doi:10. 19306/j. cnki. 2095-8110. 2021. 04. 017

# 一种 MEMS 陀螺仪零偏建模与估计方法

王国栋,孙丽艳,王振凯,杨 亮

(北京航天控制仪器研究所,北京 100094)

摘 要:针对 MEMS 陀螺仪零偏随时间变化的问题,提出了一种 MEMS 陀螺仪的零偏建模与估计 方法。通过分析静态条件下陀螺仪零偏变化的影响因素,建立了陀螺仪零偏和温度之间的差分方 程模型。采用系统辨识的方法,给出了系统模型的参数辨识流程。基于最小二乘法,实现了模型 参数的辨识。设计了测试验证试验,基于陀螺仪的零偏样本特性建立了三阶差分方程,并进行了 参数辨识和模型验证,结果表明该模型可以有效地估计陀螺仪的零偏。

**关键词**:MEMS 陀螺仪;零偏漂移;温度;差分方程;参数辨识;零偏建模;零偏估计 **中图分类号**:TN967.2 **文献标志码**:A **文章编号**:2095-8110(2021)04-0135-06

# A MEMS Gyroscope Bias Modeling and Estimating Method

WANG Guo-dong, SUN Li-yan, WANG Zhen-kai, YANG Liang

(Beijing Institute of Aerospace Control Devices, Beijing 100094, China)

Abstract: For the bias drift problem of MEMS gyroscope, a modeling and estimating method of gyroscope bias is proposed. Based on the mechanism analysis of gyroscope bias drift under static condition, difference equation model of bias with temperature is given. Parameter identification procedure of the model is designed using system identification method. The least square method is deployed to identify the model parameters. Experiment is conducted to test the proposed method. Third order difference equation is established based on bias sample characteristic. Parameter identification and model verification have been done. The results show that gyroscope bias can be estimated effectively.

**Key words**: MEMS gyroscope; Bias drift; Temperature; Difference equation; Parameter identification; Bias modeling; Bias estimating

### 0 引言

随着微机电系统(Micro-Electro-Mechanical System, MEMS)惯性器件精度的不断提升,微纳卫 星、机器人、无人机和影视特拍等军、民用领域越来 越多地采用 MEMS 惯性器件作为姿态测量和导航 的重要部件产品<sup>[1-2]</sup>。高精度的 MEMS 陀螺仪作为 角速率测量的惯性器件,是实现精确姿态测量和导 航的核心关键<sup>[3-4]</sup>。MEMS 陀螺仪的精度取决于仪 表的设计、加工、标定和误差补偿等多个环节<sup>[5-7]</sup>。 其中,设计和加工是保证 MEMS 陀螺仪精度的前 端环节,标定和补偿是保证和提升 MEMS 陀螺仪 精度的后端环节。对于 MEMS 陀螺仪标定和补偿 的前提是其各项误差参数具有稳定的性质或变化 规律,这样才能通过标定予以去除和补偿。陀螺仪 的零偏具有一定的漂移性,很难通过常规的全温标 定方法<sup>[8-9]</sup>予以完全补偿。这是由于 MEMS 陀螺仪 的零偏取决于自身结构以及封装应力、材料缺陷、

收稿日期:2020-07-02;修订日期:2020-07-21

**基金项目**:国家重点研发计划课题(2016YFB0501300,2016YFB0501303);国防基础科研计划项目(WDZC20190303) 作者简介:王国栋(1982-),男,博士,研究员,主要从事惯性导航、组合导航及其微系统方面的研究。

电路偏移等多种因素,所有这些因素都与温度有 关。随着温度的变化,各种影响因素的特性会发生 变化,导致陀螺仪的零偏产生相应的漂移。当陀螺 仪工作时,其零偏漂移主要由自身发热所引起<sup>[10]</sup>, 以及在整个器件工作过程中其他变化因素变化而 引起的漂移。

为了消除温度对陀螺仪零偏的影响[11],往往会 通过测量不同温度点下的陀螺仪零偏,建立零偏关 于温度的数学模型,实现陀螺仪的零偏误差补 偿[12]。然而,这种模型一般是针对陀螺仪整个工作 温度范围而建立的,在大的温度变化范围内能够实 现零偏的误差建模和补偿。由于建模的温度范围 跨度大、取样点有限,必然存在模型误差,因此常规 的温度建模方法建立的模型仅能够近似地给出某 温度下的陀螺仪零偏值。将零偏估计值从陀螺仪 的输出中予以扣除,一定程度上实现了 MEMS 陀 螺仪的零偏误差补偿。通过这种方式建立的零偏 温度模型,对于大的温度范围内的零偏变化是有效 的,对于温度小幅度变化范围内的零偏漂移,难以 有效描述。此外,随着时间的推移,惯性仪表的结 构应力等材料特性会发生变化,使得前期建立的温 度模型精度下降。由于受到系统拆装和成本等因 素的制约,往往难以重复开展温度建模标定。在实 际应用中,陀螺仪在连续工作过程中,其温度会随 着环境温度的变化在温度平衡点附近小范围内做 上下波动,这种小幅的波动也会导致陀螺仪的零偏 变化和测量精度下降。温度是影响 MEMS 陀螺仪 零偏变化的主要因素,因此可以通过建立零偏关于 温度的关系模型,进一步实现陀螺仪的零偏估计和 补偿。

针对 MEMS 陀螺仪在使用过程中温度小幅波 动引起的零偏漂移问题,提出了一种零偏建模和估 计方法,实现了 MEMS 陀螺仪的零偏有效估计,为 陀螺仪的误差补偿和精度保持提供了技术基础。

#### 1 MEMS 陀螺仪零偏建模

建立系统的数学模型包括两种方式,一是分析 方法,二是系统辨识的方法。分析方法是利用系统 工作的内在物理客观规律以及结构参数,推导出系 统的数学模型。然而由于系统的复杂性和某些结 构参数的不可测性,导致很难基于分析方法建立系 统的数学模型。系统辨识的方法是基于系统的输 入输出测量值等先验知识,假定系统的数学模型, 选择合适的估计方法估计模型的参数,并通过试验 加以验证。

MEMS 陀螺仪由于结构的复杂性,很难采用分 析方法建立零偏关于温度小幅度变化的模型,因此 采用系统辨识的方法建立其模型。MEMS 陀螺仪 零偏随着温度的变化是一个连续动态平衡过程,这 种连续过程可以采用微分方程的形式予以描述[13]; 对于数字量输出系统,一般采用差分方程[14]的形式 予以描述。如图 1 所示, 2020 年 5 月 26 日在实验 室内测得某型 MEMS IMU 陀螺仪的零偏和温度变 化曲线,1h取一个零偏均值,连续通电测试 24h内 的零偏数据。从图1中可以看出,由于环境温度的 变化, 陀螺仪的温度是一个连续动态平衡过程, 温 度在整个测试过程中有小幅变化。整个过程中,随 着温度的上升和下降,陀螺仪零偏经历先下降后波 动,再上升之后下降的过程。采用传统的代数方程 多项式,难以描述零偏跟温度之间的关系。因此, 选用差分方程进行零偏和温度的数学关系描述。



Fig. 1 Bias and temperature of the gyroscope

以温度 T 为输入变量,零偏 Y 为输出变量,建 立系统的差分方程

 $Y_n + a_1 Y_{n-1} + a_2 Y_{n-2} + \dots + a_k Y_{n-k} =$ 

 $b_0 T_n + b_1 T_{n-1} + b_2 T_{n-2} + \dots + b_m T_{n-m}$ (1)

式(1)中, k 为差分方程的阶次,  $Y_{n-k}$ , …,  $Y_{n-1}$ ,  $Y_n$  为从n-k 时刻到n 时刻的陀螺仪零偏;  $T_{n-m}$ , …,  $T_{n-1}$ ,  $T_n$  为从n-m 时刻到n 时刻的陀螺仪温 度;  $a_1$ , …,  $a_k$ ,  $b_0$ , …,  $b_m$  为方程的系数,  $k \ge m$ , 共有 k+m+1 个待求系数。差分方程阶次k 可以根据 系统的建模误差和样本点波动情况进行选取。样 本点的取样间隔越小, 零偏波动越剧烈, 选择的差 分方程阶次越高; 反之, 则方程的阶次越低。基于 陀螺仪的试验数据分析, 可以选择较为合适的差分 方程阶次。

由式(1)可得  $Y_n = -a_1 Y_{n-1} - a_2 Y_{n-2} - \dots - a_k Y_{n-k} +$ 

 $b_0 T_n + b_1 T_{n-1} + b_2 T_{n-2} + \dots + a_m T_{n-m}$  (2) 从式(2)可以看出,陀螺仪零偏  $Y_n$  不仅与当前 时刻的温度  $T_n$  有关,还跟以前时刻的  $Y_{n-1}, \dots, Y_{n-k}$ 和  $T_{n-1}, \dots, T_{n-m}$  有关。如果已知 $(n-k) \sim (n-1)$ 时刻的陀螺仪零偏和 $(n-m) \sim (n-1)$ 时刻的 陀螺仪温度,就可以根据式(2) 递推得到 n 时刻以 及后续时刻的陀螺仪零偏,从而实现陀螺仪的零偏 估计。

#### 2 模型参数的辨识流程

在建立 MEMS 陀螺仪零偏和温度的误差模型 之后,根据式(2)可以开展模型的参数识别。具体 实施步骤如下:

1)数据采集。根据设定的取样间隔 Δt,获取
 一段时间内的 MEMS 陀螺仪零偏和温度值,零偏
 和温度值均取时间间隔 Δt 内的数据均值。

2)基于式(2),得到一系列的差分方程组,方程
 的个数(N-n)>(k+m+1),如式(3)所示

$$\begin{bmatrix} Y_{n} \\ Y_{n+1} \\ \vdots \\ Y_{N} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -Y_{n-1} & \cdots & -Y_{n-k} & T_{n} & \cdots & T_{n-m} \\ -Y_{n} & \cdots & -Y_{n-k+1} & T_{n+1} & \cdots & T_{n-m+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -Y_{N-1} & \cdots & -Y_{N-n+1} & T_{N} & \cdots & T_{N-n+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{1} \\ \vdots \\ a_{k} \\ b_{0} \\ \vdots \\ b_{m} \end{bmatrix}$$
(3)

将式(3)用矩阵表示,可以简化为

$$Y = Z \cdot C \tag{4}$$

式中,Y是式(3)左侧零偏输出构成的列向量矩 阵;Z是式(3)右侧陀螺仪零偏和温度构成的矩阵; C是式(3)右侧差分方程的系数构成的列向量矩阵。

3) 基于最小二乘法,可以得到系数向量 C

$$\boldsymbol{C} = (\boldsymbol{Z}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Z})^{-1}\boldsymbol{Z}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Y}$$
(5)

根据式(5),可以得到系统的建模误差

$$\Delta = \operatorname{norm}(\mathbf{Y} - \mathbf{ZC}) \tag{6}$$

)

4)零偏-温度构成的系统稳定性分析。由式(1) 可得系统的 Z 变换

$$\frac{Y(Z)}{T(z)} = \frac{b_0 + b_1 Z^{-1} + \dots + b_m Z^{-m}}{1 + a_1 Z^{-1} + \dots + a_k Z^{-k}}$$
(7)

通过求解方程  $1 + a_1 Z^{-1} + \cdots + a_{n-1} Z^{-k} = 0$  的 所有特征根  $z_1, z_2, \cdots, z_k$ ,并判断所有特征根是否 位于 Z 平面的单位圆内,即特征根的模值  $|z_i| <$ 1,以确定系统是否稳定。如果有一个特征根不在 单位圆内,则系统不稳定,需要重新选择模型的阶 次  $k \ nm \ d$ ,重复步骤 2)~4),直到找到合适的系 统参数为止。建模及模型参数的辨识流程如图 2 所示。



图 2 建模及参数辨识流程

Fig. 2 Flow chart of modeling and parameter identification

# 3 试验验证与分析

为了验证提出方法的有效性,设计了验证试 验。在实验室内,将某型高精度短时自主导航用 MEMS IMU 置于大理石平板上,给 MEMS IMU 连续通电。如图 3 所示, MEMS IMU 东北天放置, 监测 MEMS IMU 东向陀螺仪的输出即零偏值,测 试时长为 72h。该 MEMS IMU 试验前期经过了三 轴温箱转台全温范围的标定和温度补偿。MEMS



图 3 测试环境 Fig. 3 Testing environment

IMU 内置的 MEMS 陀螺仪为四质量块对称结构陀 螺仪,通过检测电容的变化实现对外界角速率的 敏感。

在5月26日-28日连续通电测试,得到72h 的样本数据。以1h为一个取样间隔,1h内的温度 和零偏均值作为一个样本数据对,共获得72对样本 数据。前24对样本数据如图1所示,用于零偏建模 和模型参数识别;后48对样本点用于模型的性能验 证,如图4所示。由图4可知,由于实验室环境温度 的变化,陀螺仪的温度在25℃~28℃之间波动,是 一个动态热平衡的过程。连续2d的温度变化规律 趋于一致。陀螺仪的零偏随着温度的变化呈现出 一定的规律,当温度上升时下降,当温度下降时 上升。



Fig. 4 Sampling data used to verify the model

利用提出的方法建立系统的差分方程,经过建 模和参数识别过程,通过比较 1~4 阶的建模误差, 选择模型的阶次为 3(k = 3, m = 3),差分方程的系 数如表 1 所示。

表1 三阶差分模型系数

Tab. 1         Coefficients of third order difference equation					
序号	系数变量	系数值			
1	$a_1$	0.0731			
2	<i>a</i> <sub>2</sub>	-0.5770			
3	<i>a</i> <sub>3</sub>	-0.1655			
4	$b_{0}$	-0.7823			
5	$b_1$	0.8548			
6	$b_2$	-0.1418			
7	<i>b</i> <sub>3</sub>	0.0805			

在完成模型参数识别之后,利用验证样本数据

对模型的性能进行测试验证。测试验证通过两种 形式进行:一是进行单步估计,即利用已知实测得 到的Y<sub>n-1</sub>,…,Y<sub>n-k</sub>和对应的实测温度值,递推估计  $\hat{Y}_n$ ;二是进行多步估计,即利用估计得到的 $\hat{Y}_{n-1}$ ,  $\dots, \hat{Y}_{n-k}$ 和对应的实测温度值,递推估计 $\hat{Y}_{n}$ 。由于 两种估计方式都需要初始时刻的已知值,这里选择 模型性能验证样本中前3对样本点作为已知值,其 余45对样本用于模型的零偏估计性能测试。差分 模型的单步估计和多步估计结果如图 5 所示。从图 5 可知,单步估计值跟实测值能够很好地吻合,多步 估计值在多数时段内估计值和实测值能够很好地 吻合,但是相比单步估计的误差有所增大。为了进 一步证明提出方法的优越性,分别利用前 24h 的样 本点拟合二阶和三阶多项式模型,求得多项式的系 数。基于建立的二阶和三阶模型,利用45对性能测 试样本点进行零偏估计验证。如图 6 所示,分别给 出了基于二阶多项式模型和三阶多项式模型的零 偏估计值。由图6可知,多项式模型在总体上能够









跟踪陀螺仪零偏的变化,但是在零偏波动变化的细 节刻画上能力有限,因而模型估计的误差偏离实测 值较大。为了进一步量化评估模型的估计误差,计 算模型估计值与实测值的误差均方根值,如表2所 示。由表2可知,与多项式建模方法相比,本文提出 的方法能够更好地估计陀螺仪零偏,模型多步估计 误差是三阶多项式模型误差的65.37%。

表 2 模型估计的误差 Tab. 2 Error of model estimation

模型估计	差分方程 单步估计	差分方程 多步估计	二阶多项式 模型估计	三阶多项式 模型估计
误差 RMS/ [(°)/h]	0.0782	0.0872	0.1371	0.1334

## 4 结论

1) 通过分析 MEMS IMU 陀螺仪在稳态工作过 程中零偏随温度的变化规律,建立了零偏关于温度的 差分方程模型,并给出了差分模型的参数识别过程;

2)通过试验验证,给出了某型 MEMS IMU 陀

螺仪的零偏三阶差分模型,试验结果表明:零偏温 度差分模型能够实现陀螺仪零偏的高精度估计,模 型多步估计的误差是三阶多项式模型估计误差 的 65.37%;

3)多步估计是基于含有误差的估计值递推得 到的,由于不断引入误差,估计的误差相比单步估 计会有所增加;

4)基于零偏的历史数据,实现对零偏漂移的精 确单步估计和多步估计,可以有效地估计和补偿陀 螺仪零偏的漂移,满足多种场景下的应用需求。

#### 参考文献

[1] 王秋,刘骅锋,涂良成.面向地球物理应用的高精度 MEMS惯性传感器[J].导航与控制,2018,17(6): 1-9.

> Wang Qiu, Liu Huafeng, Tu Liangcheng. High-precision MEMS inertial sensors for geophysical applications[J]. Navigation and Control, 2018, 17(6):1-9 (in Chinese).

[2] 蒋孝勇,李锡广,安永泉,等.基于微小型稳定平台的 MEMS 陀螺信号调理电路设计与测试[J].电子器件,2018,41(2):351-355.

Jiang Xiaoyong, Li Xiguang, An Yongquan, et al. Design and test of MEMS gyro signal conditioning circuit based on micro stable platform[J]. Chinese Journal of Electron Devices, 2018, 41(2): 351-355(in Chinese).

[3] 赵世亮,李仰军.基于 MEMS 微惯性器件的姿态测 量单元设计与测试[J].电子器件,2019,42(6): 1487-1491.

> Zhao Shiliang, Li Yangjun. Design and test of attitude measurement unit based on micro-inertial device of MEMS[J]. Chinese Journal of Electron Devices, 2019, 42(6): 1487-1491(in Chinese).

[4] 许廷金,李杰,胡陈君,等.基于 MEMS 惯性器件 的新型车载导航融合算法研究[J]. 兵器装备工程学 报,2019,40(7):159-163.

> Xu Tingjin, Li Jie, Hu Chenjun, et al. Research on innovative vehicle navigation fusion algorithm based on MEMS inertial devices[J]. Journal of Ordnance Equipment Engineering, 2019,40(7):159-163(in Chinese).

[5] Hussen A A, Neta I N. Low-cost inertial sensors modelling using Allan variance [J]. International Journal of Computer, Electrical, Automation, Control and Information Engineering, 2015, 9(5):1237-1242.

[6] 丁衡高,朱荣,张嵘,等.微型惯性器件及系统技术

[M]. 北京: 国防工业出版社, 2014.

Ding Henggao, Zhu Rong, Zhang Rong, et al. Microinertial device and system technology[M]. Beijing: National Defense Industrial Press, 2014(in Chinese).

- [7] 李伟忠,孙鹏.战术导弹用 MEMS 陀螺仪研制进展 及关键技术[J].导航与控制,2017,16(3):97-104.
  Li Weizhong, Sun Peng. Research on progress and the key technology of MEMS gyroscope in tactical missile[J]. Navigation and Control, 2017,16(3):97-104(in Chinese).
- [8] 黄河明,向高林,刘宇,等.基于改进灰色模型的 MEMS 陀螺仪零偏温度补偿[J].重庆邮电大学学 报,2015,27(6):809-813.

Huang Heming, Xiang Gaolin, Liu Yu, et al. Temperature compensation of bias in MEMS gyroscopes based on the improved grey prediction model[J]. Journal of Chongqing University of Posts and Telecommunications, 2015, 27(6):809-813(in Chinese).

[9] 李文豪,李杰,杨文卿,等.一种 MEMS 陀螺仪温 度漂移误差补偿方法[J].微纳电子技术,2017,54 (8):533-538.

> Li Wenhao, Li Jie, Yang Wenqing, et al. A compensation method for temperature drift error of MEMS gyroscopes [J]. Micronanoelectronic Technology, 2017, 54(8): 533-538(in Chinese).

[10] 胡国欣,李安,覃方君.基于跟踪微分器的光纤陀螺 温度误差建模方法[J].计算机应用,2018,38(S1): 245-248,252. Hu Guoxin, Li An, Qin Fangjun. Modeling method of gyroscope temperature error based on tracking differentiator[J]. Journal of Computer Applications, 2018, 38(S1): 245-248, 252(in Chinese).

[11] 徐韩,曾超,黄清华. 基于卡尔曼滤波算法的 MEMS 陀螺仪误差补偿研究[J]. 传感技术学报, 2016,29(7):962-965.
Xu Han, Zeng Chao, Huang Qinghua. Drift compensation of MEMS gyro with Kalman filtering algorithm

[J]. Chinese Journal of Sensors and Actuators, 2016, 29(7): 962-965(in Chinese).

[12] 季凯源,熊天武.一种低成本陀螺仪信号温漂补偿 方法的研究[J].舰船电子对抗,2019,42(4):97-99.

Ji Kaiyuan, Xiong Tianwu. Reserch into a method of temperature drift compensation for low cost MEMS gyroscope signal[J]. Shipboard Electronic Countermeasure, 2019, 42(4):97-99(in Chinese).

- [13] Verma P, Arya S K, Gopal R. Lumped parameter analytic modeling and behavioral simulation of a 3-DOF MEMS gyro-accelerometer[J]. Acta Mechanica Sinica, 2015, 31(6):910-919.
- Qian J, Wu S, Cui R. Accuracy of the staggered-grid finite-difference method of the acoustic wave equation for marine seismic reflection modeling the acoustic wave equation for marine seismic reflection modeling [J]. Chinese Journal of Oceanology and Limnology, 2013, 3 (1): 169-177.

(编辑:孟彬)