# 基于等效刚度矩阵的复合材料机翼盒段优化设计

### 唐振杰 李玉龙

(西北工业大学航空学院,西安,710072)

摘要:通过刚度矩阵转换,将复合材料层合板等效成正交各向异性材料板,并采用beam单元模拟加筋桁条。将机 翼盒段的蒙皮厚度和加筋桁条面积作为设计变量,机翼盒段的质量作为目标函数,运用多岛遗传算法和序列二 次规划算法相结合的优化方法,对多变量、多约束条件下的大展弦比复合材料机翼进行结构优化设计。通过算例 分析,机翼的复合材料结构质量下降了9.55%,优化时间较短。

关键词:刚度矩阵;多岛遗传算法;序列二次规划算法;结构优化设计

**中图分类号:**V214.8 文献标识码:A 文章编号:1005-2615(2011)04-0521-05

## Optimization Design for Box of Composite Wing Based on Effective Stiffness Matrix

Tang Zhenjie, Li Yulong

(School of Aeronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an, 710072, China)

Abstract:Based on stiffness matrix, the modulus of composite laminate is translated to the modulus of orthotropic plate and the stiffeners are idealized as beam. In the method of combining multi-island genetic algorithm with sequential quadratic algorithm, the thickness of panels and the area of stiffeners are regarded as design variables and the weight of the box of composite wing as objective function to design the structure of a high aspect-ratio composite wing with multiple variables and constraints. The numerical example shows that the weight of the composite structure is reduced by 9.55% and the optimized time is relatively shorter.

Key words: stiffness matrix; multi-island genetic algorithm; sequential quadratic algorithm; structural optimization design

复合材料因其比强度高、比刚度高、可设计性 强等特点,在航空领域的应用日益广泛。为了使复 合材料得到充分利用,复合材料的结构优化设计越 来越受到广泛的重视。常楠等<sup>[1]</sup>基于有限元分析软 件PATRAN/NASTRAN 建立适用于大型复合材 料结构的优化系统,对复合材料机翼蒙皮进行优化 设计;穆朋刚等<sup>[2]</sup>基于蚁群算法对复合材料铺层参 数进行优化设计;Liu 等<sup>[3]</sup>基于遗传算法和响应面 法采用二级优化技术,对复合材料机翼结构进行优 化设计。鉴于复合材料结构用有限元软件分析时 耗时较长,本文用Fortran 程序将复合材料层合板 等效成正交各向异性板,然后将等效刚度赋给相应 的复合材料结构进行计算,可以提高有限元分析效 率,且采用 beam 单元代替 shell 单元模拟加筋桁 条,也可以提高有限元的分析效率<sup>[4]</sup>。这样在优化 设计时可以节约时间,提高优化效率。

### 1 复合材料层合板的等效刚度转换

在三维应力状态的单元体中,一般各向异性材 料的应力-应变关系式为<sup>[5]</sup>

收稿日期:2011-04-30;修订日期:2011-06-07

通讯作者:唐振杰,男,高级工程师,E-mail:13911163021@139.com。

$$\begin{cases} \mathbf{s}_{x} \\ \mathbf{s}_{y} \\ \mathbf{s}_{z} \\ \mathbf{t}_{xx} \\ \mathbf{t}_{xy} \end{cases} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{11} & \mathbf{Q}_{12} & \mathbf{Q}_{13} & \mathbf{Q}_{14} & \mathbf{Q}_{15} & \mathbf{Q}_{16} \\ \mathbf{Q}_{12} & \mathbf{Q}_{22} & \mathbf{Q}_{23} & \mathbf{Q}_{24} & \mathbf{Q}_{25} & \mathbf{Q}_{26} \\ \mathbf{Q}_{13} & \mathbf{Q}_{23} & \mathbf{Q}_{33} & \mathbf{Q}_{34} & \mathbf{Q}_{35} & \mathbf{Q}_{36} \\ \mathbf{Q}_{14} & \mathbf{Q}_{24} & \mathbf{Q}_{34} & \mathbf{Q}_{44} & \mathbf{Q}_{45} & \mathbf{Q}_{46} \\ \mathbf{Q}_{15} & \mathbf{Q}_{25} & \mathbf{Q}_{35} & \mathbf{Q}_{45} & \mathbf{Q}_{55} & \mathbf{Q}_{56} \\ \mathbf{Q}_{16} & \mathbf{Q}_{26} & \mathbf{Q}_{36} & \mathbf{Q}_{46} & \mathbf{Q}_{56} & \mathbf{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{x} \\ \mathbf{e}_{y} \\ \mathbf{e}_{z} \\ \mathbf{g}_{yz} \\ \mathbf{g}_{zx} \\ \mathbf{g}_{xy} \end{bmatrix}$$

$$(1)$$

对于正交各向异性材料,材料的弹性性能关于 3 个平面对称,即有 $Q_{14} = Q_{15} = Q_{16} = Q_{24} = Q_{25} = Q_{26} = Q_{34} = Q_{35} = Q_{36} = Q_{45} = Q_{46} = Q_{56} = \theta$ ,则刚度矩 阵可以简化为

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{Q}_{11} & \boldsymbol{Q}_{12} & \boldsymbol{Q}_{13} & \boldsymbol{\theta} & \boldsymbol{\theta} & \boldsymbol{\theta} \\ \boldsymbol{Q}_{21} & \boldsymbol{Q}_{22} & \boldsymbol{Q}_{23} & \boldsymbol{\theta} & \boldsymbol{\theta} & \boldsymbol{\theta} \\ \boldsymbol{Q}_{31} & \boldsymbol{Q}_{32} & \boldsymbol{Q}_{33} & \boldsymbol{\theta} & \boldsymbol{\theta} & \boldsymbol{\theta} \\ \boldsymbol{\theta} & \boldsymbol{\theta} & \boldsymbol{\theta} & \boldsymbol{Q}_{44} & \boldsymbol{\theta} & \boldsymbol{\theta} \\ \boldsymbol{\theta} & \boldsymbol{\theta} & \boldsymbol{\theta} & \boldsymbol{\theta} & \boldsymbol{Q}_{55} & \boldsymbol{\theta} \\ \boldsymbol{\theta} & \boldsymbol{\theta} & \boldsymbol{\theta} & \boldsymbol{\theta} & \boldsymbol{\theta} & \boldsymbol{Q}_{56} \end{bmatrix}$$
(2)

将各不同铺层角度下的刚度矩阵转换为整体 坐标系下得到的刚度矩阵为

$$\begin{bmatrix} \overline{\boldsymbol{Q}}_{11} & \overline{\boldsymbol{Q}}_{12} & \overline{\boldsymbol{Q}}_{13} & \boldsymbol{\theta} & \boldsymbol{\theta} & \overline{\boldsymbol{Q}}_{16} \\ \overline{\boldsymbol{Q}}_{12} & \overline{\boldsymbol{Q}}_{22} & \overline{\boldsymbol{Q}}_{23} & \boldsymbol{\theta} & \boldsymbol{\theta} & \overline{\boldsymbol{Q}}_{26} \\ \overline{\boldsymbol{Q}}_{13} & \overline{\boldsymbol{Q}}_{23} & \overline{\boldsymbol{Q}}_{33} & \boldsymbol{\theta} & \boldsymbol{\theta} & \overline{\boldsymbol{Q}}_{36} \\ \boldsymbol{\theta} & \boldsymbol{\theta} & \boldsymbol{\theta} & \overline{\boldsymbol{Q}}_{44} & \overline{\boldsymbol{Q}}_{45} & \boldsymbol{\theta} \\ \boldsymbol{\theta} & \boldsymbol{\theta} & \boldsymbol{\theta} & \overline{\boldsymbol{Q}}_{45} & \overline{\boldsymbol{Q}}_{55} & \boldsymbol{\theta} \\ \overline{\boldsymbol{Q}}_{16} & \overline{\boldsymbol{Q}}_{26} & \overline{\boldsymbol{Q}}_{36} & \boldsymbol{\theta} & \boldsymbol{\theta} & \overline{\boldsymbol{Q}}_{66} \end{bmatrix}$$
(3)

假设层合板的厚度为t,共有N 层,第k 层厚度 为 $d_k(d_k = z_k - z_{k-1})$ 如图1 所示。则层合板的等效刚 度矩阵为

$$\left[\overline{\boldsymbol{\mathcal{Q}}}_{ij}\right] = \sum_{k=1}^{N} \left[\overline{\boldsymbol{\mathcal{Q}}}_{ij}\right]_{k} d_{k}/t \tag{4}$$

在均衡层合板中,由于 $\overline{Q}_{16}$ , $\overline{Q}_{26}$ , $\overline{Q}_{36}$ , $\overline{Q}_{45}$ 均是铺 层角的奇函数,所以它们各自分量之和为零,即均



衡的复合材料层合板可以等效成正交各向异性板。

对于工字型加筋桁条(见图 2)根据体积平均 法,可以得到加筋桁条的等效刚度矩阵为

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{Q}_{ij}^{*} \end{bmatrix} = \frac{\boldsymbol{Q}_{\mathrm{H}} \boldsymbol{S}_{\mathrm{H}} + \boldsymbol{Q}_{\mathrm{V}} \boldsymbol{S}_{\mathrm{V}}}{\overline{\boldsymbol{Q}}_{\mathrm{H}} + \overline{\boldsymbol{Q}}_{\mathrm{V}}} = \\ \begin{cases} \boldsymbol{Q}_{11}^{*} & \boldsymbol{Q}_{12}^{*} & \boldsymbol{Q}_{13}^{*} & \boldsymbol{\theta} & \boldsymbol{\theta} & \boldsymbol{\theta} \\ \boldsymbol{Q}_{12}^{*} & \boldsymbol{Q}_{22}^{*} & \boldsymbol{Q}_{23}^{*} & \boldsymbol{\theta} & \boldsymbol{\theta} & \boldsymbol{\theta} \\ \boldsymbol{Q}_{13}^{*} & \boldsymbol{Q}_{23}^{*} & \boldsymbol{Q}_{33}^{*} & \boldsymbol{\theta} & \boldsymbol{\theta} & \boldsymbol{\theta} \\ \boldsymbol{\theta} & \boldsymbol{\theta} & \boldsymbol{\theta} & \boldsymbol{Q}_{44}^{*} & \boldsymbol{\theta} & \boldsymbol{\theta} \\ \boldsymbol{\theta} & \boldsymbol{\theta} & \boldsymbol{\theta} & \boldsymbol{Q}_{55}^{*} & \boldsymbol{\theta} \\ \boldsymbol{\theta} & \boldsymbol{\theta} & \boldsymbol{\theta} & \boldsymbol{\theta} & \boldsymbol{Q}_{55}^{*} \end{array} \right]$$
(5)

式中: $\overline{Q}_{H}$ 为水平缘条的等效刚度矩阵; $\overline{Q}_{V}$ 为竖直缘 条的等效刚度矩阵; $S_{H}$ 为水平缘条的横截面积; $S_{V}$ 为竖直缘条的横截面积。



图 2 工字型加筋桁条横截面图

### 2 模型描述

图 3 中的机翼盒段有限元模型主要包括肋、 梁、加筋桁条和蒙皮。前后梁各2 个,从翼根到翼尖 共有 35 个肋,前梁到后梁共有 19×2 个加筋桁条。 工字型加筋桁条采用 beam 单元模拟,蒙皮采用 shell 单元模拟,蒙皮和加筋桁条的局部区域放大 图如图 4 所示。

复合材料采用T300/QY8911,材料参数如表1 所示。



图1 层合板铺层示意图



图 4 局部区域放大图

表1 T300/QY8911 的材料参数

$E_{11}/{ m GPa}$	$E_{\rm 22}/{ m GPa}$	$E_{\rm 33}/{ m GPa}$	$G_{12}/\mathrm{GPa}$	$G_{23}/{ m GPa}$
135.0	8.80	8.80	4.47	3.20
$G_{13}/{ m GPa}$	$\nu_{12}$	$\nu_{23}$	$\nu_{13}$	
4.47	0.33	0.48	0.15	

蒙皮的初始厚度为9mm,面积为200mm× 700mm,铺层为[0/45/-45/0/90/0/90/-45/45/ 0]<sub>s</sub>;加筋桁条上凸缘宽度为30.0mm,厚度为 8.0mm,铺层为[45/0<sub>2</sub>/-45/90<sub>2</sub>/0<sub>2</sub>]<sub>s</sub>;加筋桁条 下凸缘宽度为90.0mm,厚度为8.0mm,铺层为 [45/0<sub>2</sub>/-45/90<sub>2</sub>/0<sub>2</sub>]<sub>s</sub>;加筋桁条腹板高度为60.0 mm,厚度为8.0mm,铺层为[0/90/-45/45/0/ 45/-45/90/0]<sub>s</sub>。

将以上相关数据代入到式(1~5)可以得到蒙 皮和工字型加筋桁条的等效刚度矩阵为

		75.12	17.20	6.74	0	0	0	
		17.20	37.90	0	0	0	0	
<b>^</b> *		6.74	0	19.64	0	0	0	
$Q_{\mathrm{m}}^{*} = -$	= <	0	0	0	3.24	0	0	7
		0	0	0	0	6.68	0	
		0	0	0	0	0	15.21	
		(72.52	12.29	5.73	0	0	0	
		12.29	27.06	0	0	0	0	
0*		5.73	0	11.77	0	0	0	
$\mathcal{Q}_{H} =$	= <	0	0	0	2.11	0	0	>
		0	0	0	0	6.43	0	
		0	0	0	0	0	14.03	
							(	(6)

将 Q<sub>n</sub><sup>\*</sup> 和 Q<sub>h</sub><sup>\*</sup> 中相关数据分别赋给蒙皮和用 beam 单元模拟的加筋桁条,且相应的参数随着优 化设计变量的变化而变化。

### 3 优化描述

#### 3.1 优化模型

本文主要是对机翼的复合材料结构进行减质 量优化设计,即搜寻一组设计变量使

min Mass(X) (7)  
s. t. 
$$g_j(X) \ge 0$$
  $j = 1, \dots, m$   
 $g_j(X) = 0$   $j = m + 1, \dots, n$  (8)  
 $X_L \le X \le X_U$ 

式中 Mass 为机翼模型的质量; X 为设计变量包括 复合材料蒙皮的厚度和加筋桁条的横截面积; g<sub>j</sub>(X)为约束条件包括位移约束、应变约束和稳定 性约束; X<sub>L</sub>和X<sub>U</sub>分别为设计变量的最小值和最大 值。

运用全局算法(多岛遗传优化算法)和局部算 法(序列二次规划法)进行优化设计,既解决了全局 算法需要耗费大量时间问题,又解决了局部算法容 易使优化结果陷入局部最优解的问题。全局算法使 程序在运行开始或经过若干次迭代后就能将搜索 方向指向优异区域;局部算法在优异区域内继续探 索,使算法更快地收敛于最优解<sup>[6]</sup>。这样可以提高 优化效率,并且优化结果较准确。

#### 3.2 优化流程

首先利用Fortran 程序计算复合材料层合板的 等效刚度,然后利用有限元分析软件 MSC. Nastran 调用模型文件,进行静强度和稳定性分析<sup>[7]</sup>, 将从结果文件中提取的最大位移、最大应变和最大 屈曲特征值写入输出文件中,在优化时作为约束条 件,最后判定是否满足约束条件和达到最优解,否 则继续分析,是则结束计算。优化流程如图5 所示。



#### 3.3 优化结果

优化时所用计算机的具体配置为:Intel 2 个 CPU,2.00 GHz 主频,2 GM 内存。有限元模型中 设计变量共 252 个,在设置如此多的变量时,完成 一次优化达到最优解所需要的时间仅为 12 h 左 右,优化耗时可以接受<sup>[8]</sup>。

经过优化后复合材料结构的质量下降明显,优 化前的质量为 663.60 kg,优化后的质量为 600.20 kg,下降了9.55%。优化后设计变量和约束 条件的变化分别如图 6~9 和表2 所示。

	表 2	优化后的约束条件
--	-----	----------

约束条件	优化前	优化后	限制值
最大位移	1 832	2 234	≪2 700
屈曲因子	1.321	1.020	≥1.000
蒙皮最大拉伸应变	3 100.2	3 789.9	≪3 800
蒙皮最大压缩应变	2 530.3	2 985.1	$\leqslant$ 3 000
蒙皮最大剪切应变	2 010.5	3 120.8	$\leqslant$ 3 200
加筋桁条最大轴向应变	3 300.6	3 980.2	$\leqslant 4\ 000$

图 6~9 为设计变量的变化趋势图,从翼根到 翼尖上下蒙皮的厚度、上下加筋桁条的面积呈逐渐 变小趋势,这是由于机翼的翼根处受力较大;考虑





图 9 优化后下加筋桁条面积变化趋势

到结构的稳定性且材料的抗压强度小于抗拉强度, 所以上蒙皮厚度和上加筋桁条比下蒙皮和下加筋 桁条偏大,这与机翼上部受压下部受拉的实际情况 相符。

由表2可得经过优化后应变约束值、位移约束 值和屈曲因子更接近限制值,这说明材料得到充分 地利用,结构布局更加合理<sup>[9]</sup>。

### 4 结 论

本文运用全局算法(多岛遗传优化算法)和局 部算法(序列二次规划法)相结合,对机翼盒段的复 合材料构件进行优化设计,通过分析可以得出:

(1)将复合材料层合板等效成正交各向异性板,并用beam单元代替shell单元模拟加筋桁条,可以提高计算效率,节约优化时间。

(2)经过多次迭代,优化后机翼质量减少了9.55%,达到了减质量的目的,并且优化结果与实际情况相符。

(3)经过优化后应变约束值、位移约束值和屈曲因子更接近于限制值,这说明材料得到充分的利用,布局更加合理。

#### 参考文献:

- [1] 常楠,赵美英,王伟,等. 基于 PATRAN/NASTRAN 的复合材料机翼蒙皮优化设计[J]. 西北工业大学学报,2006,24(3):326-330.
- [2] 穆朋刚,赵美英,陈鹏飞,等.基于蚁群算法的复合材料层合板的铺层顺序优化[J].玻璃钢/复合材料, 2007(6):14-17.
- [3] Liu B, Haftka R T, Akgun M A. Two-level composite wing structural optimization using response surface [J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2000,20(2):87-96.
- [4] Bedair O K. A contribution to the stability of stiffened plates under uniform compression[J]. Computers &. Structures, 1998, 3(5):535-570.
- [5] 张振瀛.复合材料力学基础[M].北京:航空工业出版 社,1989.

- [6] 万志强,杨超.大展弦比复合材料机翼气动弹性优化 [J].复合材料学报,2005,22(3):145-149.
- [7] Asadpoure A, Tootkaboni M, Guest J K. Robust topology optimization of structures with uncertainties in stiffness-application to truss structures [J]. Computers and Structures, 2011,89(11/12):1131-1141.
- [8] Karkauskas R, Norkus A. Truss optimization under stiffness, stability constraints and random loading
   [J]. Mechanics Research Communications, 2006,33
   (2): 177-189.
- [9] Rong Jianhua, Liu Xiaohua, Yi Jijun, et al. An efficient structural topological optimization method for continuum structures with multiple displacement constraints[J]. Finite Elements in Analysis and Design, 2011,47(8): 913-921.