考虑建模误差的某型火箭末级制导方法研究

孙绍杰,杨晓论,支 强,石晋峰

(太原卫星发射中心,山西太原 030001)

摘 要:运载火箭末级发动机点火后,在制导系统的导引下,火箭最终抵达入轨位置、取得入轨速度,卫星进入 运行轨道。火箭末级飞行动力学模型为非线性微分方程形式,难以利用解析方法得到火箭姿态变化特性,进而控 制火箭飞行过程中的状态变量。将火箭入轨约束条件转化为最优控制的性能指标函数,利用庞德里亚金极小值原 理与牛顿梯度法相结合的方式来解决动力学方程求解问题,得到末级飞行标准轨道;火箭动力学建模过程中,由于 参数难以精确计量等的影响,存在建模误差,导致火箭实际飞行轨道会偏离标准轨道。对模型进行线性化处理,引 入状态反馈,可以使实际飞行轨道接近于标准轨道,提高卫星荷载入轨要求精度。仿真结果表明:该制导算法可较 好地减小火箭载荷入轨误差。

关键词:最优控制;梯度法;极小值原理;能控性分解;状态反馈
 中图分类号:TP 273.1; V 448.1 文献标志码:A DOI: 10.19328/j.cnki.2096-8655.2024.02.015
 引用格式:孙绍杰,杨晓论,支强,等.考虑建模误差的某型火箭末级制导方法研究[J].上海航天(中英文), 2024,41(2):114-120.

Research on the Final-stage Guidance Method of a Launch Vehicle Considering Modeling Errors

SUN Shaojie, YANG Xiaolun, ZHI Qiang, SHI Jinfeng (Taiyuan Satellite Launch Center, Taiyuan 030001, Shanxi, China)

Abstract: After the ignition of the final-stage engine, the launch vehicle guided by the guidance system will finally reach the orbit injection point and obtain an injection speed, and the satellite will enter the operational orbit. The final-stage flight dynamics model of a launch vehicle is in the form of nonlinear differential equations, which makes it difficult to obtain the attitude change characteristics of the launch vehicle by means of analytical methods and then control the state variables during the flight process of the launch vehicle. In this paper, the orbit injection constraint conditions of the launch vehicle are converted to a performance index function for optimal control, and the dynamic equations are solved by means of the combination of the Pontryagin minimum principle and the Newton gradient method, so that the final flight standard orbit is obtained. In the process of modeling the launch vehicle dynamics, due to the difficulties such as the parameters cannot be accurately measured, there are inevitably modeling errors, and thus the actual flight orbit of the launch vehicle will deviate from the standard one. The model is linearized, and the state feedback is introduced, which can make the actual flight orbit close to the standard one and improve the accuracy required for satellites loading into orbits. The simulation results show that the guidance algorithm can effectively reduce the orbit injection error of the launch vehicle.

Key words: optimal control; gradient method; minimum principle; controllability decomposition; state feedback

0 引言

运载火箭的任务是将所运载的星、船等空间飞行 器送入预定的轨道。运载火箭制导不同于弹道导弹, 弹道导弹制导目标一般只有2个,即瞄准点的经、纬度,而运载火箭的制导目标更多,如轨道倾角、近地点高度、远地点高度、近地点幅角、升交点经度等。其

收稿日期:2022-09-12;修回日期:2023-02-24

作者简介:孙绍杰(1987—),男,硕士,工程师,主要研究方向为航天测试发射。

通信作者:支 强(1983-),男,博士,高级工程师,主要研究方向为航天动力学控制。

中,火箭末级制导方法直接关系飞行器入轨精度。在 末级发动机点火前,火箭已经具有一定速度、到达一 定位置。点火后,在制导系统的导引下,火箭最终到 达入轨点,星、箭分离后,卫星进入预定轨道。

随着航天技术的发展,国内外开展了大量火箭制 导方法研究,主要研究目标是提高制导精度、增强任 务适应性等。文献[1-12]对制导技术、姿态控制方法 等开展相关分析,但大部分文献是对制导算法进行原 理性阐述,未对具体工程应用进行深入分析,较少对 火箭末级飞行开展针对性研究。本文以火箭末级制 导方法为研究对象,利用庞德里亚金极小值原理与牛 顿迭代法相结合的方式,建立末级飞行标准轨道,使 末级可由点火前运动状态转换为入轨要求运动状态: 火箭动力学模型建立过程中,不可避免地存在一定程 度的建模误差,火箭实际飞行轨道会偏离理论轨道, 带来入轨精度误差,对标准制导策略进行分析,适应 性调整制导方法,在线性系统能控性分析的基础上, 引入状态反馈法,可增强火箭的末级制导的环境适应 性,显著提高火箭实际飞行中的入轨精度,并为实际 工程应用提供具体参考。通过计算机数值仿真验证 制导方法的有效性。

1 火箭末级飞行动力学模型

某火箭末级依靠发动机提供推力,推力方向为 箭体轴向,姿控系统通过控制火箭姿态改变火箭推 力方向。火箭由末级点火状态出发,可在指定时刻 到达入轨位置、取得入轨速度。

火箭末级飞行方式为共面飞行,即末端速度、 初始速度在同一平面内。建立火箭飞行坐标系 X-O-Y系,O点为末级点火点,OX指向火箭运动方 向,位于水平面内,OY位于飞行面内,垂直向上; D点为火箭末级入轨点。建立坐标系如图1所示。



图1 火箭末级运动坐标系



末级飞行时间较短,且飞行处于近似真空状态, 可做出如下假设:1) 假定坐标系为惯性系;2) 忽略火 箭质心变动引入的附加力、科氏惯性力、喷管内外压 强差引入的推力、空气阻力;3) 火箭推力大小或等于 $\left|\vec{F}(t)\right| = (dm(t)/dt)v_r(t),其中 dm/dt 为单位时间火$ $箭质量变化量(单位时间喷出燃料质量),v_r(t)为喷气$ 相对速度,推力方向通过姿控系统调整。

火箭动力学模型如下^[13-14]:

$$m(t) [\ddot{x}_{c}(t)\vec{i} + \ddot{y}_{c}(t)\vec{j}] = -m(t)g\vec{j} + \frac{\mathrm{d}m(t)}{\mathrm{d}t}v_{r}(t)\cos(\theta(t))\vec{j} + \frac{\mathrm{d}m(t)}{\mathrm{d}t}v_{r}(t)\sin(\theta(t))\vec{i}$$
(1)

式中:($x_c(t)$, $y_c(t)$)为火箭瞬时质心的坐标,m; m(t)为火箭瞬时质量,kg; $\theta(t)$ 为火箭推力方向与 竖直方向间的夹角,rad; \vec{i},\vec{j},\vec{j} 为坐标轴X,Y,Z方向 单位向量;g为重力加速度,m/s²。

假设飞行过程中燃料消耗速度恒定、喷管喷气 速度恒定,即dm(t)/dt = const = \dot{m} , $v_r(t)$ = const = v_r ,可得方程式如下:

$$m(t) = m_{\rm st} - \dot{m}t \tag{2}$$

式中: m_{st} 为火箭初始质量,kg;m为火箭瞬时质量变 化值,kg/s。

取: $u(t) = \theta(t), x_1(t) = \dot{x}_c(t), x_2(t) = \dot{y}_c(t),$ $x_3(t) = x_c(t), x_4(t) = y_c(t),$ 即以火箭质心瞬时速 度、位置为状态量,火箭推力角度变化为控制量,可 得 $\vec{x}(t) = f(\vec{x}(t), \vec{u}(t), t)$ 的状态方程形式,可得 方程式如下:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = \frac{\dot{m}v_r}{m_{st} - \dot{m}t} \sin(u(t)) \\ \dot{x}_2(t) = \frac{\dot{m}v_r}{m_{st} - \dot{m}t} \cos(u(t)) - g \\ \dot{x}_3(t) = x_1(t) \\ \dot{x}_4(t) = x_2(t) \end{cases}$$
(3)

终端状态约束表达式如下:

$$x_{1}(t_{f}) = v_{x}(t_{f}), \ x_{2}(t_{f}) = v_{y}(t_{f}),$$

$$x_{3}(t_{f}) = x(t_{f}), \ x_{4}(t_{f}) = y(t_{f})$$
(4)

式中: t_f 为火箭末端飞行时间要求,s; $v_x(t_f), v_y(t_f), x(t_f), y(t_f)$ 为火箭入轨点D对应的沿坐标系X, Y轴方向的速度和位置要求,单位分别为m/s和m。 研究控制量*u*(*t*)如何变化,可使火箭状态由点 火时状态变换为入轨状态。

2 末级飞行的最优控制分析

式(3)为非线性微分方程。该问题本质为泛函问题,一般而言,直接求解满足该方程末端所有约束条件的控制量较为困难。

引入性能指标函数如下:

$$J = (x_1(t_f) - v_x(t_f))^2 + (x_2(t_f) - v_y(t_f))^2 + (x_3(t_f) - x(t_f))^2 + (x_4(t_f) - y(t_f))^2$$
(5)

将终端状态约束转化为性能指标函数。问题 可转化为求解容许控制 *u*(*t*),使得 *J*最小,利用极小 值原理求解上述最优控制问题^[15-16]。极小值原理是 苏联科学家庞德里亚金提出的现代最优控制数学 理论,该理论能给出具有约束的条件下最优控制的 解,在火箭控制领域得到广泛应用。

哈密顿算子H为

$$H = \lambda_{1}(t) \frac{\dot{m}v_{r}}{m_{st} - \dot{m}t} \sin(u(t)) + \lambda_{2}(t) \left(\frac{\dot{m}v_{r}}{m_{st} - \dot{m}t} \cos(u(t)) - g\right) + \lambda_{3}(t) x_{1}(t) + \lambda_{4}(t) x_{2}(t)$$
(6)

正则方程如下:

$$\dot{\lambda}_{1}(t) = -\lambda_{3}(t)$$

$$\dot{\lambda}_{2}(t) = -\lambda_{4}(t)$$

$$\dot{\lambda}_{3}(t) = 0$$

$$\dot{\lambda}_{4}(t) = 0$$
(7)

可得:

$$\begin{cases} \lambda_{1}(t) = c_{1} - c_{3}t \\ \lambda_{2}(t) = c_{2} - c_{4}t \\ \lambda_{3}(t) = c_{3} \\ \lambda_{4}(t) = c_{4} \end{cases}$$
(8)

正则方程终端条件:

$$\begin{cases} \lambda_{1}(t_{f}) = 2(x_{1}(t_{f}) - v_{x}(t_{f})) \\ \lambda_{2}(t_{f}) = 2(x_{2}(t_{f}) - v_{y}(t_{f})) \\ \lambda_{3}(t_{f}) = 2(x_{3}(t_{f}) - x(t_{f})) \\ \lambda_{4}(t_{f}) = 2(x_{4}(t_{f}) - y(t_{f})) \end{cases}$$
(9)

式中: λ_1 、 λ_2 、 λ_3 、 λ_4 为哈密顿算子系数; c_1 、 c_2 、 c_3 、 c_4 为正则微分方程的通解系数。

不难发现,利用极小值原理难以直接得到最优 控制的解。参考文献[17-21],利用牛顿梯度下降法 求解上述最优控制问题。该方法是一种直接法,特 点是先设置1个控制序列,可能并不满足性能指标 函数最小的必要条件;再用迭代算法根据哈密顿算 子梯度减小的方向来改善控制序列,满足必要条 件。梯度法求解步骤如下。

第1步 选取初始控制向量,取为 $U^{0}(t)$ 。

第2步结合控制向量和火箭初始约束条件,求 解状态方程式(3),得到火箭实时状态向量*X*^{*}(*t*)。

第3步结合正则方程终端条件式(9),求解正则方程式(7)。

第4步 求解哈密顿算子对U的梯度向量,表达 式为

$$g^{k} = \partial H / \partial U = \lambda_{1} \frac{m v_{r}}{m_{st} - \dot{m}t} \cos(U) - \lambda_{2} \frac{\dot{m} v_{r}}{m_{r} - \dot{m}t} \sin(U)$$
(10)

第5步 判断是否满足约束极值问题, $J(U^k) \leq \varepsilon$, 满足终止计算;不满足有: $U^{k+1} = U^k - a^k g^k (a^k)$ 选 代步长,根据迭代误差选取),转入第2步。 U^k 为控制 向量实时迭代值, $J(U^k)$ 为按照式(5)计算值。

通过以上方法,可以得到火箭末级飞行标准轨 道,火箭末级标准弹道状态参数矢量 $\overline{X}(t) =$ $(\bar{x}_1(t), \bar{x}_2(t), \bar{x}_3(t), \bar{x}_4(t)),$ 标准控制量为 $\bar{U}(t)$ 。

3 误差条件下制导策略研究

为描述复杂的现实世界对象,在动力学模型中存在抽象和简化,火箭质量、运动参数等难以精确 计量,建模误差必然存在,且成为不确定性内容中 的重要组成部分。受该条件影响,在原有控制量作 用下,火箭末级实际飞行轨道会偏离标准轨道。需 调整制导方法,使实际飞行轨道接近于标准轨道, 满足入轨点参数约束要求。

在标准弾道 $\overline{X}(t_0)$ 处对式(3)做泰勒展开,即在 $x_1(t_0) = x_{10}, x_2(t_0) = x_{20}, x_3(t_0) = x_{30}, x_4(t_0) = x_{40},$ $u(t_0) = u_0, t = t_0$ 做展 $\pi^{[22-24]}$,得到表达式如下: $\begin{cases} \dot{x}_1(t) = \frac{\dot{m}v_r}{m_{st} - \dot{m}t_0} \sin(u_0) + \frac{\dot{m}\dot{m}v_r}{(m_{st} - \dot{m}t)^2} \sin(u)(t - t_0) + \frac{\dot{m}v_r}{(m_{st} - \dot{m}t)} \cos(u_0)(u - u_0) + o(t - t_0) \end{cases}$ $\dot{x}_2(t) = \frac{\dot{m}v_r}{m_{st} - \dot{m}t_0} \cos(u_0) + \frac{\dot{m}\dot{m}v_r}{(m_{st} - \dot{m}t)^2} \cos(u)(t - t_0) - (11) \frac{\dot{m}v_r}{m_{st} - \dot{m}t} \sin(u_0)(u - u_0) + o(u - u_0) + o(t - t_0) \end{cases}$ $\dot{x}_3(t) = x_{10} + (x_1(t) - x_{10}) + o(x_1(t) - x_{10}) \frac{\dot{x}_4(t) = x_{20} + (x_2(t) - x_{20}) + o(x_2(t) - x_{20})}{(x_2(t) - x_{20})}$ 建模参数误差等引起的轨道偏差在初始阶段 通常较小,忽略高阶项,得到表达式如下:

$$\begin{aligned}
\left\{ \begin{aligned} \Delta \dot{x}_{1}(t) &= \frac{\dot{m} v_{r}}{m_{st} - \dot{m} t} \cos(u_{0}) \Delta u + \\ &\frac{\dot{m} \dot{m} v_{r}}{(m_{st} - \dot{m} t)^{2}} \sin(u) \Delta t \\ \left\{ \Delta \dot{x}_{2}(t) &= -\frac{\dot{m} v_{r}}{m_{st} - \dot{m} t} \sin(u_{0}) \Delta u + \\ &\frac{\dot{m} \dot{m} v_{r}}{(m_{st} - \dot{m} t)^{2}} \cos(u) \Delta t \\ &\frac{\Delta \dot{x}_{3}(t) &= \Delta x_{1}(t) \\ &\Delta \dot{x}_{4}(t) &= \Delta x_{2}(t) \end{aligned} \right.
\end{aligned}$$

在 $\Delta t = t - t_0$ 较 小 时 , 可 近 似 $\Delta t =$ 0, $\frac{\dot{m}v_r}{m_{st} - \dot{m}t}\cos(u_0), \frac{\dot{m}v_r}{m_{st} - \dot{m}t}\sin(u_0) \Phi(t_0, t_0 + \Delta t)$ 范 围 内 变 化 不 大 , 可 将 $\left[\frac{\dot{m}v_r}{m_{st} - \dot{m}t}\cos(u_0), \frac{\dot{m}v_r}{m_{st} - \dot{m}t}\sin(u_0)\right]$ 用 $\left[\frac{\dot{m}v_r}{m_{st} - \dot{m}t_0}\cos(u_0), \frac{\dot{m}v_r}{m_{st} - \dot{m}t_0}\sin(u_0)\right]$

题,得到方程式如下:

$$\begin{vmatrix} \Delta \dot{x}_{1}(t) = \frac{mv_{r}}{m_{st} - \dot{m}t_{0}} \cos(u_{0}) \Delta u(t) \\ \Delta \dot{x}_{2}(t) = -\frac{\dot{m}v_{r}}{m_{st} - \dot{m}t_{0}} \sin(u_{0}) \Delta u(t) \\ \Delta \dot{x}_{3}(t) = \Delta x_{1}(t) \\ \Delta \dot{x}_{4}(t) = \Delta x_{2}(t) \end{vmatrix}$$
(13)

研究上述约束方程,寻找 $\Delta u(t)$,满足: $\Delta X(t_0) = \Delta X_0, \Delta X(t) \rightarrow 0, 其中\Delta X = [\Delta x_1, \Delta x_2, \Delta x_3, \Delta x_4]_{\circ}$

上述问题本质为线性定常系统的能控性问题。 引入反馈控制 $\Delta u(t) = -k_1 \Delta x_1(t) - k_2 \Delta x_2(t) - k_3 \Delta x_3(t) - k_4 \Delta x_4(t)$,当此时导出的状态反馈闭环 系统是渐进稳定时,可满足制导控制要求。状态反 馈是将系统的状态反馈到输入端,与控制输入,一 起作用到系统中。

不失一般性,线性定常系统为 $\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), A, B$ 分别为线性定常系统系数矩阵、输入矩阵, x(t)为 N 阶列向量。令 $M = [B, AB, \dots, A^{3}B],$ 秩rank $(M) = n_{10}$

则反馈矩阵 $K = (k_1, k_2, k_3, k_4)$ 计算步骤

如下[25-29]。

1) 对给定系统进行能控性分解,导出能控子系统 $(\tilde{A}_{c}, \tilde{B}_{c})_{\circ}$ 。

引入非奇异变换: $x(t) = R_{c}\tilde{x}(t)$,其中 R_{c} 满足: 取M中 n_{1} 个线性无关的列,其余 $4 - n_{1}$ 列为确保 R_{c} 非 奇 异 的 任 意 向 量 。 则 : $\tilde{A} = R_{c}^{-1}AR_{c} = \left\{\frac{\tilde{A}_{11}}{0}|\frac{\tilde{A}_{12}}{\tilde{A}_{22}}\right\}_{4 - n_{1}}^{3}$, $\tilde{B} = R_{c}^{-1}B = \begin{bmatrix}\tilde{B}_{1}\\0\end{bmatrix}_{4 - n_{1}}^{3}$,能控 子系统表述为 $[\tilde{A}_{11}, \tilde{B}_{1}]$;当非能控子系统 \tilde{A}_{22} 极点 位于负平面,系统渐进稳定。

2) 应用非奇异线性变换阵 T_{c1} ,将能控子系统 $(\tilde{A}_{c}, \tilde{B}_{c})$ 化为能控标准 I 型 $(\bar{A}_{c}, \bar{B}_{c})$;解释 T_{c}

3)应用极点配置算法,计算反馈增益阵*K*,使 能控子系统的特征值具有负实部。

4) 计算状态反馈矩阵 $K = [\bar{K}T_{c1}^{-1} \ 0] R_c^{-1}$ 。

综上所述,制导算法框图如图2所示。采用庞 德里亚金极小值原理与牛顿迭代法相结合的方法 求取标准轨道,实际飞行轨道参数与标准轨道参数 存在偏差,利用泰勒展开将对轨道偏差进行线性化 处理,能控型变换的方法引入状态反馈,以消除偏 差,使实际飞行轨道跟随标准轨道。



图2 制导算法原理



4 仿真验证

以某火箭末端飞行参数为例,进行仿真验证。 火箭末端起始质量为800kg,发动机工作时间为 50s,燃料喷气速度为2000m,火箭质量变化率为 1kg/s,末端入轨位置与发动机点火位置在*x*、*y*方向 距离分别为253100、37510m。发动机点火前火箭 *x*、*y*方向飞行速度分别为5000、1000m/s,入轨速 度要求为5130、500 m/s。

利用 Matlab 软件进行仿真验证,标准弹道仿真结 果如图 3 和图 4 所示。利用极小值原理和牛顿迭代法 求解的控制量(火箭推力与竖直方向夹角)随时间变 化而变化,如图 3 所示。标准弹道时火箭空间位置变 化如图 4 所示。入轨点处*x*、*y*方向上速度、位置分别 为(5 126.8、505.4 m/s,253 101.00、37 512.71 m),与入 轨要求值(5 130、500 m/s,253 100、37 510 m)相比误 差较小。仿真结果表明,利用极小值原理与牛顿迭代 法相结合,可以得到满足入轨要求的标准轨道,入轨 点误差参数较小。









Fig.4 Standard flight orbit of the launch vehicle

发动机实际喷气速度与理想喷气速度之间存 在一定范围波动,在喷气速度中引入随机变量序 列,误差控制在理想速度10%以内,模拟实际飞行 过程喷气速度变化。计算反馈矩阵程序关键代码 如下所示。

%构造能控性变换矩阵R。

 $M = \operatorname{ctrb}(A, B); \ \% [BAB \cdots A^{n-1}B]$

[V,J]=jordan(M);%V为变换矩阵[R,j]=rref(M);%R为简化后的阶梯型矩阵,j为主元 $<math>J_1=M(:,j);%求取M中最大无关向量组组成的矩阵$ [row,col]=size(M);for i=1:100%利用随机序列构造能控性变换阵inter=rand(row,row-rank(M));%%随机序列 $if rank(<math>[J_1,inter]$)==row%随机序列满足满秩要求 $R_c=[J_1,inter];$ break end end

%%%能控标准型状态反馈矩阵

 K_{ϵ} =acker($A_{\epsilon}, B_{\epsilon}, P$);%% $A_{\epsilon}, B_{\epsilon}$ 为能控标准型,P为期 望的极点, K_{ϵ} 为状态反馈矩阵

引入喷气速度误差后,制导算法仿真结果如 图 5~图8所示。图 5~图6分别表示*x、y*方向上实 际飞行速度与标准轨道要求飞行速度的差值随飞 行时间的变化结果。实线表示控制量*u*₀未引入反 馈时差值变化曲线,虚线表示控制量*u*₀引入状态反 馈后差值变化曲线。仿真结果表明,引入反馈后, 飞行过程中实际飞行速度更接近标准轨道速度,入 轨速度与要求入轨速度更接近。





图7和图8表示*x*、y方向实际飞行位置与标准轨 道位置的差值随时间变化结果。实线表示控制量*u*₀未 引入反馈时差值变化曲线,虚线表示控制量*u*₀引入状 态反馈后差值变化曲线。仿真结果表明,引入反馈后, 飞行过程中实际飞行位置更接近标准轨道位置,入轨 位置参数与要求入轨位置参数更接近。



图 6 y方向上实际飞行速度与标准轨道速度差值变化曲线

Fig.6 Change curve of the difference between the actual flight speed and the standard orbit speed in the y-direction



图 7 x方向上实际飞行位置与标准轨道位置差值变化曲线





图 8 y方向上实际飞行位置与标准轨道位置差值变化曲线

- Fig.8 Change curve of the difference between the actual flight position and the standard orbit position in the *y*-direction
- 5 结束语

火箭末端动力学状态方程为非线性微分方程

形式,一般难以求得解析解。引入最优控制的概念,将末端位置、速度约束转化为性能指标要求,采 用庞德里亚金极小值原理与牛顿-梯度下降法相结 合的方式对转化后的最优控制问题进行求解,得到 标准轨道。

火箭实际飞行过程中,受建模参数误差等影响,火箭实际飞行轨道偏离标准轨道,根据实际飞行轨道与标准轨道误差变化,在标准控制量的基础上,引入状态反馈,使得实际飞行轨道更接近于标准轨道,满足高精度入轨要求。计算机仿真结果表明了该方法的有效性。

参考文献

- [1] 闫小龙.指令制导火箭弹最优控制弹道技术研究[D]. 太原:中北大学,2018.
- [2] 吴楠,程文科,王华.运载火箭迭代制导方法的改进研 究[J].动力学与控制学报,2009,7(3):279-282.
- [3]张耀华.制导火箭弹弹道优化与飞行控制[D].哈尔 滨:哈尔滨工业大学,2020.
- [4]李佳星,温求遒,夏群利.全程多约束条件下火箭弹最优轨迹设计及跟踪[J].弹箭与制导学报,2019,39(5): 31-34,38.
- [5] 李惠峰,张冉,王嘉炜.液体火箭上升段制导方法的发展综述[J].航天控制,2023,41(4):3-12.
- [6] 宋征宇, 巩庆海, 王聪, 等. 长征运载火箭上升段的自主 制导方法及其研究进展[J]. 中国科学: 信息科学, 2021, 51(10): 1587-1608.
- [7] 施国兴,尚腾,王聪,等.长征五号运载火箭探火轨道高 精度制导技术[J].导弹与航天运载技术,2021(5): 66-70.
- [8] 葛云鹏,梁卓,吕瑞,等.基于修正牛顿迭代法的固体运载火箭末修级制导方法[J].中国惯性技术学报,2021,29(4):549-553.
- [9] 陈伟,谭晓军,孙传杰,等.单兵火箭弹简易制导控制方 法研究[J].飞行力学,2016,34(6):54-57.
- [10] 王中浩,赵河明,路丰宁.基于滑膜控制的导弹制导系统设计[J].计算机测量与控制,2022,30(12): 168-174,210.
- [11] 汪轶俊,梁艳迁,周鼎,等.运载火箭自适应制导及在线轨迹重构方法研究[J].上海航天(中英文),2023,40(1):1-10,43.
- [12] 周静,周如好,贺从园,等.基于最优制导的运载火箭姿态控制方法研究[J].上海航天,2016,33(增刊1): 86-90.
- [13] 甘特马赫,列文.非导火箭飞行原理[M].北京:国防工 业出版社,1965.

- [14] 杨文健.基于模态综合法的运载火箭动力学分析[D]. 大连:大连理工大学,2018.
- [15] 秦寿康,张正方.最优控制[M].北京:国防工业出版 社,1979:200-255.
- [16] 马宗占,许志,唐硕,等.一种改进的运载火箭迭代制导 方法[J].航空学报,2021,42(2):223-235.
- [17] 彭科科,刘国群.基于解析解的小范围高频率机动飞行 器制导律设计[J].飞控与探测,2022,5(6):38-44.
- [18] 黄章骞.空间运动方程快速求解[D].合肥:合肥工业 大学,2022.
- [19] 何勇,王健,宋征宇.自适应预测补偿的迭代制导方法及其研究应用研究[J]. 宇航学报,2022,43(6): 762-771.
- [20] 张晓东,李树荣,卢松林.数值求解最优控制问题中的 精确导数计算方法[J].系统科学与数学,2015,35(7): 812-822.
- [21] 赵国伟,李德金,宋婷,等.常值推力下面内轨道优化的 一种改进间接法[J].北京航空航天大学学报,2017,

43(5):894-901.

- [22] 李翔,朱东方,胥彪,等.火星大气进入滑模自抗扰制导 方法[J].飞控与探测,2019,2(4):37-45.
- [23] 房泽平,段建民.智能车辆纵向运动模型的反馈线性化 及控制[J].中原工学院学报,2015,26(6):10-14.
- [24] 董木森.线性定常系统典范分解方法与评注[J].北京 钢铁学院学报,1988(2):209-219.
- [25] 段广仁.高阶系统方法:Ⅱ.能控性与全驱性[J].自动 化学报,2020,46(8):1571-1581.
- [26] 张凯,刘雁集,马捷.水下滑翔机的反步与反馈线性化控制对比研究[J].舰船科学技术,2015,37(12):139-143.
- [27] 亢京力,唐万生.线性系统同时极点配置的代数几何方 法[J].系统工程与电子技术,2006(7):1059-1063.
- [28] 戴博见,陶建峰,孙浩,等.基于状态反馈线性化的阀控 非对称缸系统模型预测控制[J].液压与气动,2023, 47(1):70-76.
- [29] OGATA K. 现代控制工程[M].5版. 卢伯英, 佟明安, 译. 北京: 电子工业出版社, 2017: 15-98.

(上接第103页)

- [20] MADGWICK S O H, HARRISON A J L, VAIDYANATHAN R.Estimation of IMU and MARG orientation using a gradient descent algorithm [C]// 2011 IEEE International Conference on Rehabilitation Robotics.Washington D.C., USA: IEEE, 2011:1-7.
- [21] HOANG M L, IACONO S D, Paciello V, et al. Measurement optimization for orientation tracking based on no motion no integration technique [J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2020,7:1-10.
- [22] BOUAISS O, MECHGOUG R, TALEB-AHMED A, et al. Optimal control of quadrotor with a novel madgwick/extended kalman observer to track a spline trajectory for obstacle avoidance [J]. Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Electrical Engineering, 2023, 47(1):269-283.

- [23] XING W G, AI J L, YANG Y G, et al. Fractional order attitude stability control for sub-satellite of tethered satellite system during deployment [J]. Applied Mathematical Modelling, 2018, 62:272-286.
- [24] GOLZARI A, PISHKENARI H N, SALARIEH H, et al. Quaternion based linear time-varying model predictive attitude control for satellites with two reaction wheels[J]. Aerospace Science and Technology, 2020, 98:105677.
- [25] YAKUPOGLU-ALTUNTAS S, ESIT M, SÖKEN H E, et al. Backup magnetometer-only attitude estimation algorithm for small satellites[J].IEEE Sensors Journal, 2022,22(13):13544-13551.
- [26] GUAN Z, ZHANG G, JIANG Y, et al. Low-frequency attitude error compensation for the jilin-1 satellite based on star observation[J].IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2023, 61:1-17.