

从日地系统L2出发借力月球飞越近地小行星^①

何胜茂, 彭超, 高扬

(中国科学院空间应用工程与技术中心太空应用重点实验室, 北京 100094)

摘要: 对于停留在日地系统L2的“嫦娥2号”探测器, 其后续飞行方案有多个选项, 例如主动撞月或重返月球轨道、返回地球轨道或再入大气、飞往地月系统L1/L2或日地系统L1、进入深空飞越近地小行星(最终, “嫦娥2号”于2012年12月13日成功地实现了对Toutatis小行星的近距离飞越)。探讨上述的飞行方案需要对飞行轨道进行初步设计, 总的速度脉冲限制在100 m/s以内并且需要考虑探测器同时受到太阳、地球、月球的引力作用。本研究设计了探测器从日地系统L2出发借力月球实现Toutatis小行星飞越的飞行方案, 与直接飞越方案相比, 借力月球可以进一步节省探测器的燃料消耗, 其等效速度脉冲设计值为58.47 m/s。

关键词: 嫦娥2号; 日地系统L2; 借力月球; Toutatis小行星

中图分类号: V412.4

文献标识码: A

文章编号: 2095-7777(2016)01-0018-11

DOI: 10.15982/j.issn.2095-7777.2016.01.003

引用格式: 何胜茂, 彭超, 高扬. 从日地系统L2出发借力月球飞越近地小行星[J]. 深空探测学报, 2016, 3(1): 18–28.

Reference format: He S M, Peng C, Gao Y. Near-Earth asteroid flyby trajectories from the Sun-Earth L2 via lunar gravity assist[J]. Journal of Deep Space Exploration, 2016, 3(1): 18–28.

0 引言

“嫦娥2号”(中国第2颗月球探测器)于2010年10月1日发射, 2010年10月9日进入高度为100 km的环月轨道。2011年6月初, “嫦娥2号”在完成了月球全景测绘任务后, 择机飞离月球并于2011年8月抵达日地系统L2点附近的拟周期停泊轨道。当时, “嫦娥2号”仍剩余少量燃料可供其后续飞行。Gao等(2012)针对“嫦娥2号”的后续飞行提出了一系列参考方案^[1], 比如: 撞击月球或重新捕获到月球轨道、返回地球轨道或大气再入、飞往地月系统L1/L2点Halo轨道或日地系统L1点Halo轨道、飞越近地小行星等。最终, “嫦娥2号”于2012年12月13日近距离飞越了Toutatis小行星(一颗对地球有潜在危险的近地小行星)。在文献[2]中, Gao分析并设计了“嫦娥2号”飞越近地小行星的轨道方案, 设计结果表明: “嫦娥2号”可从日地系统L2拟周期停泊轨道直接转移到一条日心拟开普勒轨道, 并将在这条轨道

上与Toutatis小行星相遇, 总共所需消耗燃料的等效速度脉冲约为70 m/s(2012年3月25日出发)或者90 m/s(2012年7月4日出发), 转移期间不经过地月系统空间。“嫦娥2号”的实际飞行轨道类似于文献[2]所展示的飞行方案。但如果“嫦娥2号”先飞入地月系统, 设法利用月球的引力辅助实现轨道机动, 然后再飞往Toutatis小行星, 探测器所需的总速度脉冲是否可以小于70 m/s是一个值得探讨的问题。

在文献[2]的设计方案中, “嫦娥2号”无需进入地月系统直接从拟周期停泊轨道变轨飞往Toutatis小行星, 在这种情况下, 月球引力仅被认为是摄动力。利用拟周期停泊轨道的不稳定流形是轨道设计与小行星目标筛选的一种有效方法。拟周期停泊轨道不稳定流形偏离黄道面的幅值大约为 4×10^5 km(也可称为z轴偏量), 因此, 若小行星轨道z轴偏量大于 4×10^5 km, 则探测器需要进行额外的轨道机动来改变z轴偏量以实现小行星飞越。以飞往Toutatis小行星为例, 如图1所

收稿日期: 2015-10-05; 修回日期: 2015-11-04

基金项目: 国家自然科学基金项目(11372311)

① 本文为“Gao Y, He S, Peng C. An Option for Chang’e-2’s Extended Flight: Near-Earth Asteroid Flyby Trajectories from the Sun-Earth L2 via Lunar Gravity Assist, Paper No. IAC13, C1, 7, 7x17947, the 64th International Astronautical Congress, Beijing, Sept.23-27, China, 2013”一文的中文版本, 并对内容进行了适当缩减与修改。作者仅以本文纪念航天轨道设计专家Robert Farquhar博士(1932–2015), 他所设计的ISEE-3/ICE探测器飞行轨道对本文研究具有重要启示。

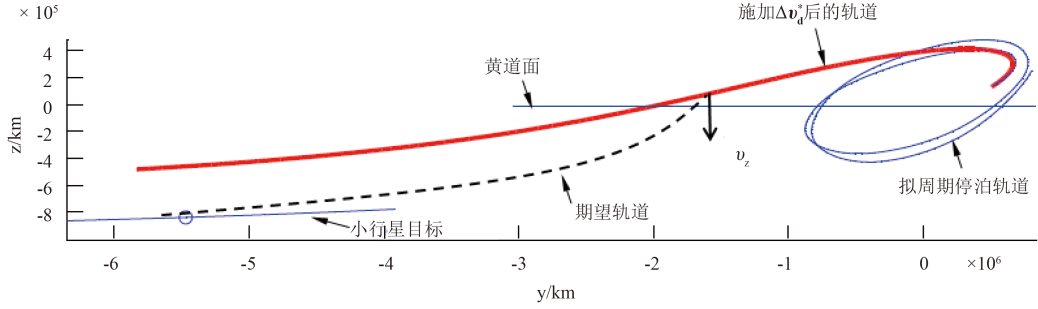


图1 速度脉冲改变 Δv_z 轴偏量的示意图^[2](飞行轨道表示在以地球为原点的日地旋转坐标系)

Fig. 1 Illustration of an orbital maneuver Δv_z to change the z-axis bias ^[2](The trajectory is plotted in the Sun-Earth rotating coordinate frame with the Earth at the origin)

示，探测器在施加了一个小速度脉冲 Δv_d^* 后飞向小行星，中途的速度脉冲 Δv_z 的z轴分量大约为60 m/s(针对70 m/s的设计结果)，可见大部分的燃料消耗用于匹配探测器与小行星位置的z轴分量上。为了减少z轴方向上的速度脉冲，本文研究通过借力月球降低燃料消耗的飞行方案。

对于穿越月球公转轨道的航天器而言，月球引力辅助很自然地成为提升飞行性能的潜在方案，尤其体现在节省燃料方面。在以往的文献中，已有很多利用月球引力辅助的轨道设计案例，其中大量的工作考虑地月系统内的飞行，比如：建立地月系统共振轨道^[3]、载人探月的自由返回轨道^[4]以及通过近距离飞越月球转移到地月系统L2点的飞行轨道^[5]。利用月球引力辅助飞出地月系统的轨道设计案例包括地球逃逸、俘获行星际人造卫星、基于日地月系统四体问题的轨道机动策略^[6]以及从地球轨道转移到日地系统拉格朗日点。NASA提出的若干拉格朗日点空间任务就利用了月球的引力辅助，其中包括ISEE-3^[7]、Artimis、WIND、MAP和GAIA等任务。

显然，“嫦娥2号”拓展飞行需要研究在多体系统下(日-地-月系统)的低能耗轨道设计问题。目前，利用Halo轨道及其不变流形被认为是解决这类问题的有效途径，Halo轨道不变流形代表了一大簇轨道，它们渐近地接近或者远离Halo轨道。在圆形限制性三体轨道模型中，Halo轨道的不变流形形成了一条管道的外表面，不同的流形相互拼接即可应用于轨道设计。Farquhar(1985)^[7]、Belbruno(2004)^[8]、Lo(1998)^[9]、Koon(2000)^[10]、Gomez(2001)^[11]都开展了代表性研究工作。利用Halo轨道不变流形实现轨道转移是将人造卫星从地球停泊轨道转移到地月或日地系统的Halo轨道的经典方法^[12-16]。Howell和Kakoi(2006)还分析了地月系统与日地系统之间的转移^[17]，他们提出了一类适用于稳定流形与不稳定流形之间的拼接方法。“嫦娥2号”首

先需要离开日地系统L2拟周期停泊轨道，因此可以考虑合理地利用该轨道的不稳定流形，同时，如何利用月球引力辅助去设计“嫦娥2号”飞越近地小行星的全局最优解也是一个引人入胜的关注点。

本文提出一种方法用于设计低能耗飞越Toutatis小行星的飞行轨道，该轨道始于日地系统L2拟周期停泊轨道并利用一次月球借力，还将与文献[2]的直接转移方案进行对比。本文的轨道设计没有考虑实际的工程约束。通过一次月球借力的小行星飞越轨道可以分为两段：1)飞向月球的改进不稳定不变流形段；2)从月球附近到Toutatis小行星的转移段。我们需要考虑如何将该两段轨道拼接起来。值得注意的是，简单地采用不变流形拼接方法并不能保证得到飞行时间、燃料质量等最优的性能指标，而是需要更加复杂的数值方法实现最优化拼接，同时要考虑多体轨道模型，并通过适当的脉冲机动来实现。我们将侧重描述一种设计逻辑来寻找全局最优的转移轨道，本文所谓的全局最优解可以看成基于本设计逻辑基础上的最优解。

1 四体轨道模型及其圆形限制性三体近似模型

考虑太阳、地球与月球的引力，“嫦娥2号”在地球赤道惯性参考系的运动方程为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{r}}_1 = \mathbf{v}_1 \\ \dot{\mathbf{v}}_1 = -\frac{\mu_e}{\|\mathbf{r}_1\|^3} \mathbf{r}_1 + \mu_s \left(\frac{\mathbf{r}_s - \mathbf{r}_1}{\|\mathbf{r}_s - \mathbf{r}_1\|^3} - \frac{\mathbf{r}_s}{\|\mathbf{r}_s\|^3} \right) + \mu_m \left(\frac{\mathbf{r}_m - \mathbf{r}_1}{\|\mathbf{r}_m - \mathbf{r}_1\|^3} - \frac{\mathbf{r}_m}{\|\mathbf{r}_m\|^3} \right) \end{cases} \quad (1)$$

其中：探测器的位置和速度矢量分别为 $\mathbf{r}_1 = [x_1 \ y_1 \ z_1]^T$ 和 $\mathbf{v}_1 = [\dot{x}_1 \ \dot{y}_1 \ \dot{z}_1]^T$ ；地球、太阳和月球的引力常数分别为 μ_e 、 μ_s 和 μ_m 。在地球赤道惯性参考系中，太阳和月球的位置矢量分别用 $\mathbf{r}_s$ 和 $\mathbf{r}_m$ 表示， $\mathbf{r}_s$ 和 $\mathbf{r}_m$ 可通过JPL DE405星历^[18]计算得到。论文后续所用到的地心

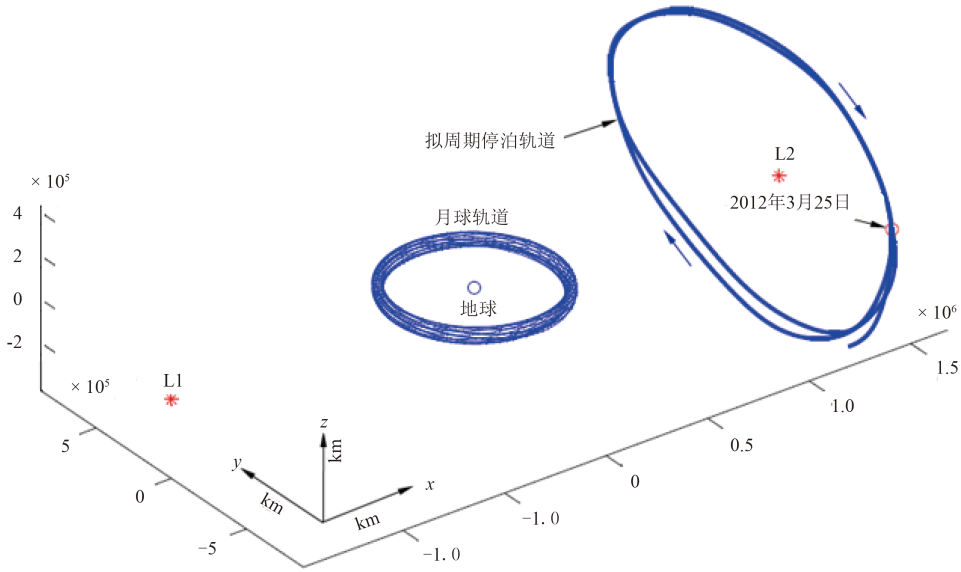


图 3 日地系统L2拟周期停泊轨道，表示在以地球为原点的日地旋转坐标系

Fig. 3 The Change'E-2's nominal Sun-Earth L2 quasi-periodic parking orbit in the Sun-Earth rotating coordinate frame with the Earth at the origin

内呈现周期性(轨道周期大约为180天)。值得说明的是，拟周期停泊轨道并非严格的周期轨道。本文设定“嫦娥2号”离开拟周期停泊轨道的时刻从 t_{ref} 算起不超过200天。

经过初步筛选后的小行星目标可以参考文献[2]。最终，Toutatis、2005 NZ6、2002 AW以及2010 CL19选定为最可能在2012下半年与2013年实现飞越的潜在目标。这些潜在目标都是阿波罗型(Apollo-type)小行星，其轨道预报的不确定性均比较小^[20]。飞越小行星的位置设定为地心距 2×10^7 km之内且与日地黄道面偏差在 $\pm 10^6$ km之内。探测器轨道直接转移飞越Toutatis、2005 NZ6、2002 AW，与2010 CL19的速度脉冲分别为90 m/s (Jul-4-2012出发)、55 m/s、367 m/s与37 m/s。本文主要论述飞越Toutatis的转移轨道设计方法，该方法同样可以应用于飞越其他目标。

2.2 改进不稳定流形

设定 $\mathbf{x} = [\mathbf{r} \ \mathbf{v}]^T$ 为圆形限制性三体轨道模型中探测器的轨道状态，其一阶导数 $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x})$ 参见公式(2)~公式(8)。状态转移矩阵 $\Phi(t, t_0)$ (t_0 为“嫦娥2号”拟周期停泊轨道的初始时刻)为一个6×6的矩阵。 $\Phi(t, t_0)$ 可以反映轨道状态偏差随时间的变化特性，表达式为

$$\delta \mathbf{x}(t) = \Phi(t, t_0) \delta \mathbf{x}(t_0) \quad (14)$$

状态转移矩阵 $\Phi(t, t_0)$ 的一阶微分方程表达式为

$$\dot{\Phi}(t, t_0) = A(t) \Phi(t, t_0), A(t) = \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}^*} \quad (15)$$

$\Phi(t, t_0)$ 的初值为 $\Phi(t_0, t_0) = \mathbf{I}_{6 \times 6}$ ，参考轨道状态为 $\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}^*(t)$ ，雅可比矩阵 $A(t)$ 的表达式为(U 的下标表示对相应变量求二阶偏导)

$$A(t) = \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{\mathbf{r}}}{\partial \mathbf{r}} & \frac{\partial \dot{\mathbf{r}}}{\partial \mathbf{v}} \\ \frac{\partial \dot{\mathbf{v}}}{\partial \mathbf{r}} & \frac{\partial \dot{\mathbf{v}}}{\partial \mathbf{v}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ U_{xx} & U_{xy} & U_{xz} & 0 & 2 & 0 \\ U_{yx} & U_{yy} & U_{yz} & -2 & 0 & 0 \\ U_{zx} & U_{zy} & U_{zz} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

参考轨道状态 $\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}^*(t)$ 先在四体轨道模型中计算，然后根据式(9)~式(11)转化到日地旋转坐标系。因此，根据公式(15)数值积分 $\mathbf{x}^*(t)$ 可以得到 $\Phi(t, t_0)$ 。设定探测器在拟周期停泊轨道上的始末时刻分别为 t_0 和 t_f ，则可以得到任意时刻 $t_i(t_i = t_0 + a(t_f - t_0))$ ， $a \in (0, 1)$ 为预先设定的变量)的状态转移矩阵 $\Phi(t_i + T_h, t_i)$ (T_h 为积分时间间隔)。

然后，可以计算 $\Phi(t_i + T_h, t_i)$ 的特征值和特征向量。显然，状态转移的时间间隔 T_h 不必是一个周期或者一个常值，可取如下经验值

$$T_h = \begin{cases} 180 \text{ d} & (t_f - t_i) > 180 \text{ d} \\ t_f - t_i & (t_f - t_i) \leq 180 \text{ d} \end{cases} \quad (17)$$

取 $\Phi(t_i + T_h, t_i)$ 特征值中实部绝对值最大者，得到

双曲线轨道的近月点)探测器的位置和速度矢量,根据式(1)向前和向后数值积分可得到飞越月球前后的飞行轨道。

总之,月球引力辅助前后决定转移轨道的参数为 t_{LGA} (基于该历元时刻可以得到月球位置矢量 $\mathbf{r}_{\text{moon}}$ 和速度矢量 $\mathbf{v}_{\text{moon}}$)、 $\mathbf{v}_{\infty}^-$ (或 $\mathbf{v}_{\infty}^+$)、 $\mathbf{r}_p$ 和 θ 。需要注意: $\mathbf{v}_{\infty}^-$ 的概念来源于二体轨道模型中双曲线轨道,可用于计算 $\mathbf{v}_{\infty}^+$,然后再计算出四体轨道模型中的 $\mathbf{r}_p$ 与 $\mathbf{v}_p$ 。

3 求解粗略转移轨道的两步打靶法

3.1 从改进不稳定流形打靶到月球

在这一步骤中,采用改进不稳定流形(沿改进不稳定流形的飞行轨道)检测探测器是否飞越临近月球的区域,这是确定是否能够利用月球引力辅助的必要条件。实际上,“嫦娥2号”从拟周期停泊轨道出发后的转移轨道分为两种方案:1)直接逃离地月系统,飞向小行星;2)先飞向地球,然后逃离地月系统,飞向小行星。前者可参考文献[2],本文仅考虑后者。

首先,对改进不稳定流形的设计参数进行网格搜索,设计参数网络的设定情况为: $t_i = [0:1:200]\text{d}$, $\Delta v_d = [1:1:10]\text{m/s}$ ($[x_1:dx:x_2]$ 表示一组离散数值($x_1 + ndx$), $n = 0, 1, 2, \dots$ 且 $(x_1 + ndx) \leq x_2$)。改进不稳定流形的飞行时间($t_{\text{un}} - t_i$)设定为300 d。这样,总共需要数值积分计算2010条转移轨道。改进不稳定流形上的每条轨道都有可能多次飞临月球,近月点均不难求出。

能够飞临月球的转移轨道在三维空间中可分解成平面内和平面外轨道(平面指的是黄道面)。设定两个约束条件来鉴别探测器是否飞临月球:探测器与月球的平面内最近距离不大于6万 km;平面外z轴方向最近距离不大于20万 km。“嫦娥2号”从拟周期停泊轨道出发且满足以上两个约束条件的转移轨道均被记录。记录的所有转移轨道在飞临月球时刻的探测器和月球的位置,如图5所示。这些飞行轨道均有可能利用月球引力变轨,不仅可以应用于近地小行星探测任务,也可以应用于其他的飞行任务,如图6所示。

施加合适的中途速度脉冲可以消除近月点时刻平面内和平面外的位置偏差。基于以往轨道设计经验,消除z轴方向位置偏差通常比消除平面内位置偏差需要较多的速度脉冲。因此,在探测器飞离拟周期停泊轨道到飞越月球时间段内需要施加一个经验脉冲 $\Delta \mathbf{v}_1$ 。不过, $\Delta \mathbf{v}_1$ 的取值并无解析解,一种保守估值方法可参考文献[2]: $\|\Delta \mathbf{v}_1\| \approx (v_{\text{SE2}}/r_{\text{SE2}}) \max(\delta z)$,其中 r_{SE2} 为太阳到探测器的距离, v_{SE2} 为探测器日心系速度, $\max(\delta z)$ 为最大z轴方向偏差。比如说,在z轴方向施加

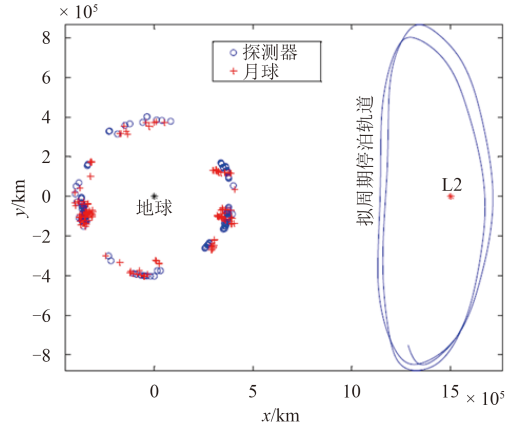


图5 月球与探测器在近月点时刻的位置(表示在以地球为原点的日地旋转坐标系)

Fig. 5 The Moon's and spacecraft's positions at lunar close approaches (expressed in the Sun-Earth rotating coordinate frame with the Earth at the origin)

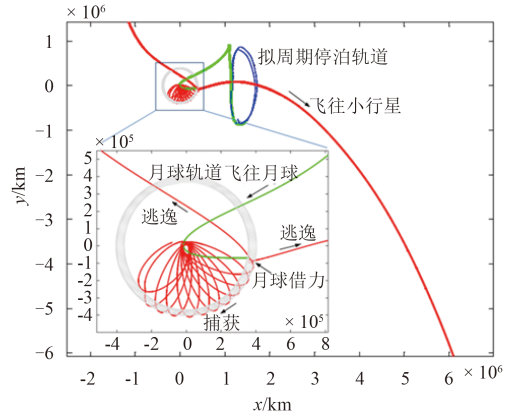


图6 两种借力月球后的转移轨道方案(表示在以地球为原点的日地旋转坐标系)

Fig. 6 Two types of trajectories with lunar gravity assist in the Sun-Earth rotating coordinate frame with the Earth at the origin

33 m/s的速度脉冲可以引起最大 2×10^5 km的位置偏差。因此,设定近月点处z轴方向的位置偏差小于20万 km的剪枝条件。相反,若消除z轴方向20万 km的位置偏差则需要33 m/s的速度脉冲。此外,消除平面内位置偏差需用的速度脉冲可以暂时忽略。

3.2 月球引力辅助打靶到小行星目标的转移轨道簇

探测器每次飞临月球时,可以求得四体轨道模型下的轨道状态。同时,探测器相对于月球的位置和速度矢量很容易计算得到。探测器相对于月球的飞行轨道在月球引力范围内可以近似为月心双曲线轨道。月心双曲线轨道在近月点处的速度矢量可通过将近月点位置矢量($\mathbf{r}_p = r_p \hat{\mathbf{i}}$,如图4所示)绕月球飞越平面法向量旋转 $(\pi - \delta)/2$ ($\mathbf{v}_{\infty}^-$ 由 $\mathbf{v}_p = r_p \hat{\mathbf{i}}$ 和 $\mathbf{v}_p = v_p \hat{\mathbf{j}}$ 求得)得到。相对速度矢量 $\mathbf{v}_{\infty}^-$ 用于求解月球引力辅助后的飞行轨道簇。

给定 $\mathbf{v}_{\infty}^-$ 值,采用2.3节给出的月球引力辅助模型, $\mathbf{r}_p$ 和 θ 是确定探测器后续飞行轨道的设计参数。在每个

近月点处, 月球引力辅助设计参数网格设置如下: $r_p = [1\ 838:400:50\ 000]$ km, $\theta = [0:0.1:2\pi]$ rad。根据3.3节所建立模型, 可以得到一簇近月点轨道状态(r_p 和 v_p), r_p 和 v_p 与图5所示状态并不完全一致。基于近月点轨道状态, 对探测器运动方程进行数值积分, 积分时间段从近月点时刻到飞越小行星最晚时刻。基于文献[2], 飞越小行星最晚时间为JD = 2 456 291, 此时Toutatis已飞离近地点, 距离地球约为 2×10^7 km。月球引力辅助对探测器转移轨道的影响有两种代表性的转移方式, 如图6所示。第一种是探测器重新飞回行星际空间(即逃离地月系统); 第二种是探测器被地月系统俘获。第二种轨道转移方式说明探测器可以转移到地球轨道或

者用较少的燃耗实现大气再入。

对于小行星飞越任务, 我们只关注逃离地月系统且能够到达小行星附近的转移轨道。对于这些转移轨道, 我们主要关注探测器与小行星的相对距离。如果在某时刻相对距离小于图1所示距离, 则月球引力辅助是一种可行的节能方案。我们最终保留了相对距离小于20万 km的转移轨道, 并记录了飞越小行星时刻。这样, 最终我们发现了两个不同的飞越月球时刻, 其对应于不同的月球引力辅助时间窗口如图7所示。图7也展示了“嫦娥2号”从拟周期停泊轨道到月球、从月球飞往小行星的轨道段的飞行轨道。所展示的该两段未经优化的转移轨道在近月点处并不连续。

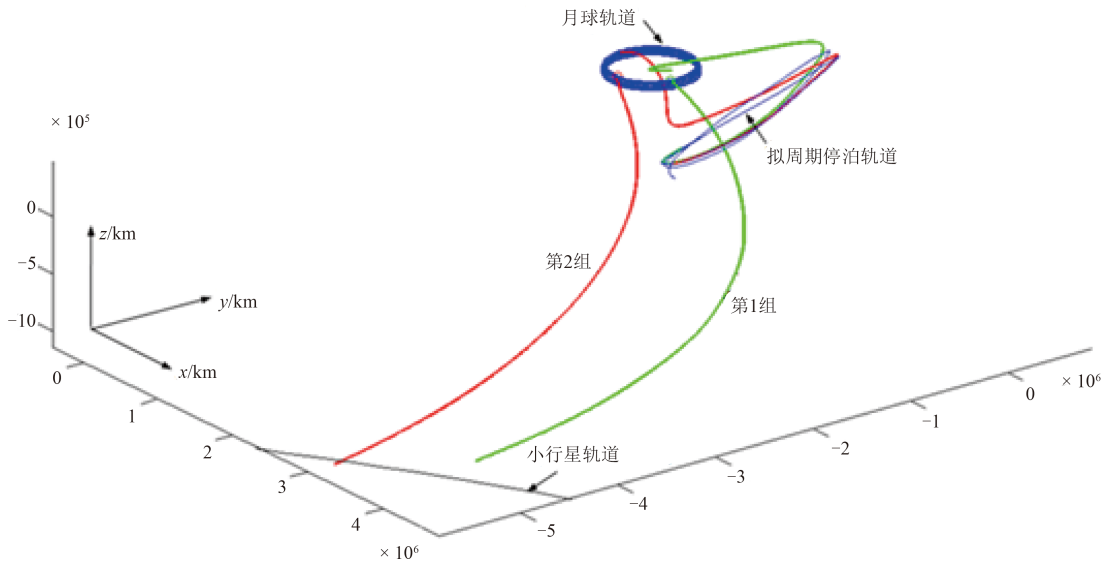


图7 两组粗略的转移轨道(表示在以地球为原点的日地旋转坐标系)

Fig. 7 Two distinct transfer manners (coarse trajectory solutions) in the Sun-Earth rotating coordinate frame with the Earth at the origin

显然, 为了消除飞越小行星的位置偏差(包括平面内位置偏差和 z 轴方向位置偏差), 在探测器转移过程中需要施加一个额外的速度脉冲。在月球引力辅助后探测器转移轨道施加速度脉冲位置及其初值的设计方法参考文献[2]或者2.1节。同样, 这种猜测方法也是基于探测器与小行星距离不大于20万 km的剪枝条件。最终, 我们得到了粗略的未经优化的探测器转移轨道, 包括探测器从拟周期停泊轨道到月球的转移轨道和从月球到小行星的转移轨道, 如图7所示。

4 直接优化与四体轨道模型精确解

按照第3部分的描述, 整条飞行轨道可以分为两个主要部分: 沿着改进不稳定流形的飞行轨道与借力月球后的飞行轨道。除了在 t_d 时刻用于离开日地系统L2拟周期停泊轨道的速度脉冲 Δv_d , 还需考虑另外两个

速度脉冲 Δv_1 与 Δv_2 , Δv_1 在 t_1 时刻施加, 用于拼接改进不稳定流形与借力月球后的飞行轨道, Δv_2 在时刻 t_2 施加, 用于消除飞越小行星时刻的位置误差。假设飞越月球时经过近月点的时刻为 t_c , 小行星飞越时刻为 t_{flvby} , t_1 与 t_2 时刻的约束为

$$t_d \leq t_1 \leq t_c, \quad t_c \leq t_2 \leq t_{flvby} \quad (26)$$

以经过近月点的轨道状态(由 r_c , v_c 表示)作为边界条件, 借力月球前后的飞行轨道可通过对方程(1)的数值积分得到, 从 t_c 到 t_2 逆向积分得到 $r_{LGA}(t_1)$, $v_{LGA}(t_1)$, 从 t_c 到 t_2 正向积分得到 $r_{LGA}(t_2)$, $v_{LGA}(t_2)$ 。如果改进不稳定流形上一条轨道在 t_1 时刻的轨道状态 $r_{UMD}(t_2)$, $v_{UMD}(t_2)$ 与 $r_{LGA}(t_2)$, $v_{LGA}(t_2)$ 不相同, 则轨道状态在 t_1 时刻不连续。类似地, 如果在 t_{flvby} 时刻行星与探测器位置 $r_{ast}(t_{flvby})$ 与 $r(t_{flvby})$ 不相同, 则会存在探测器与小行星

之间的位置误差。为了得到可行的飞行轨道，状态不连续性与位置误差应该最终被消除。上述描述可由图8

展示，揭示了从日地系统L2借力月球飞往Toutatis的基本飞行机制。

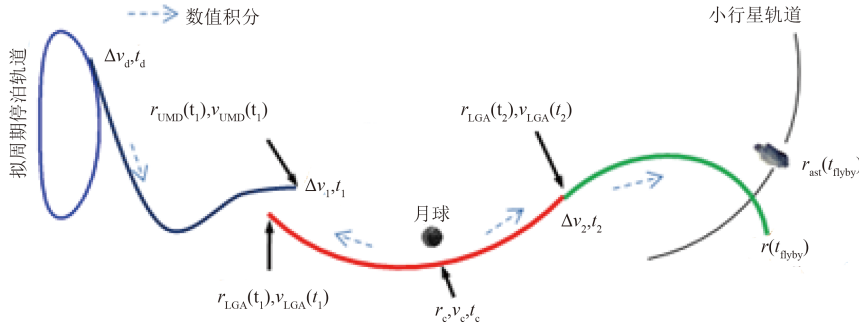


图8 从日地系统L2拟周期轨道借力月球飞越Toutatis的示意图

Fig. 8 An illustration of the transfer from the Sun-Earth L2 quasi-periodic parking orbit to Toutatis via lunar gravity assist

轨道优化问题最终转换为参数优化问题(见表2, 简称为NLP问题), 并利用非线性规划方法求解。在NLP问题中, 设计变量包括: $t_d, \Delta v_d, t_1, \Delta v_1, r_c, v_c, t_c, t_2, \Delta v_2, t_{flyby}$ 。 r_c, v_c 可以表达为 v_∞^- (or v_∞^+), r_p 与 θ 的函数, 因此可由 v_∞, r_p, θ 替代。为了避免撞击月球, 需要考虑最小的飞越轨道半径。最终, NLP问题总共包含19个参数, 9个等式约束。

表2 参数优化问题

Table 2 The parameter optimization problem

参数	值
优化变量	$t_d, \Delta v_d, t_1, \Delta v_1, v_\infty^-, r_p, \theta, t_c, t_2, \Delta v_2, t_{flyby}$
最小化	$\ \Delta v_d\ + \ \Delta v_1\ + \ \Delta v_2\ $
等式约束	$r(t_{flyby}) = r_{ast}(t_{flyby})$ $r_{LGA}(t_1) = r_{UMD}(t_1)$ $v_{LGA}(t_1) = v_{UMD}(t_1)$
初始状态	表1与图3给出的日地系统L2拟周期停泊轨道

实际上, 图7所示飞行轨道的粗略解除了 t_1 与 t_2 的所有设计变量提供了一套初值。设计变量 t_1 与 t_2 并无先验知识, 但由于被限制在固定的时间段内, 我们可以为其随机选择一系列初值, 从而可以得到一系列局部优化解, 再从其中选择一个最好的结果。该结果是在四体轨道模型中优化得到的, 如图9所示, 主要的设计参数如表3所示。在该最优解中, 总速度脉冲为58.47 m/s(优化结果表明 $\|\Delta v_2\| = 0$), 比直接飞越小行星所需的70 m/s更小。最初认为借力月球可以进一步节省燃料的想法也得以验证。对于图7中所示的方案2, 我们目前没有得到比70 m/s更优的设计结果。

图10给出了借力月球与直接飞越两组设计结果的飞行轨道图, 不难发现借力月球的作用。可以看出, 探测器借力月球可以在z轴方向抵达 -10^6 km, 探测器无需再施加图1中所示的 Δv_z 。对此, 优化结果

表3 最佳局部最优解的主要设计结果

Table 3 The main solution parameters of the “best” trajectory

设计参数	借力月球	直接转移 ^[2]
飞越时间	Aug. 29, 2012	N/A
飞越轨道半径/km	6 238.03	N/A
飞越旋转角 θ /rad	4.750 1	N/A
月球飞越相对速度/km·s ⁻¹	1.185 9	N/A
最小地球距离/km	54 665.721	N/A
Toutatis飞越时间	Dec. 13, 2012	Dec. 13, 2012
Toutatis飞越速度/km·s ⁻¹	10.83	10.73
总速度脉冲/m·s ⁻¹	58.47	70

$\|\Delta v_2\| = 0$ 也是一种解释。当然, 飞往月球本身也需要合适的轨道机动, 在本飞行方案中, 所需的轨道机动 Δv_1 代价不大, 从而最终导致较小的总速度脉冲。

5 结 论

首先, 我们设计了从日地系统L2拟周期停泊轨道出发借力月球飞越Toutatis的低能耗飞行轨道。与不借力月球的飞越方案相比, 借力月球有望进一步减小探测器燃料消耗。轨道设计方法也揭示了该飞行方案的基本飞行机制。

同时, 我们展示了如何寻找全局最优解的飞行轨道设计逻辑, 虽然并未从理论上证明解的全局最优性。改进不稳定流形与借力月球模型以及速度脉冲的经验分配, 可用于设计与优化四体模型飞行轨道的有效方法。当然, 速度脉冲的经验分配以及速度脉冲的个数, 还可以进一步研究。

本研究中, 轨道设计直接在四体模型中进行, 但是利用了圆形限制性三体与二体模型的先验知识。这也启示我们可以无需事先设计三体模型飞行轨道, 然后再利用四体轨道模型进行修正。这个设计策略可以

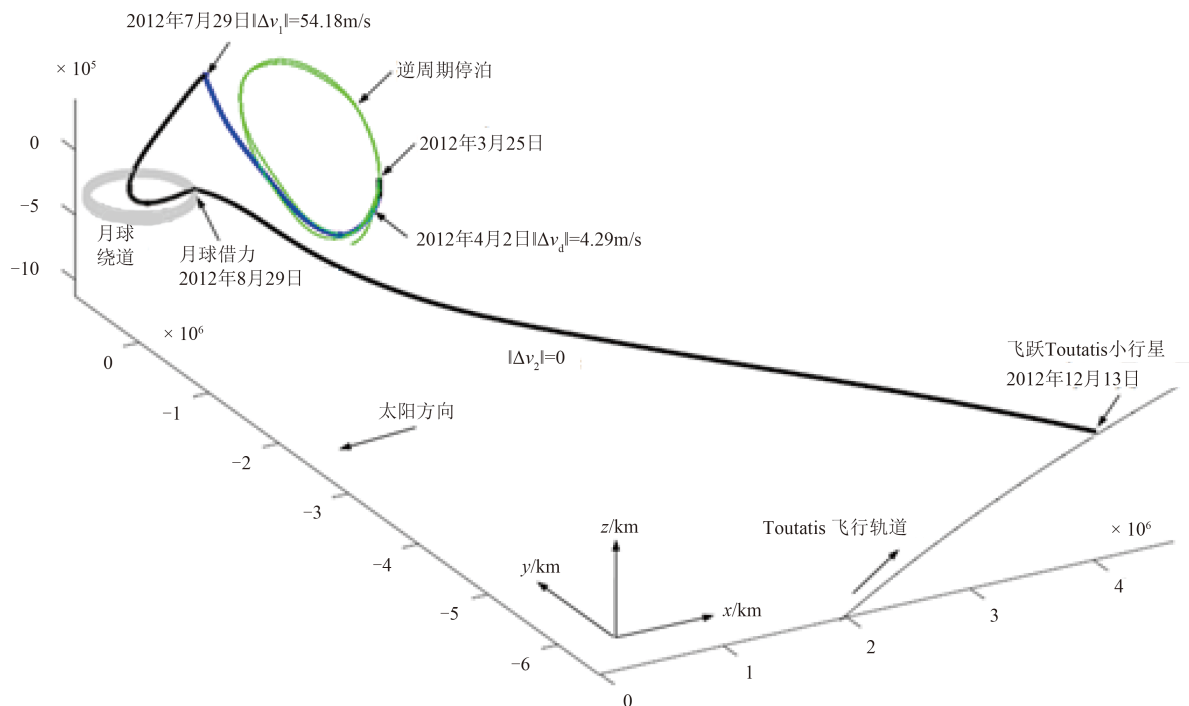
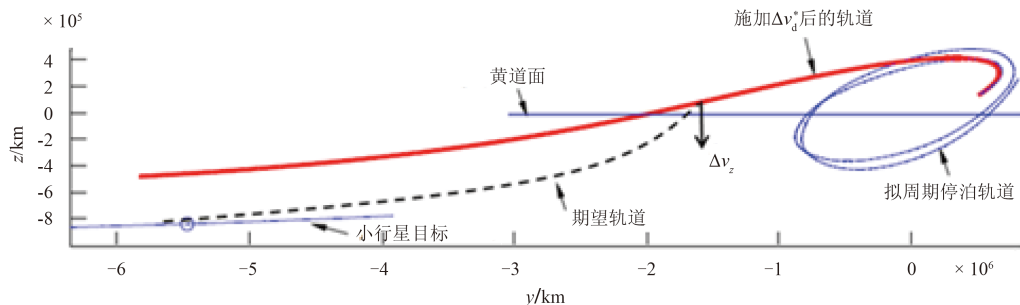
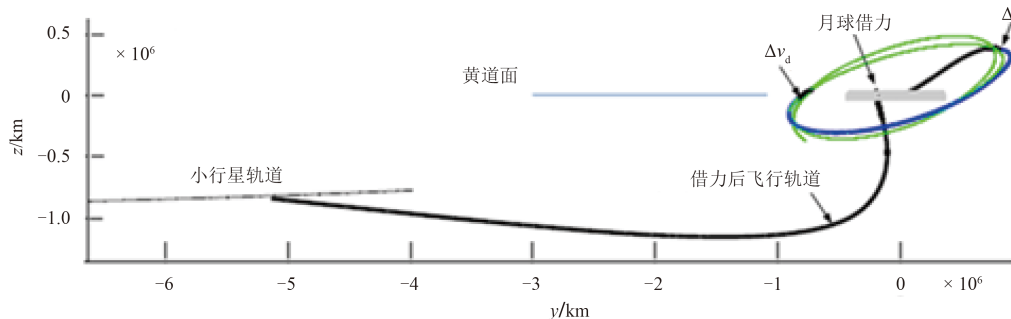


图9 从日地系统L2拟周期轨道借力月球飞越Toutatis的最佳局部最优解(太阳-地球旋转坐标系, 地球为坐标原点)

Fig. 9 The “best” locally optimized transfer trajectory from the Sun-Earth L2 quasi-periodic parking orbit to Toutatis via a single lunar flyby (in the Sun-Earth rotating coordinate frame with the Earth at the origin)



(a) 不考虑月球



(b) 考虑月球

图10 考虑与不考虑借力月球的Toutatis小行星飞越轨道的对比(图10(a)即为图1)

Fig. 10 A comparison of the designed Toutatis flyby trajectories with and without lunar flyby (or lunar gravity assist, Fig. 10(a) also shown in Fig. 1)

应用于更多的多天体引力场飞行轨道设计问题。

最后, 作者向“嫦娥2号”探测任务及其科学与工程团队以及所取得的技术成就^[21]致敬! 除本研究之外, 已经陆续发表了一系列研究成果, 涵盖了轨道设计与

测控(文献[22]~文献[25]仅为部分代表性成果, 引发了对飞行方案的广泛探讨)、月球探测以及Toutatis小行星探测等诸多领域。按照飞越Toutatis小行星之后的飞行规律, “嫦娥2号”还有望在十几年后再次飞临地月系

统^[27],如果它能够返回地月系统并回到环月轨道,它将超越ISEE-3^[7],成就一个太空飞行的传奇。

参 考 文 献

- [1] Gao Y, Li H, He S. First-round design of flight scenario for Chang'e-2's extended mission: taking off from lunar orbit[J]. *Acta Mechanica Sinica*, 2012, 28(5), 1466–1478.
- [2] Gao Y. Near-Earth asteroid flyby trajectories from the Sun-Earth L2 for Chang'e-2's extended flight[J]. *Acta Mechanica Sinica*. 2013, 29(1), 123–131.
- [3] Parker J S, Lo M W. Unstable resonant orbits near Earth and their applications in planetary missions[C]//AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conference. Providence, Rhode Island: AIAA, 2004.
- [4] Jesick M, Ocampo C. Automated generation of symmetric lunar free-return trajectories[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2011, 34(1): 98–106.
- [5] Gordon D P. Transfers to Earth-Moon L2 halo orbits using lunar proximity and invariant manifolds[D]. Purdue University, 2008.
- [6] Wilson R S, Howell K C. Trajectory design in the Sun–Earth–Moon system using lunar gravity assists[J]. *Journal of Spacecraft Rockets*, 1998, 35(2), 191–198.
- [7] Farquhar R, Muhonen D, Church L. Trajectories and orbital maneuvers for the ISEE-3/ICE comet mission[J]. *Journal of Astronautical Sciences*, 1985, 33(3), 235–254.
- [8] Belbruno E. Capture dynamics and chaotic motions in celestial mechanics with applications to the construction of low energy transfers[M]. Princeton: Princeton University Press, 2004.
- [9] Lo M, Ross S D. Low energy interplanetary transfers using invariant manifolds of L1 and L2 and halo orbits[C]// AAS/AIAA Space Flight Mechanics Meeting. Monterey, California: AIAA, 1998.
- [10] Koon W S, Lo M W, Marsden J E. Heteroclinic connections between periodic orbits and resonance transitions in celestial mechanics[J]. *Chaos*, 2000, 10(2), 427–469.
- [11] Gomez G, Koon W S, Lo M W. Invariant manifolds, the spatial three-body problem and space mission design[C]// AAS-01-301, AAS/AIAA Astrodynamics Specialist Conference. Quebec City, Canada: AIAA, 2001.
- [12] Gomez G, Jorba A, Masdemont J. Study of the transfer from the Earth to a halo orbit around the equilibrium point L1[J]. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 1993, 56(4), 541–562.
- [13] Howell K, Mains D, Barden B. Transfer trajectories from Earth parking orbits to Sun-Earth halo orbits, [C]//AAS/AIAA Space Flight Mechanics Meeting, Advances in the Astronautical Sciences, 87(1), Univelt. San Diego, CA: AIAA, 1994: 399–422.
- [14] Senent J, Ocampo C, Capella A. Low-thrust variable-specific-impulse transfers and guidance to unstable periodic orbits[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2005, 28(2), 280–290.
- [15] Mingotti G, Toppo F, Bernelli-Zazzera F. Combined optimal low-thrust and stable-manifold trajectories to the Earth-Moon halo orbits[J]. *New Trends in Astrodynamics and Applications*, 2007, 3(886): 100–112.
- [16] Ozimek M T, Howell K C. Low-thrust transfers in the Earth-Moon system, including applications to libration point orbit[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2010, 33(2), 533–549.
- [17] Howell K C, Kakoi K. Transfers between the Earth-Moon and Sun-Earth systems using manifolds and transit orbits[J]. *Acta Astronautica*, 2006(59): 367–380.
- [18] JPL DE405 Ephemeris[EB/OL]. [2015-10-05]. <ftp://ssd.jpl.nasa.gov/pub/eph/export/usrguide>.
- [19] Szebehely V. Theory of orbits: the restricted problem of three bodies[M]. New York: Academic Press, 1967.
- [20] NEO Earth close-approaches[EB/OL]. [2015-10-05]. <http://neo.jpl.nasa.gov/cgi-bin/neo/ca/>.
- [21] 叶培建, 黄江川, 张廷新, 等. 嫦娥二号卫星技术成就与中国深空探测展望[J]. *中国科学: 技术科学*, 2013, 43(05): 467–477.
- Ye P J, Huang J C, Zhang Y X, et al. Technical achievement of Chang'E-2 and prospect of Chinese deep space exploration[J]. *Scientia Sinica Technologica*, 2013, 43(05): 467–477.
- [22] 吴伟仁, 崔平远, 乔栋, 等. 嫦娥二号日地拉格朗日L2点探测轨道设计与实施[J]. *科学通报*, 2012, 57(21): 1987–1991.
- Wu W R, Cui P Y, Qiao D, et al. Design and performance of exploring trajectory to Sun-Earth L2 point for Chang'E-2 mission[J]. *Chinese Science Bulletin*, 2012, 57(21): 1987–1991.
- [23] 乔栋, 黄江川, 崔平远, 等. 嫦娥二号卫星飞越Toutatis小行星转移轨道设计[J]. *中国科学: 技术科学*, 2013, 43(5): 487–492.
- Qiao D, Huang J C, Cui P Y, et al. Transfer orbit design for Chang'E-2 flyby of asteroid Toutatis[J]. *Scientia Sinica Technologica*, 2013, 43(5): 487–492.
- [24] 刘磊, 吴伟仁, 唐歌实, 等. 嫦娥二号后续小行星飞越探测任务设计[J]. *国防科技大学学报*, 2014, 36(2): 13–17.
- Liu L, Wu W R, Tang G S, et al. Design of an asteroid flying-by mission for Chang'E-2[J]. *Journal of National University of Defense Technology*, 2014, 36(2): 13–17.
- [25] 胡寿村, 季江徽, 赵玉晖, 等. 嫦娥二号飞越小行星试验中图塔蒂斯轨道确定与精度分析[J]. *中国科学: 技术科学*, 2013, 43(5): 506–511.
- Hu S C, Ji J H, Zhao Y H, et al. Orbit determination and precision analysis of Toutatis in flying-by experiment for Chang'E-2[J]. *Scientia Sinica Technologica*, 2013, 43(5): 506–511.
- [26] 田百义, 周文艳, 刘德成. 嫦娥二号卫星绕日运行轨道分析[J]. *航天器工程*, 2015, 24(4): 7–11.
- Tian B Y, Zhou W Y, Liu D C. Analysis of Chang'e-2 heliocentric orbit[J]. *Spacecraft Engineering*, 2015, 24(4): 7–11.
- [27] Gao Y. Analysis of the Earth co-orbital motion of Chang'e-2 after asteroid flyby[J]. *Chinese Science Bulletin*, 2014, 59(17): 2045–2049.

作者简介:

何胜茂(1985–), 男, 博士研究生。主要研究方向: 空间轨道设计与优化。

通信地址: 北京市海淀区邓庄南路9号(100094)

E-mail: heshengmao5@163.com

彭超(1986–), 男, 硕士, 助理研究员。主要研究方向: 空间轨道设计与优化。

通信地址: 北京市海淀区邓庄南路9号(100094)

E-mail: pc309@csu.ac.cn

高扬(1974–), 男, 博士, 研究员。主要研究方向: 空间轨道设计与优化。

通信地址: 北京市海淀区邓庄南路9号(100094)

E-mail: gaoyang@csu.ac.cn

Near-Earth Asteroid Flyby Trajectories from the Sun-Earth L2 via Lunar Gravity Assist

HE Shengmao, PENG Chao, GAO Yang

(Technology and Engineering Center for Space Utilization, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100094, China)

Abstract: There are several flight options for the Chang'E-2 spacecraft after its remaining at the Sun-Earth L2 point, for example, impacting the Moon or recapture into lunar orbit, returning to Earth orbit or atmospheric reentry, heading for halo orbits of the Earth-Moon L1 or L2 or the Sun-Earth L1 point, as well as flying by near-Earth asteroids in interplanetary space (Finally, Chang'E-2 successfully implemented a close flyby of Toutatis, a potentially hazardous near-Earth asteroid, on Dec.13, 2012). The analyses of these flight options require designing preliminary transfer trajectories with total velocity impulses no more than 100 m/s in four-body dynamics, in which the motion of the spacecraft is influenced by the gravities of the Sun, Earth, and Moon. In this study, we shall present low-energy Toutatis flyby trajectories from a Sun-Earth L2 quasi-periodic orbit, specifically, via a single lunar gravity assist that is intentionally utilized for exploring potential benefits, compared with the direct transfer manner that is adopted in the practical mission. Compared with the direct transfer trajectories to the asteroid, lunar gravity assist is demonstrated to be capable of saving propellant for the Toutatis flyby mission, and the equivalent velocity impulses are 58.46 m/s.

Key words: Chang'E-2; Sun-Earth L2; lunar gravity assist; Toutatis asteroid

[责任编辑: 宋宏]