称/单位	数值
陀螺随机常值漂移/ $(^\circ)/h$	0.03
陀螺随机游走/ $(^\circ)/h^{\frac{1}{2}}$	0.001
加速度计随机常值偏值	$10^{-4}g$
加速度计随机游走/ $(Hz^{-\frac{1}{2}})$	$5 \times 10^{-6}g$
初始水平失准角/ $(')$	0.5
初始方位失准角/ $(')$	20
初始速度误差/ $(m/s)$	0.1
初始位置误差/m	1

卫导的位置量测误差(纬、经、高, 3 个分量)均设置为零均值的高斯白噪声, 正常时间段内方差为  $(1 \text{ m})^2$ , 以下两个时间段除外: (1) 200~400 s 之间的噪声方差设置为  $(10 \text{ m})^2$ ; (2) 600~800 s 之间设置为污染噪声, 以卫导高度测量误差为例, 其表示为

$$\delta H \sim \begin{cases} N(0, (1 \text{ m})^2) & \text{w. p. } 0.9 \\ N(0, (100 \text{ m})^2) & \text{w. p. } 0.1 \end{cases} \quad (14)$$

其中, “w. p.” 表示“以...概率”(with probability)之意。式(14)表示噪声  $\delta H$  在正常情况下以 90% 的大概率服从方差为  $(1 \text{ m})^2$  的高斯分布, 视为正常噪声; 而在异常情况下以 10% 的小概率服从方差为  $(100 \text{ m})^2$  的高斯分布, 视为野值噪声。

一组高度量测误差仿真的示例如图 3 所示, 由图可见, 在 200~400 s 之间高度误差总体波动变大, 模拟噪声方差变化; 而在 600~800 s 之间个别误差幅值跳变很大, 模拟小概率的野值跳变。

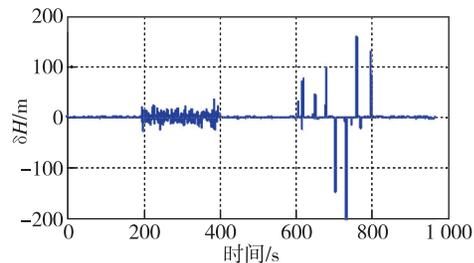


图 3 卫导高度测量误差

Fig. 3 GNSS altitude measurement error

### 3.3 仿真结果

惯导/卫导组合导航的姿态失准角、速度误差和位置误差的结果如图4所示,从图中可以看出:在200~400 s之间随着卫导的量测噪声增大,组合导航的误差也相应变大,该段误差的量级与全程卫导误差方差都设置为 $(10\text{ m})^2$ 的结果是基本一致的;在600~800 s之间状态估计基本不受卫导量测噪声野值的影响,滤波器具有良好的野值隔离效果,与只存在小方差 $(1\text{ m})^2$ 时的量测噪声一样,始终保持较高的滤波精度。

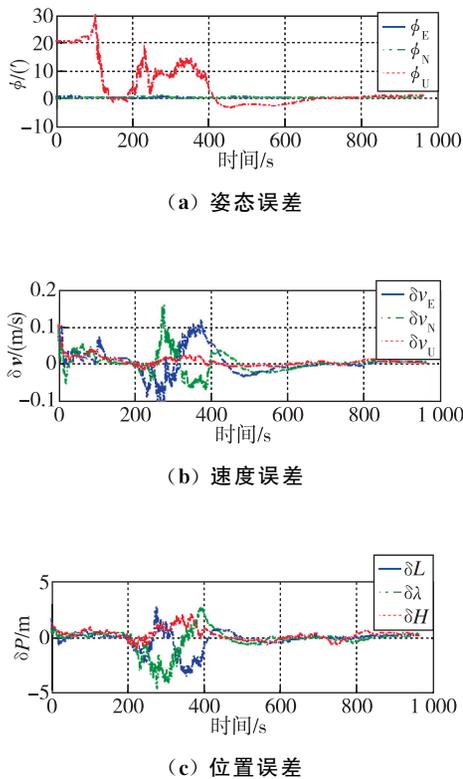


图4 基于软卡方检测的估计误差

Fig. 4 State estimation error based on SC2TKF

此外,还对本文新方法(SC2TKF)和传统 Sage-Husa 量测噪声自适应滤波(SHAKF)作了对比仿真,进行了50次的蒙特卡洛仿真并统计各导航参数误差,结果表明 SC2TKF 更加稳定,其中纬度误差的均方根(root mean square, RMS)误差统计如图5所示,其他误差情况类似,不再一一列出。值得注意的是,在 SHAKF 中还有一个渐消因子需要精心设置(文中取  $b=0.5$ ),若渐消因子设置不合适,对滤波结果有较大的负面影响。综上,新方法无需设置任何参数,具有使用方便和适应性强等优点。

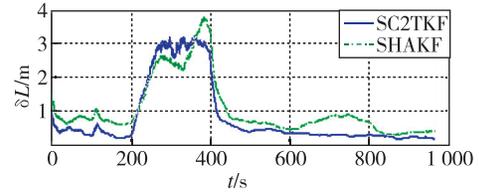


图5 不同滤波方法的纬度误差比较

Fig. 5 Comparison of latitude error by using SC2TKF vs SHAKF

## 4 结论

自适应 Kalman 滤波的方法很多,广义上说,能根据实时量测自动调整滤波器参数并获得良好状态估计效果的方法均可称为自适应滤波,比如 Sage-Husa 自适应滤波<sup>[2-3]</sup>、抗差自适应滤波<sup>[4,6-7]</sup>、强跟踪滤波<sup>[8]</sup>以及近年来一系列文献中根据变分贝叶斯估计原理给出的 RSTKF、MCKF、SSMKF 和 CERKF 等众多方法<sup>[9-13]</sup>。在组合导航实际系统中,除基于量测噪声自适应的经典 Sage-Husa 自适应滤波比较实用外,其他自适应方法理论推导结果和仿真效果虽然较好,但往往前提假设过于理想或者参数设置繁琐,难以适用于复杂高维系统,因而少有实际应用的报道。继 Sage-Husa 自适应滤波之后,论文提出的软卡方检测 Kalman 滤波方法有望在组合导航领域成为一种更加实用的自适应滤波方法。

## 参考文献

- [1] 秦永元, 张洪钺, 汪叔华. 卡尔曼滤波与组合导航原理[M]. 第3版. 西安:西北工业大学出版社, 2015. QIN Yongyuan, ZHANG Hongyue, WANG Shuhua. Theory of Kalman filter and integrated navigation[M]. 3rd edition. Xi'an: Northwestern Polytechnical University Press, 2015 (in Chinese).
- [2] SAGE A P, HUSA G W. Adaptive filtering with unknown prior statistics[C]//Proceedings of Joint Automatic Control Conference, Boulder Colorado, 1969: 760-769.
- [3] 严恭敏, 邓瑀. 传统组合导航中的实用 Kalman 滤波技术评述[J]. 导航定位与授时, 2020, 7(2): 50-64. YAN Gongmin, DENG Yu. Review on practical Kalman filtering techniques in traditional integrated navigation system[J]. Navigation Position and Timing, 2020, 7(2): 50-64 (in Chinese).
- [4] 杨元喜. 自适应动态导航定位[M]. 第2版. 北京:测绘出版社, 2017.

- YANG Yuanxi. Adaptive navigation and kinematic positioning[J]. 2nd edition. Beijing: Surveying and Mapping Press, 2017(in Chinese).
- [5] 严恭敏, 翁浚. 捷联惯导算法与组合导航原理[M]. 西安:西北工业大学出版社, 2019.
- YAN Gongmin, WENG Jun. Strapdown inertial navigation algorithm and integrated navigation principle [M]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University Press, 2019(in Chinese).
- [6] 张且且, 赵龙, 周建华. 抗差自适应分步滤波算法在 PPP/INS 组合导航中的应用[J]. 导航定位与授时, 2020,7(5): 73-81.
- ZHANG Qieqie, ZHAO Long, ZHOU Jianhua. Two-step robust adaptive filtering with application to PPP/INS integrated navigation[J]. Navigation Positioning and Timing, 2020,7(5):73-81(in Chinese).
- [7] 杨旭, 杨旭, 李佳, 等. 一种基于灰色预测理论和抗差自适应 Kalman 滤波的滑坡监测算法[J]. 导航定位与授时, 2023,10(1):40-53.
- YANG Xu, YANG Xu, LI Jia, et al. A landslide monitoring algorithm based on grey prediction theory and robust adaptive Kalman filter[J]. Navigation Positioning and Timing, 2023, 10 ( 1 ): 40-53 ( in Chinese).
- [8] 周东华, 席裕庚, 张钟俊. 一种带多重次优渐消因子的扩展卡尔曼滤波器[J]. 自动化学报, 1991,17(6): 689-695.
- ZHOU Donghua, XI Yugeng, ZHANG Zhongjun. A suboptimal multiple fading extended Kalman filter[J]. Acta Automatica Sinica, 1991,17(6): 689-695(in Chinese).
- [9] HUANG Y, ZHANG Y, LI N, et al. A novel robust student's t-based Kalman filter[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2017, 53 ( 3 ): 1545-1554.
- [10] HUANG Y, BAI M, ZHANG Y. A novel multiple-outlier-robust Kalman filter[J]. Frontiers of Information Technology & Electronic Engineering, 2022, 23 ( 3 ): 422-438.
- [11] CHEN B, LIU X, ZHAO H, et al. Maximum correntropy Kalman filter[J]. Automatica, 2017, 76: 70-77.
- [12] DENG Z, SHI L, YIN L, et al. UKF based on maximum correntropy criterion in the presence of both intermittent observations and non-Gaussian noise[J]. IEEE Sensors Journal, 2020,20(14): 7766-7773.
- [13] 龙子旋, 周琪, 彭侠夫, 等. 非高斯环境下船变测量最大熵卡尔曼滤波方法[J]. 系统工程与电子技术, 2021,43(11): 3278-3287.
- LONG Zixuan, ZHOU Qi, PENG Xiafu, et al. Maximum correntropy Kalman filter used for hull deformation measurement in non-Gaussian environment[J]. Systems Engineering and Electronics, 2021, 43 ( 11 ): 3278-3287(in Chinese).

(编辑:黄利华)