

doi:10.19306/j.cnki.2095-8110.2021.02.001

基于数值微分计算的 SERF 原子 自旋惯性测量动态仿真

裴宏宇¹, 杨功流¹, 全伟^{2,3}, 段利红², 黄炯¹

- (1. 北京航空航天大学仪器光电学院, 北京 100191;
2. 北京航空航天大学前沿科学技术创新研究院, 北京 100191;
3. 北京量子信息科学研究院, 北京 100193)

摘要:基于量子调控技术的 SERF 原子自旋惯性测量仪表与传统惯性测量仪表相比,具有精度高、无活动部件、对加速度不敏感等优点,被公认是下一代高精度惯性测量的发展方向。分析了 SERF 原子自旋惯性装置 Bloch 微分方程组模型下磁场、激光、角速度输入对碱金属电子极化率和惰性气体核子极化率的影响。针对实验条件下原子系综 Bloch 微分方程组难以解析求解的问题,基于可变阶次数值微分计算,建立了相应的 Simulink 模型对实验条件下的原子系综进行数值求解,并分析了极化率对光场、磁场、角速度输入的瞬态响应与稳态响应。仿真结果与理论计算结果相吻合,验证了 Bloch 方程数值求解的可行性与准确性。该方法可得到惯性测量系统的动态响应,可用于模拟复杂输入下的 SERF 原子自旋惯性测量系统的输出响应。

关键词:SERF 惯性测量; Bloch 方程组; 可变阶次数值微分计算; 动态响应

中图分类号: V249.32

文献标志码: A

文章编号: 2095-8110(2021)02-0001-07

Dynamic Simulation of SERF Atomic Spin Inertial Measurement Based on Numerical Differential Algorithm

PEI Hong-yu¹, YANG Gong-liu¹, QUAN Wei^{2,3}, DUAN Li-hong², HUANG Jiong¹

- (1. School of Instrumentation Science and Opto-electronics Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China;
2. Research Institute of Frontier Science, Beihang University, Beijing 100191, China;
3. Beijing Academy of Quantum Information Sciences, Beijing 100193, China)

Abstract: Compared with the traditional inertial measurement instruments, SERF atomic spin inertial measurement based on quantum control technology has the advantages of high precision, no moving parts and insensitive to acceleration, which is recognized as a development direction of the next generation of high-precision inertial measurements. In this paper, Bloch differential equations are established to describe the effects of magnetic field, laser and angular velocity on the electronic polarizability of alkali metals and the nucleon polarizability of inert gases. Based on Bloch differential equations of atomic ensemble under experimental conditions, the corresponding Simulink model is established based on variable order numerical differential calculation. The transient and

收稿日期: 2020-10-31; 修订日期: 2020-12-07

基金项目: 国家重点研发项目(2016YFB0501600); 国家自然科学基金(61773043, 61673041, 620030241)

作者简介: 裴宏宇(1997-), 男, 博士, 主要从事 SERF 原子陀螺机理分析与建模方面的研究。

通信作者: 杨功流(1967-), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事光学惯性系统技术、高精度惯导系统的误差调制技术、组合导航技术、无源导航技术和精密机电控制系统设计技术等方面的研究。E-mail: yanggongliu@buaa.edu.cn

steady responses of polarizability to the input of physical field and angular velocity are analyzed numerically. The simulation results are consistent with the theoretical results, which verifies the feasibility and accuracy of numerical solution of Bloch equation. This method can be used to simulate the output response of SERF atomic spin inertial measurement system with complex input.

Key words: SERF inertial measurement; Bloch equations; Numerical differential algorithm with variable order; Dynamic response

0 引言

作为惯性导航系统的核心部件,新型陀螺仪成为现今仪器仪表的研究热点^[1]。基于多种物理原理,产生了许多新型陀螺仪,如基于光子或原子 Sagnac 效应的光纤陀螺与冷原子干涉陀螺^[2]、基于原子自旋的无自旋交换弛豫(Spin Exchange Relaxation Free, SERF)陀螺仪^[3]和核磁共振陀螺仪^[4]。其中 SERF 陀螺仪体积小、对加速度不敏感且在理论上具有更高的惯性测量灵敏度,成为了下一代高精度陀螺仪的发展方向之一。

2002年,普林斯顿大学的 Romalis 小组实现了碱金属原子的 SERF 态,抑制了自旋交换弛豫对碱金属磁力计灵敏度的限制^[5]。2005年,该小组首次提出了碱金属-惰性气体气室 SERF 态的陀螺特性并进行验证,实现了 $0.04(^{\circ})/h$ 的零偏稳定性与 $5 \times 10^{-7} \text{ rad}/(\text{s} \cdot \sqrt{\text{Hz}})$ 的灵敏度^[6]。2008年,北京航空航天大学房建成团队在国内首次实现了原子自旋陀螺效应,并达到了 $7 \times 10^{-5} \text{ rad}/(\text{s} \cdot \sqrt{\text{Hz}})$ 的灵敏度^[7]。对于 SERF 原子陀螺的理论计算研究也在同步发展,由于 Bloch 微分方程组的非线性性,无法精确求解,只能通过局部线性化^[6]和忽略小影响项的方法进行求解^[8]。而且,在采用二阶系统进行建模时,也存在线性近似与忽略^[9]。对于复杂输入情况,更无法通过理论计算精确求解。故对 SERF 原子自旋陀螺的计算与仿真工作还需要继续开展。

本文采用 Bloch 微分方程组对 SERF 原子陀螺的输入输出进行建模,搭建了 Simulink 仿真模型,对 Bloch 方程进行数值求解。测试了不同角速度和磁场输入下的输出动态响应曲线,并与理论计算进行对比。试验结果表明, Bloch 方程的数值求解结果与理论求解结果一致,且数值求解可用于复杂输入下的输出动态求解,较理论解析求解具有更强的适用性。

1 SERF 原子自旋陀螺的动力学模型

SERF 原子自旋陀螺仪的原理图如图 1 所示,

样机主要包括保证 SERF 态零磁场的磁屏蔽系统与磁场补偿线圈;保证 SERF 态高原子密度的加热系统;包含多种元素如钾、铷、氘、氮气的惯性敏感元件;发射处于电子跃迁频率圆偏振激光的抽运系统;以及线偏振光光旋角检测系统^[10]。

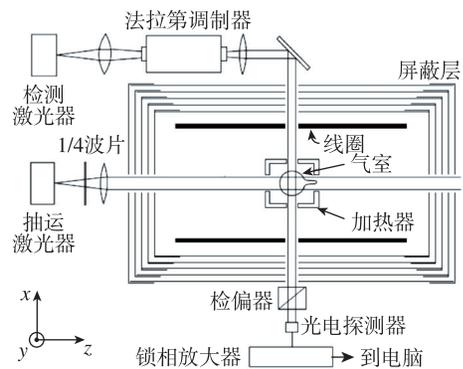


图 1 SERF 原子陀螺结构^[19]

Fig. 1 Structure of SERF gyroscope^[19]

SERF 原子自旋陀螺仪工作在多物理场耦合的环境中,无法通过解析求解的方法进行计算。故通过对原子陀螺的动力学特性分析,建立了 Bloch 方程组描述电子极化率与核子极化率随物理场的变化,并搭建 Simulink 仿真模型分析各物理场对输出的影响。SERF 陀螺的基本测量原理如下。

当物体绕惯性空间的某一轴做角速度为 Ω 的转动时,动量矩矢量 \mathbf{H} 在载体空间与惯性空间的变化率有如下关系^[11]

$$\left(\frac{d\mathbf{H}}{dt}\right)_i = \left(\frac{d\mathbf{H}}{dt}\right)_r + \Omega \times \mathbf{H} \quad (1)$$

其中, $\left(\frac{d\mathbf{H}}{dt}\right)_i$ 表示动量矩 \mathbf{H} 在惯性空间中的变化率; $\left(\frac{d\mathbf{H}}{dt}\right)_r$ 表示动量矩 \mathbf{H} 在载体空间中的变化率。同样电子与核子的磁矩 $\boldsymbol{\mu}$ 也存在相同的关系。原子自旋陀螺利用这一特性,通过测量电子的磁矩 \mathbf{P}^e , 计算转动速率 Ω ^[12]。

考虑如图 2 所示的二能级系统,当一束与原子

跃迁频率相同的圆偏振光 σ^+ 沿 z 轴入射时,处于基态能级 $4S_{1/2}, m_J = -1/2$ 的电子能够吸收一个光子并跃迁到激发态 $4P_{1/2}, m_J = +1/2$;但处于基态能级 $4S_{1/2}, m_J = +1/2$ 的电子由于角动量不能够继续增加,不能吸收 σ^+ 光子跃迁到高能态。跃迁到高能态的电子与淬灭气体碰撞,等概率地落入 $4S_{1/2}, m_J = -1/2$ 和 $4S_{1/2}, m_J = +1/2$ 两低能级且不释放光子。在光泵浦的循环中, $4S_{1/2}, m_J = +1/2$ 能级的光子逐渐多于 $4S_{1/2}, m_J = -1/2$ 能级的光子,此过程称为激光泵浦原子极化过程。

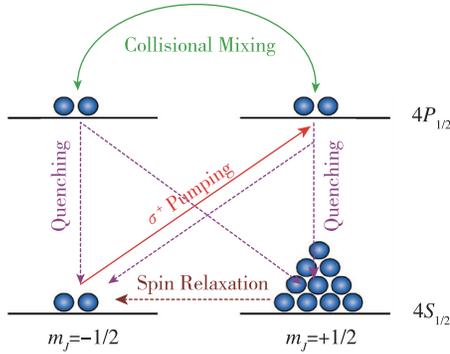


图 2 碱金属原子中电子的光抽运^[12]

Fig. 2 Optical pumping of electrons in alkali metal atoms^[12]

此外, $4S_{1/2}, m_J = +1/2$ 能级的原子可以通过弛豫效应返回 $4S_{1/2}, m_J = -1/2$ 能级,且在低磁场高碱金属密度的无自旋交换弛豫条件下,碱金属电子自旋的横向弛豫率与纵向弛豫率趋于一致,即^[13]

$$R_1^e \approx R_2^e = R_{\text{rel}} \quad (2)$$

其中, R_1^e 表示电子的纵向弛豫率; R_2^e 表示电子的横向弛豫率; $R_{\text{rel}} \approx R_{\text{sd}}^{\text{en}} + R_{\text{sd}}^{\text{es}} + R_{\text{sd}}^{\text{en}_2} + R_{\text{se}}^{\text{en}} + R_{\text{diff}}^e$ 为碱金属原子的弛豫率,等式右边分别代表电子与核子之间的自旋破坏碰撞弛豫率、电子与电子之间的自旋破坏碰撞弛豫率、电子与淬灭气体之间的自旋破坏弛豫率、电子与核子之间的自旋交换弛豫率、碱金属气体扩散带来的弛豫率^[14]。极化的碱金属电子可以通过自旋交换碰撞以速率 $R_{\text{se}}^{\text{ne}}$ 将角动量传递给核子,从而实现核子的超极化,类似地惰性气体核子存在纵向弛豫时间 T_{n1} 与横向弛豫时间 T_{n2} ^[15]。

SERF 原子自旋陀螺仪的碱金属电子与惰性气体核子通过各自的磁矩互相耦合,碱金属电子可以感受到惰性气体核子产生的磁场 $\lambda M^n \mathbf{P}^n$,惰性气体核子会感受到电子自旋产生的磁场 $\lambda M^e \mathbf{P}^e$ 。普遍采用 Bloch 方程组描述 SERF 原子自旋陀螺的动力学特性^[16]

$$\frac{\partial \mathbf{P}^e}{\partial t} = \frac{\gamma^e}{Q(\mathbf{P}^e)} (\mathbf{B} + \lambda M^n \mathbf{P}^n + \mathbf{L}) \times \mathbf{P}^e - \Omega \times \mathbf{P}^e + \frac{(R_p \mathbf{S}^p + R_m \mathbf{s}^m) + R_{\text{sc}}^{\text{en}} (\mathbf{P}^n - \mathbf{P}^e) - R_{\text{tot}} \mathbf{P}^e}{Q(\mathbf{P}^e)} \quad (3)$$

$$\frac{\partial \mathbf{P}^n}{\partial t} = \gamma^n (\mathbf{B} + \lambda M^e \mathbf{P}^e) \times \mathbf{P}^n - \Omega \times \mathbf{P}^n + R_{\text{sc}}^{\text{ne}} (\mathbf{P}^e - \mathbf{P}^n) - \frac{\mathbf{P}^n}{\{T_{n2}, T_{n2}, T_{n1}\}} \quad (4)$$

式(3)右边第一项表示电子极化率在外加磁场、核自旋产生磁场以及光频移磁场的共同作用下进行拉莫尔进动(Larmor Precession);第二项表示载体空间与惯性空间之间的转换关系;第三项分别表示抽运光与检测光对碱金属的抽运效应、碱金属电子与惰性气体核子之间的自旋交换效应与碱金属电子的弛豫效应,其中 $R_{\text{tot}} = R_p + R_{\text{rel}}$ 。式(4)右边第一项表示核子极化率在外加磁场和电子自旋产生磁场的共同作用下进行拉莫尔进动;第二项表示载体空间与惯性空间之间的转换关系;第三项表示碱金属电子通过自旋交换碰撞对惰性气体核子进行超极化;最后一项表示核子的弛豫率。从 Bloch 方程组中可以看出,碱金属电子与惰性气体核子极化率通过彼此产生的磁场、核子与电子自旋交换碰撞相互耦合,彼此影响,Bloch 方程组中各项符号的含义如表 1 所示。

表 1 Bloch 方程中符号的意义

Tab. 1 Symbols meaning in Bloch equation

符号	参数名称	典型代表值
\mathbf{P}^e	碱金属电子的极化率	(0, 0, 0.50)
\mathbf{P}^n	惰性气体核子的极化率	(0, 0, 0.015)
γ^e	电子的旋磁比/(Hz/nT)	2.8×10^{10}
γ^n	核子的旋磁比/(Hz/nT)	3.36×10^6
λM^n	单位核子极化产生的磁场/nT	-1800
λM^e	单位电子极化产生的磁场/nT	-160
\mathbf{B}	外加磁场矢量/nT	(0, 0, 200)
\mathbf{L}	光频移矢量/nT	(0, 1, 0, 1.4)
Ω	陀螺仪相对惯性空间的转动速度/(rad/s)	$(5, 5, 5) \times 10^{-5}$
$R_p \mathbf{S}^p$	抽运激光的抽运率/ s^{-1}	(1500, 0, 0)
$R_m \mathbf{s}^m$	检测激光的抽运率/ s^{-1}	(0, 0, 0)
R_{rel}	碱金属电子的弛豫率/ s^{-1}	1000
$\{T_{n2}, T_{n2}, T_{n1}\}$	惰性气体核子横向与纵向弛豫时间/s	(10, 10, 10000)
$Q(\mathbf{P}^e)$	减慢因子	9

SERF 原子自旋陀螺仪的动力学方程属于非线性微分方程组,较为复杂,无法求得解析解。且在输入复杂多变的情况下,无法分析电子极化率和核子极化率的变化,也不易分析陀螺的瞬态响应。为解决此问题,基于 Bloch 方程组建立了原子自旋陀

螺动力学模型,并采用 Simulink 进行数值求解和仿真。为验证数值解的准确性,与理论推导所得结果进行对照。对式(3)和式(4)描述的动力学微分方程组构建仿真系统如图3所示。

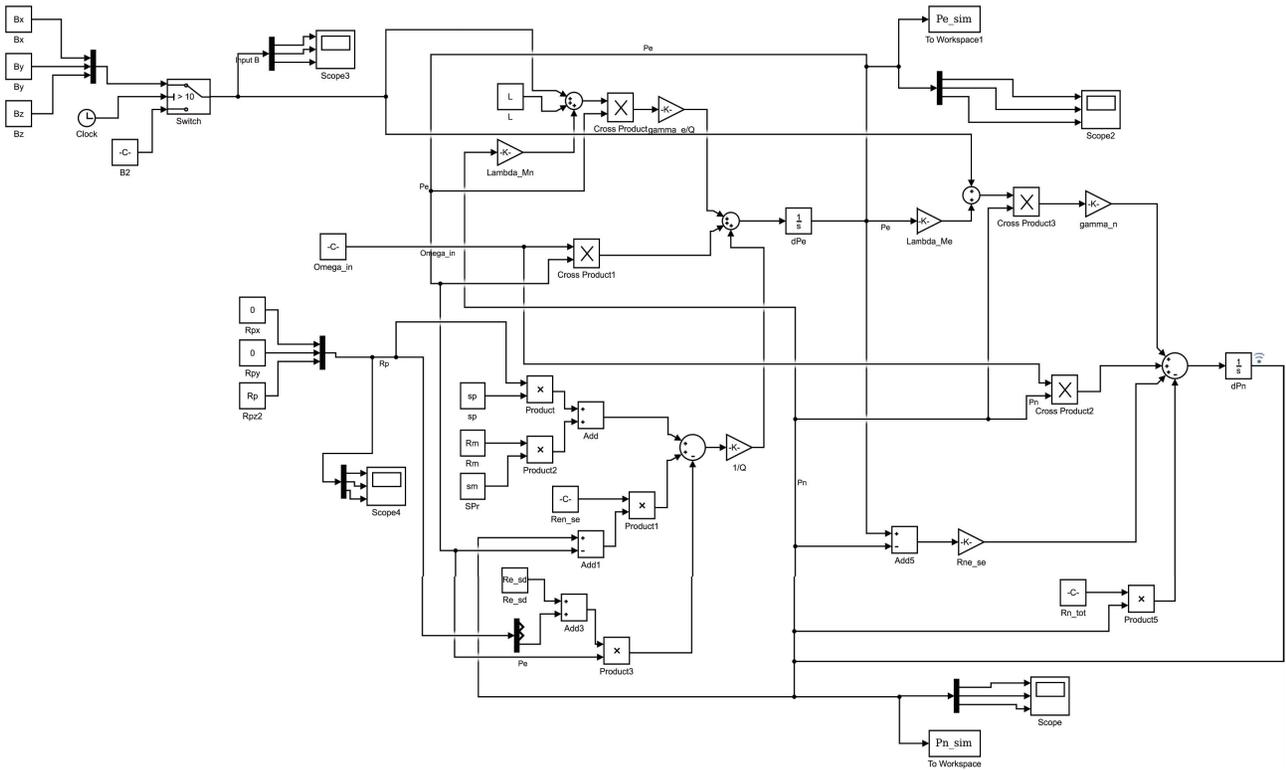


图3 SERF 原子陀螺的 Simulink 仿真模型

Fig. 3 Simulink simulation model of SERF atomic gyroscope

2 SERF 原子陀螺的数值仿真

设泵浦光由 z 轴入射,检测光由 x 轴入射,可通过光旋角的变化检测电子极化率在 x 轴的分量 P_x^e 。SERF 原子陀螺工作在磁场补偿点,此时由补偿磁场 \mathbf{B} 补偿外界磁场与核自旋、电子自旋产生的磁场,使敏感元件工作在近零磁空间,且有剩磁 ΔB_z , 此时有

$$B_z + \Delta B_z = -\lambda M^n P_z^n - \lambda M^e P_z^e \quad (5)$$

假设在稳态情况下,电子极化率与核子极化率均指向 z 轴方向,即 \mathbf{P}^e 与 \mathbf{P}^n 的非 x 轴分量为 0。

通过将 Bloch 方程组的左侧 $\frac{\partial \mathbf{P}^e}{\partial t}$ 和 $\frac{\partial \mathbf{P}^n}{\partial t}$ 置零,可近似求解出极化率的稳态解^[17]

$$P_0^e = \frac{R_p}{R_p + R_{rel}} \quad (6)$$

$$P_0^n = P_0^e \frac{R_{se}^{ne}}{R_{se}^{ne} + 1/T_{n1}} \quad (7)$$

进一步地,碱金属电子与惰性气体核子的极化过程可以描述为^[18]

$$P_x^e(t) = P_0^e (1 - e^{-t(R_p + R_{rel})}) \quad (8)$$

$$P_x^n(t) = P_0^n (1 - e^{-t/T_{n1}}) \quad (9)$$

当输入角速度或磁场时,可近似求得

$$P_x^e \approx \frac{p_z^e}{R_{tot}} \left(B_y - \frac{\Omega_y}{\gamma^n} \right) \quad (10)$$

$$P_x^n \approx \frac{p_z^n}{B_c} \left(B_x - \frac{\Omega_x}{\gamma^n} \right) \quad (11)$$

$$P_y^n \approx \frac{p_z^n}{B_c} \left(B_y - \frac{\Omega_y}{\gamma^n} \right) \quad (12)$$

为验证理论推导与 Bloch 微分方程组数值解仿真的兼容性,设置如下参数进行仿真:假设陀螺仪的敏感元件为 K-Rb-²¹Ne 气室,碱金属电子的等效旋磁比 $\gamma_e = 2.8 \times 10^{10}$ Hz/T,惰性气体核子的旋磁比 $\gamma_n = 3.36 \times 10^6$ Hz/T;减慢因子 $Q(\mathbf{P}^e)$ 虽与电子极化率有关,但考虑到极化率的 z 分量变化较

小,不会对数值造成太大影响,假设减慢因子为定值 $Q(\mathbf{P}^e)=9$;混合碱金属电子的等效弛豫率 $R_{tot}=1000/s$,核子的弛豫率在纵向和横向不同 $R_{n1}=0.0001/s, R_{n2}=0.1/s$;碱金属电子的等效抽运率 $R_p=1500/s$;核子-电子的自旋交换率 $R_{se}^{ne}=7 \times 10^{-5}/s$,电子-核子的自旋交换率 $R_{se}^{en}=7/s$ 。为了与理论计算进行对照,这里假设抽运激光为完全圆偏振光,检测激光为完全线偏振光,对碱金属电子没有抽运作用;剩磁 ΔB_z 和光频移 L 均为 0,且碱金属电子和惰性气体核子均从 0 开始抽运极化。

光抽运电子极化与核子超极化的过程如图 4 所示。由于电子的弛豫时间很短,在抽运激光的作用下,碱金属电子的极化率在 0.03s 快速达到了稳态值 0.5984;由于大的弛豫时间,核子的极化率在 12h 达到了稳态值 0.01451。通过式(6)理论计算,电子的极化率为 0.60,仿真与理论计算的相对误差为 0.13%;根据式(7)计算,核子的极化率为 0.0146,仿真与理论计算的相对误差为 0.048%,且仿真结果均略小于近似理论计算结果。式(6)中的理论计算忽略了碱金属电子与惰性气体核子的自旋交换碰撞作用对电子极化率的影响,自旋交换碰撞会将电子的角动量传递到核子上,造成电子极化率的微弱降低。故可以认为仿真模型的结果可以准确描述光抽运原子极化与核子超极化过程,且较理论计算进行了修正。

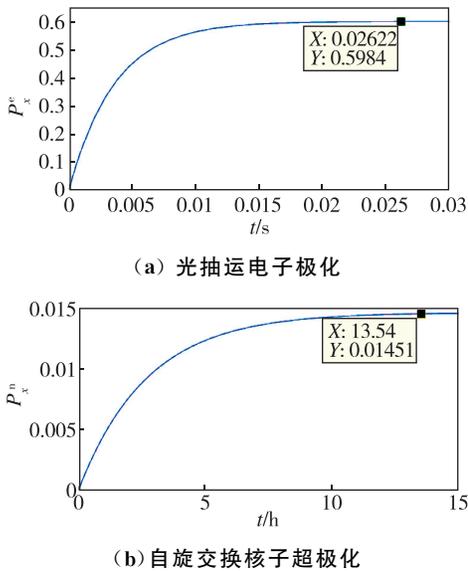


图 4 SERF 原子陀螺光抽运电子极化过程与核子超极化过程
Fig. 4 Polarization process of optically pumped electrons in SERF atomic gyroscope and nucleon hyperpolarization process

在系统抽运达到稳态后,对 y 轴输入 $\Omega_y = 1(^{\circ})/s$ 的角速度,仿真得到了电子极化率和核子极化率随系统输入的响应,如图 5 所示。电子极化率 P_x^e 在角速度输入 7s 后达到稳态值 0.07249,核子极化率 P_x^n 在 25s 左右达到稳态值 0.023424。按照式(10)的理论估计值,其稳态解分别为 $P_x^e=0.0871$ 与 $P_x^n=2.42 \times 10^{-4}$ 。理论估计与仿真实验所得结果在容许范围内稍有偏差。

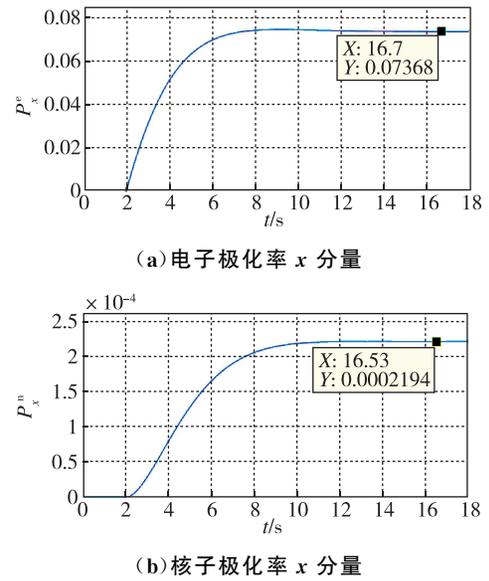
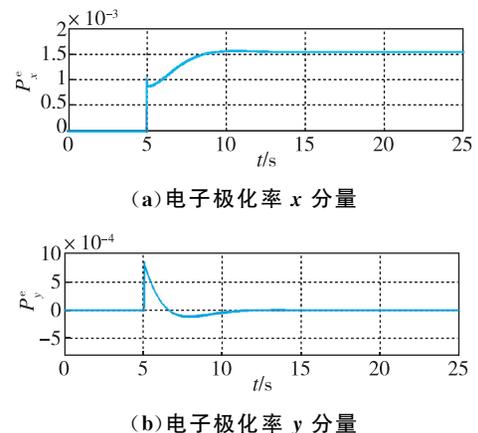


图 5 SERF 原子陀螺在转动输入下的电子极化率响应与核子极化率响应
Fig. 5 Electron polarizability response and nucleon polarizability response of SERF atomic gyroscope under rotational input

为研究在磁场输入下 SERF 原子自旋陀螺的稳态解与该系统对干扰静磁场的补偿能力,设定补偿磁场 $B_z = 256nT$,当系统达到稳定的状态即 5s 后,在 y 轴方向施加一个 $B_y = 10nT$ 的阶跃磁场,系统响应如图 6 所示。



(a) 电子极化率 x 分量
(b) 电子极化率 y 分量

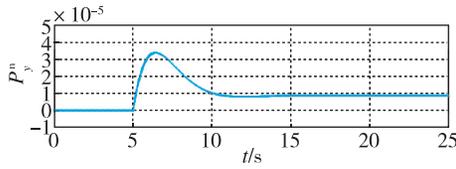
(c) 核子极化率 y 分量

图 6 SERF 原子陀螺在阶跃磁场输入下的响应

Fig. 6 Response of SERF atomic gyroscope under step magnetic field input

通过分析图 6 可以得出结论,在阶跃磁场 B_y 施加的瞬间,电子的横向极化率发生突变,核子的极化率没有变化。之后随着 P_y^n 跟随补偿阶跃磁场 B_y ,实现了核自旋产生磁场抵消 y 轴磁场,使电子感受到的 y 方向磁场降低,该现象称为核自旋自补偿过程。经过理论推导,碱金属电子的 x 轴极化率 $P_x^e \approx \frac{P_z^e \gamma_e}{R_{\text{tot}}} B_y = 1.667 \times 10^{-3}$,仿真得到 $P_x^e = 1.534 \times 10^{-3}$ 。仿真结果与理论估计值相差不大,验证了数值计算仿真结果的准确性。

在 z 轴有角速度输入的情况下,电子 x 轴极化率 P_x^e 保持为 0,表明 SERF 原子陀螺对 z 轴的角速度输入不敏感,与理论推导所得结论相同。

在实际使用中,追踪的角速度信号是时变的,采用匀速转动的方式虽能标定出陀螺仪随转动的稳态输出,但不能得到陀螺仪跟踪转动过程的动态性能。此外,由于输入信号复杂,不能通过理论计算得到解析输出结果。为研究陀螺仪对时变信号的追踪能力,对陀螺仪施加正弦角速度转动信号,测试陀螺仪对信号的追踪能力,并标定出本仿真参数下的陀螺仪带宽。仿真结果如图 7 所示。

为衡量 SERF 原子陀螺对输出的跟踪能力,采用角速度为 $\sin(0.1t)$ rad/s、 $\sin(0.3t)$ rad/s 和 $\sin(0.67t)$ rad/s 的正弦信号进行激励。在 $\sin(0.1t)$ rad/s 的角速度输入下,陀螺仪的输出幅度为 0.07337,接近

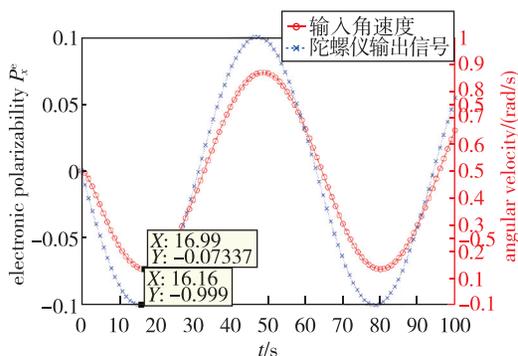
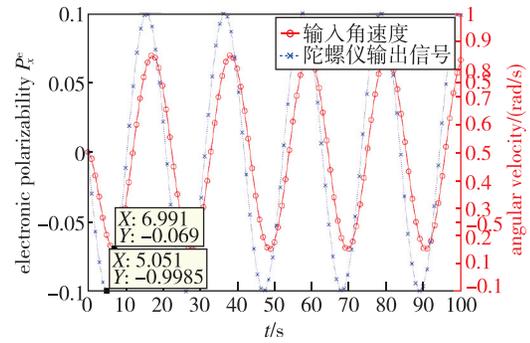
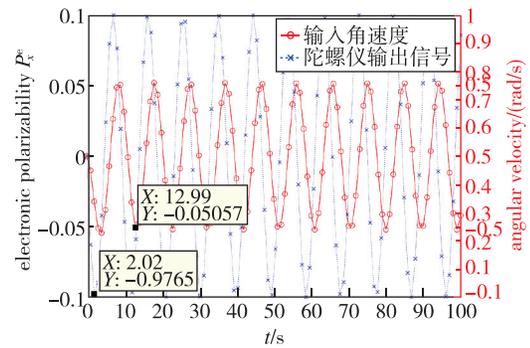
(a) 角速度输入 $\sin(0.1t)$ rad/s(b) 输入角速度 $\sin(0.3t)$ rad/s(c) 输入角速度 $\sin(0.67t)$ rad/s

图 7 SERF 原子陀螺在正弦转动信号输入下的响应

Fig. 7 Response of SERF atomic gyroscope under sinusoidal rotation signal input

阶跃角速度输入的输出响应值。随着激励信号角速度的增大,陀螺仪的输出信号逐渐减小。当输入角度的幅值不变,角速度达到 $\sin(0.1t)$ rad/s 时,输出降低至阶跃响应的 70.7% 即 0.05367,故该仿真参数下陀螺仪的带宽为 0.67 rad/s。

衡量在实际应用中陀螺仪的输入输出情况。在陀螺仪的带宽范围内,测试了陀螺仪输出对输入角速度的跟踪情况,构造了复杂任意波输入,计算并对比了陀螺仪输出 Ω_y 与输入之间的关系,仿真结果如图 8 所示。从仿真中可以得出结论,该陀螺仪在带宽内

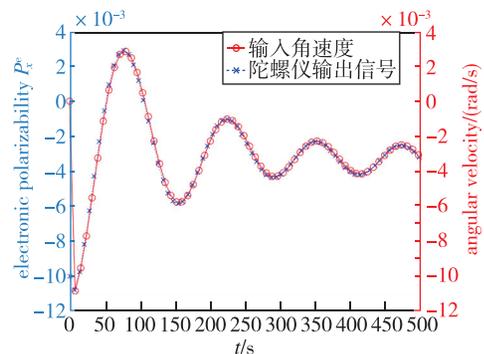


图 8 任意波形输入下陀螺仪的输入输出关系

Fig. 8 Input output relationship of gyroscope under arbitrary waveform input

对角速度的输入有较高的跟踪精度。

3 总结

本文从 SERF 原子自旋惯性装置的角速度测量原理出发,建立了 Bloch 方程描述其输入输出关系。为解决理论计算仅能得到 Bloch 稳态解,且输入磁场、角速度、光场时变时无法求解的局限性,建立了 Simulink 仿真模型,采用可变阶数值微分算法对 Bloch 方程组求解。对比了数值求解与解析计算的结果,验证了对 Bloch 方程进行数值计算的可行性与准确性,解决了复杂输入下无法通过理论解析计算求解 SERF 原子自旋惯性装置输出的问题。

影响 SERF 原子自旋惯性装置性能的因素有很多,如温度的不均匀性、磁场的均匀性、抽运光检测光的偏振度等。本文验证了对 SERF 陀螺进行建模及数值求解的可行性与准确性,未来可以对更多影响因素进行研究,为 SERF 陀螺的设计与测试提供参考。

参考文献

- [1] Kanegsberg E. A nuclear magnetic resonance/NMR/gyro with optical magnetometer detection[C]//Proceedings of International Society for Optics and Photonics, Laser Inertial Rotation Sensors, 1978.
- [2] Andronova I A, Malykin G B. How random twists of a single-mode fiber lightguide affect the sensitivity of fiber gyroscopes to an external magnetic field[J]. Journal of Optical Technology, 2002, 69(10): 774-777.
- [3] 万双爱. 基于 SERF 的原子自旋陀螺仪自旋耦合控制方法及实验研究[D]. 北京: 北京航空航天大学, 2014: 3-5.
Wan Shuang'ai. Study on the spin coupling control methods for atomic spin gyroscope based on SERF [D]. Beijing: Beihang University, 2014: 3-5(in Chinese).
- [4] Donley E A. Nuclear magnetic resonance gyroscopes [C]// Proceedings of Sensors. IEEE, 2010.
- [5] Allred J C, Lyman R N, Kornack T W, et al. High-sensitivity atomic magnetometer unaffected by spin-exchange relaxation [J]. Physical Review Letters, 2002, 89(13): 130801.
- [6] Kornack T W, Ghosh R K, Romalis M V. Nuclear spin gyroscope based on an atomic comagnetometer[J]. Physical Review Letters, 2005, 95(23): 230801.
- [7] 秦杰. 基于 ^{129}Xe -Cs 的 SERF 原子自旋陀螺仪原理实验研究[D]. 北京: 北京航空航天大学, 2012.
Qin Jie. Experimental development of SERF atomic spin gyroscope based on ^{129}Xe -Cs [D]. Beijing: Beihang University, 2012(in Chinese).
- [8] Vasilakis G. Precision measurements of spin interactions with high density atomic vapors[D]. Princeton: Princeton University, 2011: 23-25.
- [9] 和双双. 基于 SERF 原子自旋陀螺仪的误差机理分析和数据处理[D]. 南京: 东南大学, 2017.
He Shuangshuang. Error analysis and data processing based on SERF atomic spin gyroscope [D]. Nanjing: Southeast University, 2017(in Chinese).
- [10] Appelt S, Baranga B A, Erickson C J, et al. Theory of spin-exchange optical pumping of ^3He and ^{129}Xe [J]. Physical Review A, 1998, 58(2): 1412-1439.
- [11] 秦永元. 惯性导航[M]. 北京: 科学出版社, 2014.
Qin Yongyuan. Inertial navigation [M]. Beijing: Science Press, 2014(in Chinese).
- [12] Ghosh R K. Spin exchange optical pumping of neon and its applications[D]. Princeton: Princeton University, 2009.
- [13] Happer W, Tam A C. Effect of rapid spin exchange on the magnetic-resonance spectrum of alkali vapors [J]. Physical Review A, 1977, 16(5): 1877-1891.
- [14] Grover B C. Production of a nuclear-spin-polarized ^{21}Ne sample [J]. Princeton: Physical Review A, 1983, 28(4): 2521-2522.
- [15] Seltzer S J. Developments in alkali-metal atomic magnetometry[D]. Princeton: Princeton University, 2008.
- [16] Vasilakis G. Precision measurements of spin interactions with high density atomic vapors[D]. Princeton: Princeton University, 2011.
- [17] Chann B, Babcock E, Anderson L W, et al. Measurements of ^3He spin-exchange rates [J]. Physical Review A, 2002, 66(3): 032703.
- [18] Ghosh R K, Romalis M V. Measurement of spin-exchange and relaxation parameters for polarizing ^{21}Ne with K and Rb [J]. Physical Review A, 2010, 81(4): 043415.
- [19] Allred J C, Lyman R N, Kornack T W, et al. High-sensitivity atomic magnetometer unaffected by spin-exchange relaxation [J]. Physical Review Letters, 2002, 89(13): 130801.