doi:10. 19306/j. cnki. 2095-8110. 2020. 03. 007

# 基于规划航迹的"三自"光纤惯导系统 航向耦合效应抑制技术

唐江河<sup>1</sup>, 詹双豪<sup>1</sup>, 尉 超<sup>2</sup>, 何长久<sup>1</sup>, 曲雪云<sup>1</sup>, 简凯宁<sup>1</sup>

(1. 北京自动化控制设备研究所,北京 100074;2. 火箭军装备部驻北京地区第六军事代表室)

摘 要:目前,国内"三自"(自标定、自对准、自检测)光纤惯导系统在长航时高精度自主导航领域已逐 渐开展应用,但光纤陀螺安装误差、安装不正交度以及标度因数等参数稳定性大大限制了"三自"光纤 惯导系统精度的提升,其主要原因是载体运动诱发的航向耦合效应严重影响了旋转调制效果。从航 向耦合效应机理分析入手,指出了"三自"惯导系统航向耦合效应的不可解耦性,但针对无人飞行器和 无人潜航器等通常需要规划航迹的载体,提出了一种基于规划航迹的旋转方案自适应调整技术,有效 地抑制了航向耦合效应。试验结果表明,该方法可将系统的导航精度提升 80%以上。 关键词:"三自";光纤惯导系统;旋转方案;自适应调整;航向耦合效应

中图分类号:U666.12 文献标志码:A 开放科学(资源服务)标识码(OSID): 文章编号:2095-8110(2020)03-0046-08



# Restrain Technology of Heading-coupling Effect of Threeautonomy FOG INS Based on Planned Track

TANG Jiang-he<sup>1</sup>, ZHAN Shuang-hao<sup>1</sup>, WEI Chao<sup>2</sup>, HE Chang-jiu<sup>1</sup>, QU Xue-yun<sup>1</sup>, JIAN Kai-ning<sup>1</sup>

(1. Beijing Institute of Automatic Control Equipment, Beijing 100074, China;2. The Sixth Military Representative Office of the Rocket Force Equipment Department in Beijing Area)

Abstract: At present, three-autonomy (autonomous calibration, autonomous alignment, and autonomous test) FOG Inertial Navigation System (INS) has been gradually applied in the field of long-endurance high-precision autonomous navigation. Nevertheless, the parameter stability such as installation error, misalignment and scale factor of FOG greatly limits the improvement of the accuracy of three-autonomy FOG INS. The main reason is that the heading-coupling effect induced by carrier motion seriously affects the effect of rotary modulation. By analysing the mechanism of heading-coupling effect, this paper points out that the heading-coupling effect of the three-autonomy inertial navigation system cannot be decoupled. However, for the carriers that usually need to plan the track, such as unmanned aerial vehicles and unmanned undersea vehicles, an adaptive adjustment method based on the planned track is proposed to effectively suppress the heading-coupling effect. The experimental results show that this proposed method can improve the navigation accuracy of the system by more than 80%.

Key words: Three-autonomy; FOG INS; Rotation scheme; Adaptive adjustment; Headingcoupling effect

收稿日期:2020-03-04;修订日期:2020-03-31

**基金项目**:国家自然科学基金(41527803)

作者简介:唐江河(1979-),男,博士,高级工程师,主要从事导航制导方面的研究。E-mail:hittangjianghe@163.com

#### 0 引言

"三自"光学惯导系统具有高精度及便于维护 的特性,近年来在国内发展迅速。由于激光陀螺自 身特性的优势,"三自"激光惯导系统的旋转调制技 术在国内外已发展较为成熟<sup>[1-3]</sup>。而光纤陀螺具有 可靠性高、无机抖装置(利于旋转机构控制)、随机 游走误差相对较小等优势<sup>[4-6]</sup>,利于"三自"光纤惯导 系统实现快速高精度启动,可以满足武器系统快速 反应能力的要求<sup>[7]</sup>。这一优势在弹用领域已得到 发挥,而在长航时导航方面,"三自"光纤惯导系统 仍是国内研究的重要方向。

相对于激光陀螺,光纤陀螺安装误差、安装不 正交度以及标度因数等参数稳定性限制了"三自" 光纤惯导系统长航时导航精度的提升。其主要原 因是载体运动航向的不确定性导致系统外环翻转 时由陀螺标度因数和安装误差等诱发的水平失调 角不断累积,产生航向耦合效应,严重影响了参数 自补偿效果。针对单轴旋转惯导系统,文献[8-10] 中指出可通过航向隔离解决航向耦合效应问题,然 而针对"三自"光纤惯导系统仍没有文献进行相关 技术的研究。本文将从双轴旋转惯导系统的旋转 方案入手,在分析航向耦合效应机理的基础上,证 明"三自"光纤惯导系统航向耦合效应的不可解耦 性;并针对无人飞行器、无人潜艇以及导弹等要求 规划航迹的载体,提出了一种基于规划航迹的旋转 方案自适应调整技术,以有效抑制航向耦合效应, 提升系统长航时导航精度。

### 1 双轴旋转方案介绍

光学陀螺具有对 g 不敏感、无运动部件、动态 范围宽以及标度因数线性度好的特点,使旋转调制 技术在捷联惯导领域得到极大发展。而旋转方案 设计是旋转调制实现的基础,一直是国内外学者的 重要研究方向,尤其双轴旋转方案的研究更是其研 究重点<sup>[11]</sup>。

MK49系统采用3个 Honeywell 公司生产的 GG-1342型单轴机械抖动激光陀螺,基于双轴转动 方案,定期使惯性敏感装置绕方位轴和横摇轴旋 转,用来消除陀螺漂移和其他误差源。系统自主导 航精度可达 0.39n mile/30h,但具体的旋转方案未 在任何文献上有所提及。MK49型双轴旋转式激光 陀螺惯导系统已经被选为北约组织船用惯性导航 的标准系统,大量装备于很多国家的水面舰体和 潜艇。

图 1 所示为经典的双轴八位置旋转方案,该方 案很好地调制了安装误差和标度因数误差,但对陀 螺标度因数不对称性没有补偿效果。为此,文献 [12]改进了该旋转方案,得到如图 2 所示十六位置 旋转方案。该旋转方案在失调角层面不仅调制了 陀螺和加速度计的零偏、标度因数以及安装误差, 同时对陀螺标度因数不对称性也具有很好的调制 效果。同时,文中进一步提出了在十六位置方案的 每一步旋转的中点(即 90°或 270°)增加 1 个位置, 实现三十二位置旋转方案。该三十二位置旋转方 案和十六位置旋转方案的调制效果是一样的,只是 它能更好地压制旋转惯导系统的锯齿波幅值。





Fig. 1 Eight-sequence dual-axis rotary schematic diagram



Fig. 2 Sixteen-sequence dual-axis rotary schematic diagram

这两种旋转方案虽然在系统失调角层面具有 很好的调制效果,但在速度层面的调制效果有限, 尤其是陀螺安装误差会引起系统速度误差的增长。 为此,文献[1]对十六位置旋转方案进行了改进,有 效地提高了系统速度层面的调制效果,其旋转方案 示意图如图 3 所示。



国内外对载体机动与旋转调制的交联耦合作 用也进行了分析。文献[8-10,13]针对单轴旋转调 制惯导系统开展了航向耦合效应分析,并提出了通 过载体航向机动隔离,即系统旋转机构在执行预先 设计的旋转方案的同时反向叠加载体的航向机动, 可以有效地抑制载体航向机动对旋转调制的影响。 文献[14]针对双轴旋转方案进行了航向耦合效应 分析,但只是针对某一特定的旋转方案进行了机动 条件下的误差分析,并没有从理论机理上开展研究。

本文将从理论分析入手开展航向耦合效应机 理研究,并以改进十六位置旋转方案为例,针对要 求规划航迹的载体提出了一种航向耦合效应的有 效抑制方法。不同于现阶段弹上"三自"惯导机械 锁定导航方式,文中提出的方法要求"三自"惯导系 统工作于旋转导航方式。为了保证飞控系统或其 他设备满足惯导系统姿态输出精度要求,不仅要求 "三自"惯导系统利用旋转框架角度进行姿态解调, 而且还要精确标定补偿旋转轴系安装误差。

# 2 坐标系定义

涉及的坐标系定义如下:

惯性坐标系(i):原点与地球质心重合, $X_i$ 轴沿 地球转轴指向地球北极, $Y_i$ 轴和 $Z_i$ 轴在赤道平面 内,不随地球旋转,且 $Z_i$ 轴和初始时刻当地东向 重合。

地理坐标系 (g):定义为北天东坐标系。

台体坐标系(p):利用3个加速度计的敏感轴方 向  $OX_a$ 、 $OY_a$ 、 $OZ_a$ 进行定义,X加速度计的敏感轴 方向  $OX_a$ 即为 $X_p$ 、 $Y_p$ 在 $OX_aY_a$ 所在平面内,且与  $OX_a$ 垂直; $Z_p$ 与 $X_p$ 、 $Y_p$ 满足右手定律。

惯导坐标系(b):当惯导的2个环架都锁定为 0时,台体坐标系即为惯导坐标系,为便于分析,文 中定义的初始惯导坐标系与地理坐标系一致。

# 3 航向耦合效应机理分析

#### 3.1 "三自"光纤惯导系统导航误差模型

为便于分析,选用惯性导航坐标系,利用形式 相对简单的 ¥ 方程进行分析。

$$\dot{\Psi} = C_p^i \varepsilon^p$$

$$= \boldsymbol{C}_{p}^{i} (\boldsymbol{\varepsilon}_{0} + ([\delta \boldsymbol{k}_{g} \bullet] + [\boldsymbol{m}_{g} \times] + [\boldsymbol{n}_{g} \otimes])) \boldsymbol{\omega}_{ip}^{p}$$
(1)

 $\cap$ 

0 Γ

 $\Gamma \otimes L$ 

$$\begin{bmatrix} \delta \mathbf{k}_{g} \cdot \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & k_{gx} & 0 & 0 \\ 0 & \delta k_{gx} & 0 \\ 0 & 0 & \delta k_{gx} \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} \mathbf{m}_{g} \times \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\mathbf{m}_{gz} & \mathbf{m}_{gy} \\ \mathbf{m}_{gz} & 0 & -\mathbf{m}_{gx} \\ -\mathbf{m}_{gy} & \mathbf{m}_{gx} & 0 \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} \mathbf{n}_{g} \otimes \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\mathbf{n}_{gz} & \mathbf{n}_{gy} \\ \mathbf{n}_{gz} & 0 & -\mathbf{n}_{gx} \\ -\mathbf{n}_{gy} & \mathbf{n}_{gx} & 0 \end{bmatrix}$$

其中: $\varepsilon_0$ 为陀螺漂移误差; $\delta k_g$ 为陀螺标度因数误差; $m_g$ 为陀螺安装误差; $n_g$ 为陀螺安装的不正交度。

那么经简化后系统的姿态和速度误差的解为  $\Psi^{i}(t) = C_{p}^{i} \varepsilon^{p} = \int_{0}^{t} C_{p}^{i} (\varepsilon_{0} + ([\delta k_{g} \cdot] + [m_{g} \times] + [n_{g} \otimes])) \omega_{ip}^{p} dt = \int_{0}^{t} C_{p}^{i} (\varepsilon_{0} + ([\omega_{ip}^{p} \cdot] \delta k_{g} - [\omega_{ip}^{p} \times]m_{g} + [\omega_{ip}^{p} \otimes]n_{g})) dt$  (2) 有

$$\boldsymbol{C}_{p}^{i} = \boldsymbol{C}_{g}^{i} \boldsymbol{C}_{b}^{g} \boldsymbol{C}_{p}^{b}$$

$$\boldsymbol{C}_{g}^{i} = \begin{bmatrix} \cos L & \sin L & 0 \\ -\sin L \cos \omega_{ie}t & \cos L \cos \omega_{ie}t & -\sin \omega_{ie}t \\ -\sin L \sin \omega_{ie}t & \cos L \sin \omega_{ie}t & \cos \omega_{ie}t \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{C}_{b}^{g} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c(\gamma) & -s(\gamma) \\ 0 & s(\gamma) & c(\gamma) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c(\rho) & -s(\rho) & 0 \\ s(\rho) & c(\rho) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c(\varphi) & 0 & s(\varphi) \\ 0 & 1 & 0 \\ -s(\varphi) & 0 & c(\varphi) \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{C}_{p}^{b} = \begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & \sin\beta \\ \sin\alpha \sin\beta & \cos\alpha & -\sin\alpha \cos\beta \\ -\cos\alpha \sin\beta & \sin\alpha & \cos\alpha \cos\beta \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\omega}_{ib}^{p} = \boldsymbol{\omega}_{ib}^{p} + \boldsymbol{\omega}_{bp}^{b}$$

$$\boldsymbol{\omega}_{i}^{p} = \begin{bmatrix} \omega_{1} \cos\beta \\ \omega_{2} \\ \omega_{1} \sin\beta \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\omega}_{ie}^{p} = \begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & \sin\beta \\ \sin\alpha \sin\beta & \cos\alpha & -\sin\alpha \cos\beta \\ -\cos\alpha \sin\beta & \sin\alpha & \cos\alpha \cos\beta \end{bmatrix}^{T} \begin{bmatrix} \omega_{ie} \cos L \\ \omega_{ie} \sin L \\ 0 \end{bmatrix}$$

式中: L 为当地纬度; $\omega_{ie}$  为地速数值; $\gamma,\rho$  和 $\varphi$ 分别为基座坐标系相对于地理坐标系的滚动、俯仰 和航向; $\alpha$  和 $\beta$  分别为旋转机构外环和内环的旋转角 度; $\omega_1$  和 $\omega_2$  分别为外环和内环的旋转角速率。

在上面的误差模型中,注意到在一个旋转周期 内  $C_b^s$  和  $C_s^i$  可视为常数矩阵,将模型中变化较为剧 烈的矩阵提取出来,重点考察几个与姿态误差相关 的函数矩阵

$$\begin{split} \Psi_{\delta k_{g}}^{\omega}\left(t_{1},t_{2}\right) &= \int_{0}^{t} \mathbf{C}_{p}^{b} \left[\boldsymbol{\omega}_{ip}^{p} \cdot\right] \mathrm{d}t = \\ \int_{0}^{t} \left[ \begin{array}{ccc} \omega_{1}C^{2}\beta & 0 & \omega_{1}s^{2}\beta \\ \frac{1}{2}\omega_{1}sas2\beta & \omega_{2}ca & -\frac{1}{2}\omega_{1}sas2\beta \\ -\frac{1}{2}\omega_{1}cas2\beta & \omega_{2}sa & \frac{1}{2}\omega_{1}cas2\beta \end{array} \right] \mathrm{d}t \quad (3) \\ \Psi_{m_{g}}^{\omega}\left(t_{1},t_{2}\right) &= \int_{0}^{t} \mathbf{C}_{p}^{b} \left[\boldsymbol{\omega}_{ip}^{p} \times\right] \mathrm{d}t = \\ \int_{0}^{t} \left[ \begin{array}{c} -\omega_{2}s\beta & 0 & \omega_{2}c\beta \\ \omega_{1}cas\beta + \omega_{2}sac\beta & -\omega_{1}sa & -\omega_{1}cac\beta + \omega_{2}sas\beta \\ \omega_{1}sas\beta - \omega_{2}cac\beta & \omega_{1}ca & -\omega_{1}sac\beta - \omega_{2}cas\beta \end{array} \right] \mathrm{d}t \quad (4) \\ \Psi_{m_{g}}^{\omega}\left(t_{1},t_{2}\right) &= \int_{0}^{t} \mathbf{C}_{p}^{b} \left[ \boldsymbol{\omega}_{ip}^{p} \otimes \right] \mathrm{d}t = \\ \int_{0}^{t} \left[ \begin{array}{c} \omega_{2}s\beta & \omega_{1}s2\beta & \omega_{2}c\beta \\ \omega_{1}cas\beta - \omega_{2}sac\beta & -\omega_{1}sac2\beta & \omega_{1}cac\beta + \omega_{2}sas\beta \\ \omega_{1}cas\beta - \omega_{2}sac\beta & -\omega_{1}sac2\beta & \omega_{1}cac\beta + \omega_{2}sas\beta \\ \omega_{1}cas\beta + \omega_{2}cac\beta & \omega_{1}cac2\beta & \omega_{1}sac\beta - \omega_{2}cas\beta \end{array} \right] \mathrm{d}t \quad (5) \\ \end{array}$$

其中,  $\Psi_{\delta k_g}^{\omega}$ 、  $\Psi_{m_g}^{\omega}$ 、  $\Psi_{n_g}^{\omega}$ 分别为陀螺标度因数误

差、陀螺安装误差以及陀螺安装不正交度由于系统 自身旋转导致的系统失调角误差的系数矩阵,即在 忽略姿态变化情况下,  $\Psi_{\delta k_g}^{a}$ 、 $\Psi_{m_g}^{a}$ 、 $\Psi_{n_g}^{a}$ 分别与陀螺 标度因数误差、陀螺安装误差以及陀螺安装不正交 度的误差矢量相乘,可得到各自引起的失调角矢量。

#### 3.2 航向耦合效应对导航误差影响分析

双轴旋转方案中内环旋转子流程只需利用内 环轴进行载体航向机动隔离即可解耦航向耦合效 应;但对于外环翻转子流程,"三自"光纤惯导系统 没有天向旋转自由度进行航向机动的隔离,航向耦 合效应的解耦将非常复杂,而其中陀螺标度因数误 差、陀螺安装误差及安装不正交度与系统航向之间 的解耦是航向耦合效应分析的关键。为便于分析, 只考虑载体航向机动,且外环翻转过程中航向保持 不变。以下将针对双轴旋转方案中外环翻转子流 程,分别证明三类误差源航向耦合效应是否具有可 解耦性。

证明 3 个误差参数航向耦合效应是否具有可解 耦性,即是要证明是否存在一种外环翻转方式,使 相邻 2 次外环翻转(不妨设 2 次翻转外环为 0°→ 180°→0°)诱发的姿态失调角与航向的变化无关。 不妨设第 1 次翻转时系统航向角为  $\varphi_1$ ,第 2 次航向 角为  $\varphi_2$ 。结合航向姿态隔离的要求<sup>[15]</sup>,第 1 次  $t_0 \sim$  $t_1$  时刻翻转内外环角度由 (0°, $\varphi_1$ ) 变化为(180°,  $-\varphi_1$ ),第 2 次  $t_3 \sim t_4$  时刻由(180°,  $-\varphi_2$ ) 变化为 (0°, $\varphi_2$ )。

3.2.1 陀螺安装误差可解耦性分析

2次翻转由陀螺安装误差诱发的失调角为

$$\boldsymbol{\Phi}_{m_{g}}^{\omega} = (\boldsymbol{C}_{b1}^{g} \boldsymbol{\Psi}_{m_{g}}^{\omega}(t_{0}, t_{1}) + \boldsymbol{C}_{b2}^{g} \boldsymbol{\Psi}_{m_{g}}^{\omega}(t_{3}, t_{4})) \begin{bmatrix} m_{gx} \\ m_{gy} \\ m_{gz} \end{bmatrix}$$
$$= -2 \begin{bmatrix} c(\varphi_{1}) & 0 & s(\varphi_{1}) \\ 0 & 1 & 0 \\ -s(\varphi_{1}) & 0 & c(\varphi_{1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & s(\varphi_{1}) \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & c(\varphi_{1}) \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} c(\varphi_{2}) & 0 & s(\varphi_{2}) \\ 0 & 1 & 0 \\ -s(\varphi_{2}) & 0 & c(\varphi_{2}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & s(\varphi_{2}) \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & c(\varphi_{2}) \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} m_{gx} \\ m_{gy} \\ m_{gz} \end{bmatrix} = 0$$

上式表明,只要满足航向隔离规则,不管外环 翻转流程怎么设计,陀螺安装误差的航向耦合效应 都具有可解耦性。 3.2.2 陀螺安装不正交度误差可解耦性分析

由于陀螺安装误差任意外环翻转流程都具有可解耦性,并注意到对 $\Psi_{m_g}^{\omega}(t_i,t_j)$ 和 $\Psi_{n_g}^{\omega}(t_i,t_j)$ 执行对应列相加或相减操作不改变安装不正交度的可解耦性,那么可将对 $\Psi_{m_g}^{\omega}(t_i,t_j)$ 的分析转化为对以下矩阵的分析

$$\boldsymbol{\Psi}_{s_{g}}^{\boldsymbol{\omega}}(t_{i},t_{j}) = 2 \int_{0}^{t} \begin{bmatrix} 0 & \boldsymbol{\omega}_{1} c \beta s \beta & 0 \\ \boldsymbol{\omega}_{1} c \alpha s \beta & \boldsymbol{\omega}_{1} s \alpha s^{2} \beta & \boldsymbol{\omega}_{1} c \alpha c \beta \\ \boldsymbol{\omega}_{1} s \alpha s \beta & -\boldsymbol{\omega}_{1} c \alpha s^{2} \beta & \boldsymbol{\omega}_{1} s \alpha c \beta \end{bmatrix} \mathrm{d}t$$

2次翻转由陀螺安装不正交度误差诱发的失调 角为

$$\boldsymbol{\Phi}_{n_g}^{\omega} = (\boldsymbol{C}_{b1}^{g} \boldsymbol{\Psi}_{s_g}^{\omega}(t_0, t_1) + \boldsymbol{C}_{b2}^{g} \boldsymbol{\Psi}_{s_g}^{\omega}(t_3, t_4)) \begin{bmatrix} n_{gx} \\ n_{gy} \\ n_{gz} \end{bmatrix}$$

构造首次外环翻转(外环 0°→180°→0°)子流程:

1)用时  $T_1$  旋转内环,内外环 ( $\psi_1$ , 0°) → (0°,0°);

2)用时 T<sub>2</sub> 内外协调旋转,(0°,0°)→(0°,180°);

3) 用时  $T_1$  同向旋转内环, (0°, 180°) →  $(-\phi_1, 180°)$ 。

假定 T<sub>i</sub>时间后,相邻的第 2 次外环翻转子 流程:

4)用时 *T*<sub>1</sub> 旋转内环,(-ψ<sub>2</sub>,180°)→(0,180°);
5)用时 *T*<sub>2</sub> 内外环协调旋转,(0°,180°)→
(0°,0°);

6) 用时 T<sub>1</sub> 同向旋转内环,(0°,0°)→(ψ<sub>2</sub>,0°)。

可以证明步骤 1)、3)以及 4)、6)诱发的失调角 和都为 0,关键需要进行步骤 2)、4)的流程设计。可 以证明当满足以下条件时,步骤 2)、4)产生的失调 角相互抵消:

(1)步骤 2)或步骤 4)内外环角度各自应满足:

• 内外环交错旋转,外环旋转速率恒定;

•  $\alpha(t) + \alpha(T_s + T_2 - t) = 180, t \in (T_s, T_s + T_2);$ 

•  $\beta(t) = \beta(T_s + T_2 - t), t \in (T_s, T_s + T_2);$ •  $\int_{T_s}^{T_s + T_2} \omega_1 s 2\beta dt = 0, \quad \int_{T_s}^{T_s + T_2} \omega_1 s \alpha c \beta dt = 0,$  $\int_{T_s}^{T_s + T_2} \omega_1 s \alpha s \beta dt = 0.$ 

其中,  $T_s$  为步骤 2)或步骤 4)的开始时刻。 (2)步骤 2)和步骤 4)内外环角度之间应满足  $\beta(t) = -\beta(T_{s2} + T_2 - t), t \in (T_{s1}, T_{s1} + T_2)$ 其中,  $T_{s1}$  和  $T_{s2}$  分别为步骤 2)和步骤 4)的开 始时刻。

3.2.3 陀螺标度因数误差可解耦性分析

2次翻转由陀螺标度因数误差诱发的失调角为

$$\boldsymbol{\Phi}_{\delta k_{g}}^{\omega} = (\boldsymbol{C}_{b1}^{g} \boldsymbol{\Psi}_{\delta k_{g}}^{\omega}(t_{0}, t_{1}) + \boldsymbol{C}_{b2}^{g} \boldsymbol{\Psi}_{\delta k_{g}}^{\omega}(t_{3}, t_{4})) \begin{bmatrix} \delta \boldsymbol{K}_{gx} \\ \delta \boldsymbol{k}_{gy} \\ \delta \boldsymbol{k}_{gz} \end{bmatrix}$$

若要求陀螺标度因数具有可解耦性,则有

$$S\boldsymbol{\Psi}_{\delta k_{g}}^{\omega} = \boldsymbol{C}_{b1}^{g} \boldsymbol{\Psi}_{\delta k_{g}}^{\omega}(t_{0}, t_{1}) + \boldsymbol{C}_{b2}^{g} \boldsymbol{\Psi}_{\delta k_{g}}^{\omega}(t_{3}, t_{4}) = 0$$
  

$$\mathfrak{M} \boldsymbol{\Xi}$$

 $S\Psi_{\delta k_g}^{\omega}(1,1) + S\Psi_{\delta k_g}^{\omega}(1,3) = \pi(\cos(\varphi_1) \pm \cos(\varphi_2))$ = 0

必然要求: $\varphi_1 = \pm \varphi_2$ 或 $\varphi_1 \pm \varphi_2 = \pi$ 。

这与航向机动的任意性矛盾,因此陀螺标度因 数误差具有不可解耦性。

#### 4 基于规划航迹的旋转方案自适应调整

由 3.2 节的分析可知,将外环翻转子流程调整 为 3.2.2 节所描述的流程后,通过相邻 2 次翻转可 以实现:

1)陀螺安装误差和不正交度诱发失调角为 0;
 2)产生的失调角来自于标度因数误差,可证明

SΨ<sup>∞</sup> =

$$\pi \left( \frac{\boldsymbol{\omega}_{1}^{(1)}}{|\boldsymbol{\omega}_{1}^{(1)}|} \begin{bmatrix} c\boldsymbol{\varphi}_{1} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ s\boldsymbol{\varphi}_{1} & 0 & 0 \end{bmatrix} + \frac{\boldsymbol{\omega}_{2}^{(2)}}{|\boldsymbol{\omega}_{2}^{(2)}|} \begin{bmatrix} c\boldsymbol{\varphi}_{2} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ s\boldsymbol{\varphi}_{2} & 0 & 0 \end{bmatrix} \right)$$
(6)

其中, ω<sup>(1)</sup> 和 ω<sup>(2)</sup> 分别为首次外环翻转和第 2 次外环翻转的外环角速率。

# 4.1 常规导航旋转方案的限制

式(6)表明,每次外环翻转引入的水平失调角 合成矢量与外环旋转单位矢量  $s = \frac{\omega_1}{|\omega_1|} \begin{bmatrix} c\varphi \\ s\varphi \end{bmatrix}$  成正 比。注意到 3.2.2 节中设计翻转流程时,并没有规 定外环旋转的符号,而外环翻转的方向或符号的调 整是抑制航向耦合效应的一种有效手段。

设每次外环旋转单位矢量为 $s_i$ , $i=1,2\cdots$ ,外环旋转合矢量为 $S_i = \sum_{k=1}^{i} s_k$ , $i=1,2\cdots$ ,对于常规导航模式,即无法获知前瞻性航向信息,考虑一种极端情况,如图4所示。每次外环翻转时 $s_i$ 满足: $s_i \perp S_{i-1}$ ,那么不管外环翻转方向如何改变,合矢量将不断增大,满足 $|S_i|=\sqrt{i}$ 。这表明当无法获知前瞻性航向信息时,外环旋转合矢量可能无界增大,导致导航误差无法得到控制。



Fig. 4 Schematic diagram of outer gimbal rotation vector synthesis

#### 4.2 基于规划航迹的旋转方案自适应调整方法

当具备规划航迹的前瞻载体航向信息时,有以 下定理。外环翻转合矢量将被压制在一个有界区 间内,导航误差得到有效抑制。

定理:当至少下一次外环旋转时的航向已知时,那么可以找到一种合适的外环翻转方向的调整 方式,使得外环翻转合矢量是有界的,且任意偶数 次合矢量的模满足:  $|S_{2i}| \leq \sqrt{2}$ 。

首先可证明,仅当前 2 次外环旋转矢量正交时, 才能使得  $|S_2| = \sqrt{2} \leq \sqrt{2}$ ,以下利用递推法证明定 理。现假定  $|S_{2i-2}| \leq \sqrt{2}$ ,并且本次外环旋转的航向  $\varphi_{2i-1}$  和下次外环旋转的航向  $\varphi_{2i}$ 已知,那么可确定 这 2 次外环旋转单位矢量和为以下四式之一

 $\sqrt{|\boldsymbol{l}_1|^2 + |\boldsymbol{l}_2|^2} = 2_{\circ}$ 

该定理即是要证明可以从4个矢量中选择1个 矢量,假定为*l*,满足

$$|\boldsymbol{S}_{2i}| = |\boldsymbol{S}_{2i-2} + \boldsymbol{l}| \leqslant \sqrt{2} \tag{7}$$

如图 5 所示,以矢量  $l_1$  和  $l_2$  为基建立坐标系, 考虑到对称性,不妨假定 0° $\leqslant \theta \leqslant$  90°,0° $\leqslant \eta \leqslant$  45°。 那么有: $\sqrt{2} \leqslant |l_1| \leqslant 2$ , $|l_2| \leqslant \sqrt{2}$ 。

1)当 30° 《 $\theta$  《90°时,取 $l = -l_2$ ,可满足式(7)。 2)当 0° 《 $\theta$  《30°时,现假设在 $\sqrt{2}$  《 $|l_1|$  《 $a_i$  区 间内还没有找到调整方式,使得所有 0° 《 $\theta$  《30°内 的 $S_{2i-2}$ 都满足条件式(7),那么除 $x_i Oy_i$  区域内的  $S_{2i-2}$ 不能满足条件以外,其他 $S_{2i-2}$ 只需取 $l = -l_1$ 都能满足条件。其中 $x_i y_i$ 为以 $M_i$ 为中心半径 $\sqrt{2}$ 的



Fig. 5 Schematic diagram of theorem proving

圆弧,且 $|Om_i| = a_i, \angle x_i Oy_i = 30^\circ$ 。

但当  $|l_2| \leqslant \sqrt{2 - (a_i - \sqrt{2})^2}$  时,取  $l = -l_2$ , 可使得  $x_i Oy_i$  区域内的  $S_{2i-2}$  满足条件,只有当  $\sqrt{2 - (a_i - \sqrt{2})^2} \leqslant |l_2| \leqslant \sqrt{2}$  即  $\sqrt{2} \leqslant |l_1| \leqslant \sqrt{2 + (a_i - \sqrt{2})^2}$  时,还没有找到调整方式使得所 有  $S_{2i-2}$  都满足条件。

由此可以递推得到序列 {a<sub>i</sub>},且有

 $a_{1} = 2; = a_{i+1} = \sqrt{2 + (a_{i} - \sqrt{2})^{2}} \rightarrow \left(\frac{a_{i+1}}{a_{i}}\right)^{2} = \left(\frac{2}{a_{i}} - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2} + \frac{1}{2} \leq 1$ 

即该序列为单调有界序列,因此有:  $\lim_{i \to \infty} a_i = \sqrt{2}$ 。

从而对所有 $S_{2i-2}$ 都能找到调整方式使 $|S_{2i}| \leqslant \sqrt{2}$ 。

由递推的思想,该定理得证。

根据该定理,可以设计调整方案:每2次外环旋转进行1次调整,由以往外环旋转矢量在水平面上 投影的矢量和调整相邻2次外环旋转方向,使得以 往的矢量和与该次旋转矢量以及下一次旋转矢量 的矢量和的模达到最小。

#### 4.3 仿真验证

为验证调整方案的有效性,假定惯导系统的陀 螺标度因数误差为 1×10<sup>-5</sup>,陀螺安装误差和不正 交度都为 5",将惯导系统水平放置,只在航向上机 动,且整个导航过程中航向值已知。惯导系统按照 改进十六位置方案进行旋转导航,内环旋转角速率 设定为 10(°)/s,外环旋转角速率设定为 30(°)/s,且 内环旋转子流程按照旋转方案+航向隔离的方式 执行,而外环旋转子流程按照文中 3.2.2 节和 4.2 节介绍的自适应调整方案执行。图 6 所示为当旋转 方案自适应调整 500 次(每次调整对应 2 次外环旋 转)以后,惯导系统北向和东向两水平失调角曲线。 图 6 中曲线表明,每次调整后水平失调角合矢量大 小不超过 8.5<sup>"</sup>,对应外环旋转矢量和的模为 1.31≪ √2,与定理的结论一致。



# 5 试验验证

为了进一步验证旋转方案自适应调整策略的 有效性,利用一套"三自"光纤惯导系统进行了转台 验证试验。试验主要对比了旋转方案一(按照图 3 所示的改进十六位置旋转方案)和旋转方案二(4.3 节介绍的旋转方案)的导航精度。

试验时,"三自"光纤惯导系统水平固定于转台 上,准备时间和准备流程都一致,时间为10min,完 成了初始对准以及一些主要误差参数的标定。为 了能有效激励航向耦合效应,同时能准确获得下一 次外环旋转时的航向角度,惯导系统完成对准后, 转台以恒定的 0.5(°)/s 绕天向轴匀速旋转(下一次 外环旋转时的航向角度由恒定旋转速率计算获 得),导航时间为8h。为充分验证,方案一和方案二 分别进行了2次试验。4次试验的导航径向误差曲 线如图 7 所示,虚线所示为方案一的 2 次试验位置 误差曲线,实线所示为方案二的2次试验位置误差 曲线。图7中显示,方案二最大位置误差不超过 800m,而方案一最大位置误差都超过了 6200m。表 1 对 4 次试验位置误差的 TRMS 值进行了处理。表 1 中,试验1和试验2为方案一对应的2次验证试验, 试验3和试验4为方案二对应的2次验证试验。由 表1可知,方案二的 TRMS 均值为 0.34nmil,而方案 一的 TRMS 均值为 2.02nmil,精度提升了 83.2%。



Fig. 7 Comparison curve of position error

表1位置误差的 TRMS 值

Tab. 1         TRMS value of posit	ion error
------------------------------------	-----------

试验	TRMS/nmile	TRMS 均值/nmile	精度提升/%
1	2.21	2.02	83.2
2	1.83		
3	0.32	0.34	
4	0.36		

#### 6 结论

本文从理论上证明了"三自"惯导系统航向耦 合效应的不可解耦性,但针对通过规划航迹能获知 前瞻航向信息的特殊应用场合,提出了一种旋转方 案自适应调整策略:首先采用分段构造外环旋转策 略解耦陀螺安装误差和安装不正交度与航向的耦 合关系,将航向耦合效应的误差源都归结到陀螺标 度因数误差;然后基于外环旋转矢量和最小原则进 行外环旋转方向的自适应调整,达到抑制陀螺标度 因数误差的目的,文中还对该自适应调整策略的抑 制效果给出了严格证明。

文中提出的旋转方案自适应调整策略取得了 良好效果。试验证明,10min准备时间,导航8h,位 置精度(时间真均方根误差(Time Real Root Mean Square Error, TRMS))达到 0.34nmile,相对改进 十六位置旋转方案提升了 80%以上。

#### 参考文献

[1] 于浩,吴国强,高峰,等.双轴旋转调制光纤惯导系统运动隔离控制实现[J].导航定位与授时,2016,3
 (4):9-12.

Yu Hao, Wu Guoqiang, Gao Feng, et al. Implementation of the carrier-insulated control for the 2-axis FOG strapdown inertial navigation system[J]. Navigation Positioning and Timing, 2016, 3(4): 9-12(in Chinese).

[2] 雷宏杰,王晓斌,刘放.机载双轴旋转调制激光惯导 系统误差特性及关键技术分析[J].导航定位与授 时,2016,3(4):13-18.

> Lei Hongjie, Wang Xiaobin, Liu Fang. Analysis on error characteristics and key technology of airborne double-axis rotation-modulating RLG INS[J]. Navigation Positioning and Timing, 2016, 3(4): 13-18(in Chinese).

 [3] 秦冲,陈家斌,韩勇强,等.双轴旋转式激光捷联惯导系统的转位方案研究[J].导航定位与授时,2016, 3(4):19-24.

> Qin Chong, Chen Jiabin, Han Yongqiang, et al. Research on roating scheme for dual-axis rotation laser SINS[J]. Navigation Positioning and Timing, 2016, 3(4): 19-24(in Chinese).

- [4] Levinson E, Horst J, Willcocks M. The next generation marine inertial navigator is here now[C]// Proceedings of IEEE Position Location and Navigation Symposium, 1994: 121-127.
- [5] Lefevre H C. The fiber-optic gyroscope: actually better than the ring-laser gyroscope? [C]// Proceedings of OFS2012 22<sup>nd</sup> International Conference on Optical Fiber Sensors, 2012.
- [6] Divakaruni S, Keith G, Narayanan C, et al. Strategic interferometric fiber-optic gyroscope for ballistic missile inertial guidance [C]// Proceedings of AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit, 2008.
- [7] 徐海刚,郭元江,李志峰,等.旋转调制光纤陀螺惯
   导寻北精度探索[J].导航定位与授时,2015,3(2):
   11-15.

Xu Haigang, Guo Yuanjiang, Li Zhifeng, et al. Research on north-seeking precision limit of rotationmodulating FOG-SINS[J]. Navigation Positioning and Timing, 2015, 3(2): 11-15(in Chinese).

[8] 张伦东,练军想,胡小平.载体角运动对旋转式惯导 系统旋转调制效果的影响[J].国防科技大学学报, 2011,33(4):152-156.

Zhang Lundong, Lian Junxiang, Hu Xiaoping. The effect of vehicle angle motion on rotation modulation technology for rotating INS[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2011, 33(4): 152-156(in Chinese).

[9] 覃方君,李安,许江宁.载体角运动对旋转调制惯导
 系统误差影响分析[J].武汉大学学报,2012,37
 (7):831-833.

Qin Fangjun, Li An, Xu Jiangning. Analysis of erro-

rs of rotating modulation INS effected by angular motion of vehicle [J]. Journal of Wuhan University, 2012, 37(7): 831-833(in Chinese).

[10] 许江宁,查峰,李京书,等.单轴旋转惯导系统航向 耦合效应分析与补偿[J].中国惯性技术学报,2013, 21(1):26-33.

Xu Jiangning, Zha Feng, Li Jingshu, et al. Analysis and compensation for heading-coupling effect of single-axis rotating INS[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2013, 21(1): 26-33(in Chinese).

- [11] 程建华,牟宏杰,孙湘钰,等.捷联惯导四面体冗余 配置的双轴旋转调制方法[J].系统工程与电子技 术,2017,39(8):1801-1807.
  Cheng Jianhua, Mou Hongjie, Sun Xiangyu, et al. Dual-axis rotatiaonal modulation method based on SINS tetrahedron redundancy configuration[J]. Systems Engineering and Electronics, 2017, 39(8):
- [12] 李瑞涛,吴修振,周绍磊.双轴旋转惯导系统转位方 案仿真分析[J].导弹与航天运载技术,2013(5):15-20.

1801-1807(in Chinese).

Li Ruitao, Wu Xiuzhen, Zhou Shaolei. Simulation and analysis of rotation scheme of dual-axis rotary inertial navigation system[J]. Missiles and Space Vehicles, 2013(5): 15-20(in Chinese).

- [13] 纪志农,刘冲,蔡善军,等.一种改进的双轴旋转惯导系统十六位置旋转调制方案[J].中国惯性技术学报,2013,21(1):46-50.
  Ji Zhinong, Liu Chong, Cai Shanjun, et al. Improved sixteen-sequence rotation scheme for dual-axis SINS
  [J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2013, 21(1):46-50(in Chinese).
- [14] 常国宾,许江宁,李安,等.载体运动对双轴连续旋转调制式惯导方案误差的影响[J].中国惯性技术学报,2011,19(2):175-179.
  Chang Guobin, Xu Jiangning, Li An, et al. Influence of body dynamics on the error of INS scheme with dual-axis continuous autocompensation technique[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2011, 19(2): 175-179(in Chinese).
- [15] 唐江河,李文耀,詹双豪,等.一种外环水平结构双 轴光纤惯导系统旋转方案设计方法[J].导航定位与 授时,2016,4(1):1-7.

Tang Jianghe, Li Wenyao, Zhan Shuanghao, et al. Rotation scheme design method for dual-axis INS with horizontal outer-axis structure [J]. Navigation Positioning and Timing, 2016, 4(1): 1-7(in Chinese).