

具有栅瓣抑制功能的非等间距光学相控阵芯片研究

刘海鹏¹, 葛锦蔓², 谭庆贵², 李小军², 张福领³, 曾和平^{4,5}, 冯吉军^{1,5}

(1. 上海理工大学 上海市现代光学系统重点实验室, 上海 200093; 2. 中国空间技术研究院西安分院 空间微波技术国家级重点实验室, 西安 710000; 3. 中国电子科技集团公司第二十七研究所, 郑州 450047; 4. 华东师范大学 精密光谱科学与技术国家重点实验室, 上海 200241; 5. 华东师范大学重庆研究院, 重庆 401120)

摘要: 光学相控阵 (optical phased array, OPA) 作为一种激光扫描技术, 具有扫描速度快、精度高、损耗小和易于集成化等优点, 在光通信、无人驾驶、激光雷达和航空航天等领域具有广泛的应用前景。为了抑制旁瓣的产生, 要求工作波长大于 OPA 的阵元间距, 导致远场主瓣附近必然产生栅瓣, 降低 OPA 扫描精度和扫描范围。提出了一种具有栅瓣抑制功能的非等间距 OPA 芯片, 可实现宽视场、高精度的光斑偏转效果。采用遗传算法优化 64 路非等间距 OPA 阵元间距, 得到最低栅瓣的阵元分布, 实现最佳的栅瓣抑制效果。实验结果表明, 在 1500 ~ 1600 nm 波长范围内, 优化后波导最小间距为 2.2 μm , 最大间距为 11.4 μm , 芯片远场光斑可实现 $20^\circ \times 10^\circ$ 的二维扫描角度, 且对旁瓣的抑制作用显著。

关键词: 光学相控阵; 激光雷达; 非等间距; 遗传算法

中图分类号: TN24; V443

文献标志码: A

文章编号: 1674-7135(2022)02-0023-06

Research on non-equal spaced optical phased array chip with grating lobe suppression function

LIU Haipeng¹, GE Jinman², TAN Qinggui², LI Xiaojun², ZHANG Fuling³,
ZENG Heping^{4,5}, FENG Jijun^{1,5}

(1. Shanghai Key Laboratory of Modern Optical System, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China; 2. National Key Laboratory of Science and Technology on Space Microwave, China Academy of Space Technology (Xi'an), Xi'an 710000, China; 3. The 27th Research Institute of China Electronics Technology Group Corporation, Zhengzhou 450047, China; 4. State Key Laboratory of Precision Spectroscopy Science and Technology, East China Normal University, Shanghai 200241, China; 5. Chongqing Institute of East China Normal University, Chongqing 401120, China)

Abstract: As a laser scanning technology, optical phased array (OPA) has the advantages of fast scanning speed, high accuracy, low loss, and easy integration, which has broad application prospects in optical communications, unmanned driving, laser radar, aerospace and other fields. In order to suppress the generation of side lobes, the operating wavelength is required to be greater than the OPA's element spacing, which results in grating lobes inevitably generated near the main lobe of the far field, which reduces the scanning accuracy and scanning range of the OPA. A non-equal spacing OPA chip with grating lobe suppression function is proposed in this paper, which can achieve wide field of view and high-precision

收稿日期: 2021-04-15; 修回日期: 2021-12-06

基金项目: 国家自然科学基金 (编号: 11774235, 61705130, 11933005); 上海市自然科学基金 (编号: 17ZR1443400); 上海市青年科技启明星计划 (编号: 19QA1406100); 上海市高校特聘教授 (东方学者) 跟踪计划 (编号: GZ2020015); 2020 年度 GFKJ 重点实验室基金项目 (编号: 6142411205410)

作者简介: 刘海鹏 (1996 -), 硕士研究生, 主要研究方向为集成光电子器件。E-mail: 193720533@st.usst.edu.cn

通讯作者: 冯吉军 (1984 -), 教授, 博士, 主要研究方向为集成光电子器件。E-mail: fjijun@usst.edu.cn

spot deflection. The genetic algorithm is used to optimize the array element spacing of 64 channels of non-equal spacing OPA to obtain the element distribution of the lowest grating lobe and achieve the best grating lobe suppression effect. The experimental results show that in the wavelength range of 1 500-1 600 nm, the optimized waveguide has a minimum spacing of 2.2 μm and a maximum spacing of 11.4 μm . The far-field spot of the chip can achieve a two-dimensional scanning angle of $20^\circ \times 10^\circ$, and it has a significant inhibitory effect on side lobes.

Key words: optical phased array; laser radar; non-equal spacing; genetic algorithm.

引言

随着无人驾驶、遥感技术和航天事业的发展^[1],激光雷达由于具有长距离和高精度的 3D 成像功能而受到越来越多的关注^[2-4]。低成本、小尺寸的光学相控阵 (optical phased array, OPA)^[5-8] 被称为下一代激光雷达产品,具有扫描速度快、指向精度高、可控性好等优点。同时,半导体工艺的进步,尤其是与互补金属氧化物半导体工艺相兼容的绝缘体上硅技术的发展^[9],为开展大规模的硅光子集成提供了坚实的基础。硅基 OPA 通过控制各个阵列阵元的光信号相位实现光束偏转,相比于传统微波相控阵,其工作波长更小,响应速度更快。然而受限于加工工艺技术,OPA 阵元间隔 d 往往大于工作光波长 λ ,而均匀 OPA 相邻阵元间拥有相同的相位差,在远场干涉相长会出现周期性栅瓣,造成主瓣能量的损失,限制了波束的扫描范围。即使加工工艺能够满足阵元间距小于波长的一半 ($d < \lambda/2$)^[10],相邻波导间也会产生强串扰^[11],降低扫描精度。因此,深入研究具有栅瓣抑制功能的波导阵列对实现 OPA 大范围波束扫描具有重要的意义。

近年来,国内外研究团队对 OPA 栅瓣抑制研究提出了许多方案^[12-15]。巴西坎皮纳斯大学 Pita 等^[16]提出稀疏非均匀 OPA,通过费米曲线分布排列相控阵阵元,有效抑制栅瓣。哥伦比亚大学 Phare 等^[17]提出非等宽度 OPA,超过 72% 的光功率承载在单个波导中。加州大学 Zhang 等^[18]提出一种 5 mm 长的硅光子晶体 OPA,实现了 12 dB 以下的相邻波导串扰。吉林大学宋俊峰教授课题组^[19]设计了 128 通道非周期性 OPA,在 $\pm 82^\circ$ 的范围内实现自由空间光束转向。浙江大学时尧成教授课题组^[20]制备的 8 通道一维硅 OPA 芯片,采用非均匀宽度的硅波导,利用压缩的高阶光栅波瓣实现光束控制效果。上海交通大学周林杰、陈建平教授团队^[21]设计了均匀光强包络的相控阵芯片。中科院半导体所潘教青团队^[22]利用氮化硅/硅双层 OPA 结构,实现

了大范围的二维扫描范围。此外,人工智能算法也参与到 OPA 的栅瓣抑制研究。上海交通大学的周林杰团队^[23]提出一种多智能体遗传算法来抑制 OPA 远场衍射图中的峰值旁瓣比,优化后的 128 通道稀疏阵列的峰值旁瓣比为 16.21 dB。

本文详细介绍一种具有栅瓣抑制功能的非等间距 OPA 芯片,可实现大角度、宽视场光束扫描。使用改进的遗传算法优化 64 通道非等间距 OPA 阵元分布,数值仿真分析其栅瓣抑制效果,再通过实验加以验证。优化结果显示了 64 通道阵元分布,阵元最小间距为 2.2 μm ,最大间距为 11.4 μm 。在 1 500 ~ 1 600 nm 波长范围内,芯片远场光斑可实现 $20^\circ \times 10^\circ$ 的二维扫描范围。未来,这种 OPA 结构在自由空间光通信、无人驾驶和测距等领域具有重要的应用价值。

1 非等间距光学相控阵的设计与仿真

图 1 为非等间距光学相控阵示意图,OPA 由输入端、 1×2 级联分束器、相位调制器和非等间距波导阵列 4 部分组成。激光通过光纤耦合进芯片输入端,再通过分束器均分,使用相位调制器控制每一通道光信号的相位并产生相位差,光在远场不同位置发生干涉形成汇聚光斑。

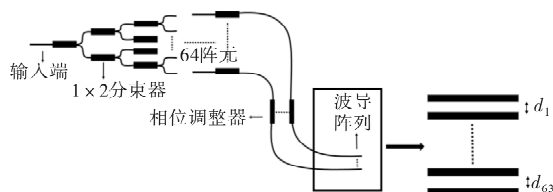


图 1 64 路非等间距硅基 OPA 芯片示意图

Fig. 1 Schematic diagram of 64-channel non-equispaced silicon-based OPA chip

过去的研究多采用高斯分布、二次函数、三角函数分布等简单规律的阵元排列方式,近年来随着计算机性能提高,遗传算法、粒子群算法和种群算法等复杂的非线性算法显示出优势^[24-25],但粒子群

算法和种群算法对非等间距 OPA 优化均存在可能落入局部最优解的缺点。而遗传算法^[26]是通过大量备选解的变换、迭代和变异,在解空间并行动态地进行全局搜索的最优化方法,每次迭代中对所有阵元的位置全局优化,使种群的进化收敛于全局最优解。图 2 为非等间距阵列优化的遗传算法流程图,其中包括阵列分布的初始化、适应性函数评估、选择、交叉、变异、终止条件判定和输出优化后的阵列分布,此外还考虑了波导间距满足最小特征尺寸(200 nm)。

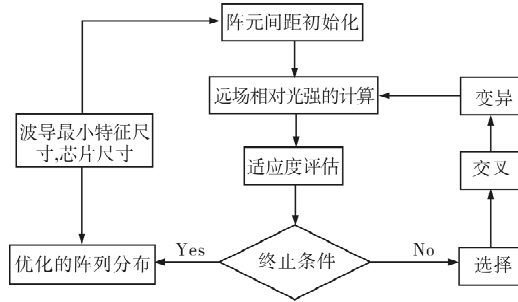


图 2 遗传算法的流程图

Fig. 2 Flow chart of genetic algorithm

使用改进的遗传算法优化一维非等间距 OPA 的阵元分布,包括使用 Matlab 软件的遗传算法与直接搜索工具箱,将波导远场电场强度与波导位置作为优化函数,分析其栅瓣抑制效果,优化函数如下:

$$E_{\text{farfield}} = \sum E_i \exp(ikd_i \sin \varphi) \quad (1)$$

$$I_{\text{farfield}}(\varphi_i) = E_{\text{farfield}}(\varphi) E_{\text{farfield}}^*(\varphi) \quad (2)$$

$$I_{\text{optimization}} = 1 - I_{\text{farfield}}(\varphi) \quad (3)$$

其中 E_{farfield} 是光束远场电场强度, k 是波矢,等于 $2\pi/\lambda$, φ 为衍射角。 d_i 表示第 $i-1$ 个阵元与第 i 个阵元的间距,由于 $d_1, d_2 \dots d_{i-1}$ 各不相同,各阵元衍射光电场在远场栅瓣位置发生相干涉的条件被打破,栅瓣被有效抑制。通过计算 $I_{\text{optimization}}$ 的全局最小值,扫描 d_i 的随机位置,即可实现 φ 角度上光斑的极大输出,其他角度上的栅瓣能量得到抑制。如图 3 所示为一维非等间距 OPA 的阵元分布示意图。

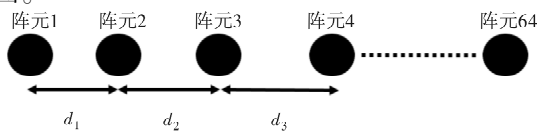


图 3 64 通道非等间距波导示意图

Fig. 3 64-channel unequal-spaced waveguide schematic diagram

进一步,为了实现不同角度的扫描,需要对各通道加载随机相位产生相位差,光束在远场不同位置发生干涉相长和干涉相消,实现光斑 φ 角度的偏转。每一通道加载相位为:

$$\psi_i = kd_i \sin \varphi \quad (4)$$

其中 φ 为定值, d_i 位置根据优化随机分布,因此 ψ_i 为随机相位。遗传算法的目的是搜索最佳阵元分布以实现 OPA 的最佳栅瓣抑制效果。首先,需要适当地设置初始阵元间距参数,考虑到阵列的光学串扰、阵列尺寸和加工工艺,将阵元的最小间距设置为 $2 \mu\text{m}$ 。为了避免出现局部最优解,在每次迭代中对所有阵元的位置进行了粗略优化和精确优化两个阶段。在第一阶段,对搜索区域的边界稍微放宽。因此,这一步会产生一组粗略的结果。所有阵元的初始位置构成一个向量 $D = [D_1, D_2, \dots, D_{64}]$,优化权值为 $x = [x_1, x_2, \dots, x_{64}]$ 。每次迭代后,阵元的位置更新为 $d = (x + D)$ 。向量 d 是所有阵元的优化结果,受搜索区域的限制,而搜索区域取决于 OPA 阵元的数量。对于 64 通道 OPA,将搜索区域设置为 $2 \mu\text{m}$,可以有效地防止算法陷入局部最优解。结合粗略优化的结果,严格限制阵元间的最小间距为 $2 \mu\text{m}$ 。同时,精确优化搜索区域取决于粗略优化结果的最小间距。这些动态优化范围保证了精确优化的结果收敛到全局最优解。优化后的 64 通道非均匀阵元位置分布如图 4 所示:

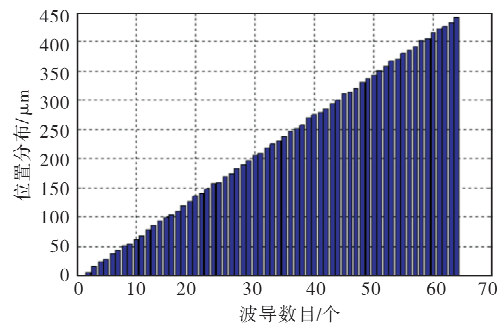


图 4 针对 64 个波导优化的最佳位置分布

Fig. 4 Optimal location distribution optimized for 64 waveguides

结果显示,以首个波导位置为零点,波导位置随波导数量增加呈现不均匀增长的趋势。第 64 通道波导位置距零点最大距离为 $448 \mu\text{m}$,阵元最小间距为 $2.2 \mu\text{m}$,最大间距为 $11.4 \mu\text{m}$,平均间距为 $7 \mu\text{m}$,间距均大于输入波长的一半,这减轻了波导间的串扰问题。

2 芯片的测试与表征

图 5(a) 为芯片的尺寸示意图, 尺寸为 $3\text{ mm} \times 8\text{ mm}$; 图 5(b) 为芯片远场光斑测试的装置图, 主要设备包括: 可调谐激光器 (APEX, 型号: AP3350A 和 AP3352A, 工作波段: $1\ 500 \sim 1\ 600\text{ nm}$), 偏振控制器 (Thorlabs FPC560), 电路控制板, CCD 红外相机 (Xenics, 型号: Bobcat-320; 波段: $0.9 \sim 1.7\ \mu\text{m}$, 像素 320×256 , 像素点大小 $20\ \mu\text{m}$, 曝光时间 10 ms), 变焦镜头 (Olympus ED $12 \sim 45\text{ mm F4.0}$) 和白板。各设备连接无误后对芯片相控光斑进行实验表征。可调谐激光器作为光源, 输出激光经过偏振控制器和光纤耦合进波导, 光束依次经过芯片输入端、一分二分束器至阵列光栅发射到自由空间。使用 CCD 红外相机和镜头观察相控阵芯片出射光斑的远场形貌, 并调节偏振控制器保证出射光斑最亮。使用基于粒子群算法的软件优化光斑: 在视场内标定一块区域, 通过 CCD 反馈的光斑亮度, 随机改变电压值进行热光调制。算法寻优每次迭代中光斑最亮时的电压值, 并作为下一次迭代优化的初始值, 当光斑亮度趋于稳定则优化停止, 此时视场内只存在一处主极大光斑。随后, 针对同波长下视场内最大偏转点进行相位调制以及利用可调谐激光器进行波长调制, 实现 OPA 芯片的二维波束扫描。

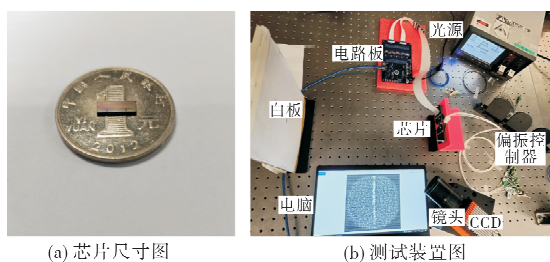


图 5 芯片和测试装置图

Fig. 5 Chip and test device diagram

在 OPA 电场方向图中, 除去零级主极大“主瓣”, 其他次极大称为“旁瓣”。对于均匀间距光学相控阵, 栅瓣的形成是 OPA 远场光电场强度分布的周期性所导致的, 当 OPA 的阵元间距大于工作波长的一半, 光学相控阵远场光电场强度分布将会出现衍射同相相加的最大光强方向, 这些方向为波束主瓣和栅瓣的位置。当激光器输出波长 $\lambda = 1\ 550\text{ nm}$ 时, 图 6(a) 和图 6(b) 为均匀间距 OPA 芯片远场光斑图, 优化前的主瓣附近存在旁瓣, 尽管使用软件优化后, 主瓣两侧仍然存在栅瓣, 这极大影响了光束扫描范围。图 6(c) 和图 6(d) 为非均匀间距 OPA 芯片的远场光斑图, 优化前主瓣附近存在旁瓣, 由

于 OPA 各阵元间距互不相等, 打破栅瓣形成条件, 优化后主视场内只存在一处光斑, 扩大了扫描范围。图 7 展示了通过改变电压进行热光调谐的远场光斑以及波长 ($1\ 500\text{ nm}$ 、 $1\ 550\text{ nm}$ 、 $1\ 600\text{ nm}$) 调谐的远场光斑, 光斑横向和纵向最大扫描角度分别为 20° 和 10° , 且视场内无明显旁瓣。

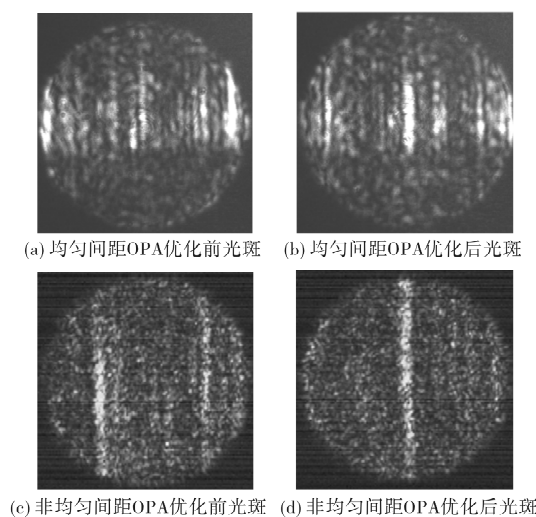


图 6 远场光斑对比图

Fig. 6 Far-field spot comparison chart

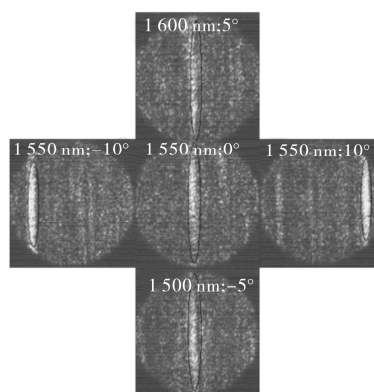


图 7 远场光斑测试图

Fig. 7 Far-field spot test chart

3 芯片性能分析与讨论

对于均匀间距光学相控阵, 当 OPA 阵元间距介于半个工作波长 ($\lambda/2$) 和工作波长 (λ) 之间时, 波束主瓣指向在 0° 方向, 栅瓣可能不会出现在观察区域 ($-90^\circ \sim 90^\circ$); 当波束主瓣指向扫描至大角度时, 栅瓣一定会出现在观察区域。因此, 如果要实现全向或者大角度范围波束扫描, 避免栅瓣的存在, 必须保证光学相控阵的阵元间距小于半个工作波长。然而, 小阵元间距光学相控阵存在相邻波导之间串扰的问题。同时 OPA 阵元间距的缩小会增

宽光束宽度,降低扫描精度,导致扫描精度和扫描范围无法兼顾。本文作为对照实验的均匀间距光学相控阵,软件优化前主视场内存在旁瓣与栅瓣,优化后主瓣两侧仍存在光栅瓣,限制扫描范围。应用非均匀分布的相控阵列,各阵元衍射光电场在远场主瓣位置仍干涉相长,而由于阵元间距不再相等,之前的栅瓣位置变为部分干涉相长和部分干涉相消,栅瓣被有效抑制,降级为旁瓣。本文使用遗传算法模拟优化各阵元间距,得到非均匀间距光学相控阵并实验验证其性能。软件优化前主视场内存在栅瓣降级的旁瓣光,优化后视场内只存在主瓣光,扩大了扫描范围。此外,分别使用相位和波长调谐的方式对光斑在水平和垂直两个方向上的偏转角度进行优化。实验得到芯片在 1 500 ~ 1 600 nm 波长范围内可实现横向 20° 与纵向 10° 的扫描角度且视场内无光栅瓣。但在观察视场内仍然存在大量的背景噪声,影响光斑对比度,这是由于非等间距阵元结构将旁瓣光的能量分散到背景光中,增大了背景噪声。至于优化后远场光斑不是规则的圆点状,而呈现长条状,可能是制造过程中波导光栅刻蚀过深或光栅侧壁粗糙度太大,增大了波导传输损耗,导致 OPA 芯片出射光主要从波导光栅前端出射,光束传播距离过短。此外,在实验测试阶段,将 CCD 曝光时间调低可避免优化区域光强过大,导致 CCD 过饱和;至于 CCD 和镜头应放置在较远处观察光斑,避免优化后光斑陷入局部视场最优解。

后续,通过改进算法滤除背景噪声,提供更好的成像对比度;利用退火工艺以及等离子体辅助加热等方法,平滑波导侧壁,使得波导光栅出射光能够传播更长的距离,远场光斑呈现良好的圆点状。此外,光斑发散角与出光孔径(阵元数目×间距)成反比,扩大阵元数可有效减小发散角。实验过程中,耦合平台震动和芯片温度变化也会影响光斑质量,将半导体制冷片或风扇加在芯片背部可以稳定芯片温度,提高光斑质量。

4 结论

总之,本文提出了一种大视场、高效率和大发射孔径的具有栅瓣抑制功能的非等间距光学相控阵。使用遗传算法优化一维非等间距 OPA 的阵元分布,分析其栅瓣抑制效果。仿真结果显示,阵元最小间距为 2.2 μm ,最大间距为 11.4 μm ,在满足加工精度要求的同时实现高密度波导集成。进一步进行

芯片制备和性能测试,该器件在 1 500 ~ 1 600 nm 波长范围内可实现 20° × 10° 的二维扫描范围,且视场内无明显旁瓣栅瓣。实验中出现的远场光斑呈现长条状、背景噪声大等问题,后期可通过改进加工工艺和优化算法,提高 OPA 芯片的出射光斑质量。此外,进一步将散热装置、芯片、激光器、电路板和探测器等控制元件进行集成,有望应用于无人驾驶和数据通信系统等领域。

参考文献:

- [1] 万小平,杨粉莉,杨军刚. 空间大型可展开高精度天线的应用现状及发展趋势[J]. 空间电子技术,2020,17(6):1-7.
- [2] MILLER S A, CHANG Y C, PHARE C T, et al. Large-scale optical phased array using a low-power multi-pass silicon photonic platform[J]. Optica,2020,7(1):3-6.
- [3] KIM S, WESTLY D A, ROXWORTHY B J, et al. Photonic waveguide to free-space Gaussian beam extreme mode converter[J]. Light: Science & Applications,2018,(6):767-779.
- [4] HECK M J R. Highly integrated optical phased arrays: Photonic integrated circuits for optical beam shaping and beam steering[J]. Nanophotonics,2017,6(1):93-107.
- [5] SUN J, TIMURDOGAN E, YAACOBI A, et al. Large-scale nanophotonic phased array [J]. Nature, 2013, 493(7431):195-199.
- [6] CHUNG S, ABEDIASL H, HASHEMI H. A monolithically integrated large-scale optical phased array in silicon-on-insulator CMOS[J]. IEEE Journal of Solid-State Circuits, 2018,53(1):275-296.
- [7] XIE W Q, KOMLJENOVIC T, HUANG J X, et al. Heterogeneous silicon photonics sensing for autonomous cars [J]. Optics Express,2019,27(3):3642-3663.
- [8] POULTON C V, BYRD M J, RUSSO P, et al. Long-range LiDAR and free-space data communication with high-performance optical phased arrays [J]. IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics,2019,25(5):1-8.
- [9] JALALI B, FATHPOUR S. Silicon photonics [J]. Journal of Lightwave Technology,2006,24(12):4600-4615.
- [10] VISSER H J. Array and Phased Array Antenna Basics [M]. John Wiley & Sons, Ltd,2005.
- [11] KHAVASI A, CHROSTOWSKI L, LU Z Q, et al. Significant crosstalk reduction using all-dielectric CMOS-compatible metamaterials [J]. IEEE Photonics Technology Letters,2016,28(24):2787-2790.
- [12] 刘晓腾,冯吉军,吴昕耀,等. 基于硅基波导的集成光学相控阵芯片(特邀)[J]. 光子学报,2020,49(11):

- 169-176.
- [13] SONG W, GATDULA R, ABBASLOU S, et al. High-density waveguide superlattices with low crosstalk [J]. *Nature Communications*, 2015, 6: 7027.
 - [14] MIA M B, AHMED S Z, AHMED I, et al. Exceptional coupling in photonic anisotropic metamaterials for extremely low waveguide crosstalk [J]. *Optica*, 2020, 7(8): 881-887.
 - [15] FATEMI R, KHACHATURIAN A, HAJIMIRI A. A nonuniform sparse 2-D large-FOV optical phased array with a low-power PWM drive [J]. *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, 2019, 54(5): 1200-1215.
 - [16] PITA J L, ALDAYA I, SANTANA O J S, et al. Side-lobe level reduction in bio-inspired optical phased-array antennas [J]. *Optics Express*, 2017, 25(24): 30105-30114.
 - [17] PHARE C T, SHIN M C, MILLER S A, et al. Silicon optical phased array with high-efficiency beam formation over 180 degree field of view [EB/OL]. [2022-03-02]. <https://arxiv.org/abs/1802.04624>.
 - [18] ZHANG Y, LING Y C, ZHANG K Q, et al. Sub-wavelength-pitch silicon-photonic optical phased array for large field-of-regard coherent optical beam steering [J]. *Optics Express*, 2019, 27(3): 1929-1940.
 - [19] ZHUANG D W, ZHAGN L, HAN X C, et al. Omnidirectional beam steering using aperiodic optical phased array with high error margin [J]. *Optics Express*, 2018, 26(15): 19154-19170.
 - [20] CHEN J Y, SUN Y L, WEI S J, et al. Optical phased array based on silicon waveguides with non-uniform widths [C]//2018 23rd Opto-Electronics and Communications Conference (OECC), 2018: 1-2.
 - [21] XU W H, ZHOU L J, LU L J, et al. Aliasing-free optical phased array beam-steering with a plateau envelope [J]. *Optics Express*, 2019, 27(3): 3354-3368.
 - [22] WANG P F, LUO G Z, XU Y, et al. Design and fabrication of a SiN-Si dual-layer optical phased array chip [J]. *Photonics Research*, 2020, 8(6): 912-919.
 - [23] LIU C X, XU W H, ZHOU L J, et al. Multi-agent genetic algorithm for sparse optical phased array optimization [C]// Asia Communications and Photonics Conference (ACPC), 2019: 1-3.
 - [24] HAMICI Z M, ISMAIL T H. Optimization of thinned arrays using stochastic immunity genetic algorithm [C]//2009 IEEE International Symposium on Signal Processing and Information Technology, 2009: 378-383.
 - [25] KOMLJENOVIC T, HELKEY R, COLDREN L, et al. Sparse aperiodic arrays for optical beam forming and LIDAR [J]. *Optics Express*, 2017, 25(3): 2511-2528.
 - [26] HOLLAND J H. Adaptation in Natural and Artificial Systems [M]. The MIT Press, 1992: 126-137.