Email:ycyk704@163.com TEL:010-68382327 010-68382557

# 基于移动最小二乘法的机载 SAR 成像 运动误差补偿方法\*

薛 濛<sup>1,2</sup>,谭维贤<sup>1,2</sup>,徐 伟<sup>1,2</sup>,张振华<sup>3</sup>,黄平平<sup>1,2</sup>
(1 内蒙古工业大学信息工程学院 呼和浩特 010051
2 内蒙古自治区雷达技术与应用重点实验室 呼和浩特 010051
3 北京遥测技术研究所 北京 100076)

摘要:机载 SAR 平台在飞行过程中产生的运动误差会导致成像质量下降,利用测量数据提取运动误差是机载 SAR 运动补偿的重要手段之一。通过对机载 SAR 运动误差理论的推导,提出一种基于移动最小二乘法的机载 SAR 成像运 动补偿方法,方法借助于惯性导航系统记录的东北天三维速度信息,对其进行处理,进而获得雷达平台的三维空间信 息,再与后向投影算法结合,完成 SAR 成像运动补偿。方法是对最小二乘法进行改进,使其不需要对数据进行分段 估计和平滑,还可以保证估计结果的正确性。实验结果验证方法对运动误差估计的准确性和有效性。

关键词: 机载 SAR; 运动补偿; 移动最小二乘法

中图分类号: TN959.3 文献标识码: A 文章编号: CN11-1780(2021)02-0054-07

# Motion error compensation for airborne SAR imaging based on moving least square method

XUE Meng<sup>1,2</sup>, TAN Weixian<sup>1,2</sup>, XU Wei<sup>1,2</sup>, ZHANG Zhenhua<sup>3</sup>, HUANG Pingping<sup>1,2</sup>

(1. Inner Mongolia University of Technology, Hohhot 010051, China;

2. Inner Mongolia Key Laboratory of Radar Technology and Application, Hohhot 010051, China;

3. Beijing Research Institute of Telemetry, Beijing 100094, China )

Abstract: The motion error generated by airborne SAR platform during flight will cause the image quality to degrade. Extracting the motion error using measurement data is one of the important means of airborne SAR motion compensation. Through the derivation of airborne SAR motion error theory, a method of airborne SAR imaging motion compensation based on moving least square is proposed. This method processes the north, east and up 3D velocity information recorded by the inertial navigation system, and then processes it. The three-dimensional spatial information of the radar platform is obtained, and then combined with the backward projection algorithm to complete the SAR imaging motion compensation. This method is to improve the least square method, so that it does not need to piecewise estimate and smooth the data, and can also ensure the accuracy of the fitted data. Experimental results verify the accuracy and effectiveness of the method for estimating motion errors.

Key words: Airborne SAR; Motion compensation; Moving least square method

## 引 言

载机设备性能以及空中气流等环境因素会影响雷达平台稳定性,雷达将会偏离理想运动轨迹,产生运动误差,进而引入相位误差<sup>[1]</sup>。当载机平台的轨迹偏移误差大于 1/4 个波长时,将引起场景目标的模糊<sup>[2]</sup>。因此,为获得高质量的 SAR 图像必须进行精确的运动补偿。如果可以准确地估测出雷达平台运动轨迹并进行精确的运动补偿,便可以提高成像的质量<sup>[3]</sup>。

<sup>\*</sup>基金项目:国家自然科学基金(61971246,62071258);内蒙古自治区科技计划项目(2019ZD022,2020GG0073);内蒙古自治区财政厅科技创新引导项目(KCBJ2017)

传统机载 SAR 运动误差补偿技术主要包括基于运动测量设备的运动误差补偿和基于回波数据的运动误差补偿<sup>[4]</sup>。利用运动测量设备的实测数据进行运动误差补偿,主要是通过惯性测量单元 IMU(Inertial Measurement Unit)、全球卫星定位系统 GPS(Global Positioning System)等导航系统记录雷达平台的位置和姿态的三维变化数据<sup>[5]</sup>,并将该数据转换为成像算法所需要的运动补偿参数,在成像处理时对运动误差进行补偿。

由于运动测量设备的数据更新率与机载 SAR 系统的脉冲重复周期 PRF (Pulse Repetition Frequency) 不吻合,测量设备的实际采样点和回波信号的等效采样点的三维位置不一致,所以,得到的雷达天线相 位中心 APC (Antenna Phase Center)数据无法直接用于 SAR 运动补偿。因此,需要对测量数据进行估 计和重采样,得到与雷达平台一致的天线相位中心轨迹<sup>[6]</sup>。后向投影 BP (Back Projection)算法是一种 时域处理算法,其成像的过程就是计算各方位时刻雷达平台位置与目标点的双程时延,再找出不同方位 时刻对应的回波信号进行相干累加,最后进行成像<sup>[7]</sup>。由于 BP 算法可以适应任何类型的时间和空间变 化<sup>[8]</sup>,因此,只要精确地获得雷达平台三维空间信息,结合 BP 算法,便可以实现机载 SAR 成像的运动 补偿,提高成像质量。

本文首先推导了机载 SAR 成像运动误差模型;然后,引入移动最小二乘法 MLS (Moving Least Squares),提出基于移动最小二乘法的机载 SAR 成像运动误差补偿处理方法,给出了运动补偿和成像算 法流程;最后,通过仿真验证了该方法的准确性和有效性。

## 1 机载 SAR 成像运动误差模型

如图 1 所示,给出了在正侧视情况下机载 SAR 存在运动误差时的几何关系<sup>[9]</sup>。雷达平台沿 *x* 轴正向 飞行,这里假设 *x* 正向为北向,*y* 正向为东向,*z* 正向为天向,实线和虚曲线分别代表理想轨迹和实际轨 迹。以理想轨迹为参考坐标系,点目标位于 *P*(*x*<sub>0</sub>,*y*<sub>0</sub>,*z*<sub>0</sub>)处。在 *t* 时刻,载机的理想位置位于 *a*,而实际位 于 *b* 处。则由几何关系可以得到单点目标的估计斜距和实际斜距<sup>[10]</sup>分别为

$$\boldsymbol{R}_{est}(t) = \left[\int_{t} \hat{v}_{E} dt - x_{0} \int_{t} \hat{v}_{N} dt - y_{0} \int_{t} \hat{v}_{U} dt - z_{0}\right]^{T} = \int_{t} \hat{v} dt - [x_{0} \quad y_{0} \quad z_{0}]^{T}$$
(1)

$$\boldsymbol{R}_{\text{real}}(t) = \left[\int_{t} v_{\text{E}} dt - x_{0} \int_{t} v_{\text{N}} dt - y_{0} \int_{t} v_{\text{U}} dt - z_{0}\right]^{T} = \int_{t} v dt - [x_{0} \quad y_{0} \quad z_{0}]^{\text{T}}$$
(2)

式(1)中,  $\hat{v}_{E}, \hat{v}_{N}, \hat{v}_{U}$ 分别为东北天估计速度,  $\hat{v}(t) = [\hat{v}_{E}(t), \hat{v}_{N}(t), \hat{v}_{U}(t)]^{T}$ ; 式(2)中 $v_{E}, v_{N}, v_{U}$ 分别为 东北天实际速度,  $v(t) = [v_{E}(t), v_{N}(t), v_{U}(t)]^{T}$ 。

用式(2)减去式(1)可以得到位置误差

$$\boldsymbol{R}_{\Delta} = \boldsymbol{R}_{\text{real}}(t) - \boldsymbol{R}_{\text{est}}(t) \tag{3}$$

由此引起的相位误差为

$$\boldsymbol{\Phi}(t) = 4\pi \boldsymbol{R}_{\Lambda} / \lambda \tag{4}$$

式(4)中, *λ*为波长。结合机载 SAR 成像几何,通过运动 测量设备获得雷达平台实际的三维速度,便可以用式(4) 估算出相位误差矢量,完成运动误差补偿。

对运动测量设备获得的三维速度数据进行移动最小二 乘法处理,可以获得与雷达实际位置一致的三维位置矢量 和相位误差矢量。

## 2 移动最小二乘法

#### 2.1 移动最小二乘法基本理论

移动最小二乘法是基于传统最小二乘法发展起来的, 该方法具有很好的数学理论支持。因为最小二乘法本身具 有较高的精度<sup>[11]</sup>,所以移动最小二乘法的精度也很高<sup>[12]</sup>。



motion error

移动最小二乘法需要建立估计速度函数。在估计区域的一个局部子域上,设估计速度函数<sup>[12]</sup> $\hat{v}(t)$ 表示为

$$\hat{\boldsymbol{v}}(t) = \left[\sum_{i=1}^{m} a_{\mathrm{E}_{i}}(t)p_{i}(t) \quad \sum_{i=1}^{m} a_{\mathrm{N}_{i}}(t)p_{i}(t) \quad \sum_{i=1}^{m} a_{\mathrm{U}_{i}}(t)p_{i}(t)\right]^{\mathrm{T}} \\ = \left[\boldsymbol{p}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{a}_{\mathrm{E}}(t) \quad \boldsymbol{p}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{a}_{\mathrm{N}}(t) \quad \boldsymbol{p}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{a}_{\mathrm{U}}(t)\right]^{\mathrm{T}} = \boldsymbol{p}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{a}(t) \qquad (5)$$

式中,  $a_{E}(t) = [a_{E_{1}}(t) \ a_{E_{2}}(t) \cdots \ a_{E_{m}}(t)]^{T}$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$ , 表示东向待求系数, 为时间 t 的函数,  $a_{N}(t)$ 和  $a_{U}(t)$  同理可得;  $p(t) = [p_{1}(t) \ p_{2}(t) \cdots \ p_{m}(t)]^{T}$ 称为基函数, 是一个 k 阶完备多项式, m 是基函数的项数。

从考虑最小二乘原理出发,需要使下式加权离散 L2 范式最小

$$\boldsymbol{J} = \sum_{I=1}^{n} w(t-t_{I}) [\hat{\boldsymbol{v}}(t) - \hat{\boldsymbol{v}}(t_{I})]^{2} = \sum_{I=1}^{n} w(t-t_{I}) [\boldsymbol{p}^{\mathrm{T}}(t_{I})\boldsymbol{\alpha}(t) - \hat{\boldsymbol{v}}(t_{I})]^{2}$$
(6)

式中, *n* 是影响区域内节点的数目,  $\hat{v}(t_1)$  是 *t=t*<sub>1</sub>处的节点值矢量, *w*(*t-t*<sub>1</sub>)是节点 *t=t*<sub>1</sub>的权函数。为确定系数向量 *a*(*t*), 式(6)应该取极小值。式(6)对 *a* 求导并等于零可得系数矢量

$$\boldsymbol{a}(t) = \boldsymbol{A}^{-1}(t)\boldsymbol{B}(t)\hat{\boldsymbol{v}} \tag{7}$$

$$\boldsymbol{A}(t) = \sum_{I=1}^{n} w(t-t_I) \boldsymbol{p}(t_I) \boldsymbol{p}^{\mathrm{T}}(t_I)$$
(8)

$$\boldsymbol{B}(t) = \begin{bmatrix} w(t-t_1)p(t_1) & w(t-t_2)p(t_2) & \cdots & w(t-t_n)p(t_n) \end{bmatrix}$$
(9)

$$\hat{\boldsymbol{\nu}} = \begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{\nu}}_1 & \hat{\boldsymbol{\nu}}_2 & \cdots & \hat{\boldsymbol{\nu}}_n \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
(10)

将式(7)代入式(5),就可以得到移动最小二乘法估计函数:

$$\hat{\boldsymbol{v}}(t) = \boldsymbol{p}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{A}^{-1}(t)\boldsymbol{B}(t)\hat{\boldsymbol{v}}$$
(11)

前面提到的权函数 w(t-t<sub>l</sub>)具有紧支集特性,在 MLS 算法中占据重要地位。一般情况下选择圆形作为权函数的支持域,如 图 2 所示,其半径记为 S<sub>max</sub>。由于紧支性的存在,只有这些包含在子域区域内的数据点 t 的取值有影响<sup>[13]</sup>。

为了保证估计函数的连续性,权函数也应当保持平滑性。 同时,权函数应当是非负的,并且随 $||t-t_I||_2$ 单调递减。三次 样条权函数具有公式简单、运算速度快、稳定性好等优点,同 时在节点处导数连续,使得估计后函数具有平滑性<sup>[14]</sup>,所以这 里使用的权函数为三次样条权函数。记 $s = t - t_I$ ,  $\overline{s} = s/s_{max}$ ,则权函数为





Fig. 2 Support region of weight function

$$w(\overline{s}) = \begin{cases} \frac{2}{3} - 4\overline{s}^2 + 4\overline{s}^3 & (\overline{s} \leq \frac{1}{2}) \\ \frac{4}{3} - 4\overline{s} + 4\overline{s}^2 - \frac{4}{3}\overline{s}^3 & (\frac{1}{2} < \overline{s} \leq 1) \\ 0 & (\overline{s} > 1) \end{cases}$$
(12)

至此,便完成了速度矢量的移动最小二乘估计,得到估计结果 ŷ(t),它包含了机载 SAR 平台三维空间 速度信息,从速度信息中可处理得到天线的三维空间位置信息。此时,该位置信息已与回波的采样位置 对齐,因此,可以直接与 BP 算法相结合<sup>[15,16]</sup>,得到去除运动误差后的高质量成像图。

# 2.2 基于移动最小二乘法机载 SAR 成像流程

基于 MLS 算法进行速度估计的基本思路是先将估计区域网格化,然后利用公式(11)求出网格点上节点值,最后连接各网格节点形成速度估计曲线。图 3 给出利用 MLS 算法进行速度估计并且进行成像的程序设计流程。



图 3 基于 MLS 算法的机载 SAR 成像流程图 Fig. 3 Flow chart of airborne SAR imaging

## 3 实验结果与分析

为了验证移动最小二乘法对运动误差估计的有效性,下面根据表1中的参数进行点目标仿真实验,点目标分布图如图4所示, 其中红色框选取出了后续用于分析的点目标。载机沿北向飞行, 获得雷达平台的东、北、天三个方向的速度数据,对该数据进行 移动最小二乘法估计,结果如图5所示。

从图 5 的 (a)、(c)、(e) 三幅图可以看出,移动最小二乘 法处理三维空间速度数据效果很好,基本与估计前曲线的形状一 致,结果吻合。从局部放大图 (b)、(d)、(f)可以看出,估计后 曲线的数据比估计前更平滑。







Fig. 4 Di

图 4 点日标分 <sup>4</sup> 图 Distribution map of point target



Fig. 5 The estimated speeds of airborne SAR in the east, north and up directions

为了验证估计结果对提高成像质量的有效性,同时做了五个点目标的成像仿真。从图 6 可以得到, 当雷达平台以图 5 中的速度飞行时,由于运动误差的存在,导致点目标沿方位向严重散焦,甚至在点目 标周围出现了虚假目标,同时五个点目标位置都发生了偏移,与图 4 点目标分布图进行对比可知,点目 标位置沿方位向偏移了 19m。





图 7 为位于(4 999 m,0 m)处的点目标的剖面图,可以看出虽然点目标距离向没有发生散焦,但是方位 向却严重散焦,主瓣分裂,旁瓣升高。



如图 8 所示,是利用经过移动最小二乘法处理后的三维速度数据,得到雷达平台的位置信息,实现 运动补偿后成像结果,从图中可以看出 5 个点目标均可以清晰成像,且聚焦效果很好。图 9 为(4 999 m,0 m) 处点目标剖面图,可以看出,主瓣没有出现散焦。



表 2 给出了(4 999 m, 0 m)处点目标的峰值旁瓣比 PSLR、积分旁瓣比 ISLR 和分辨率。从表格中可以 看出,运动补偿前点目标的方位向 PSLR 和 ISLR 都很大,分辨率也大于理论分辨率,而经过运动补偿后, 点目标的方位向 PSLR 和 ISLR 都已减小并且分辨率和理论分辨率相近。上述仿真说明经过 MLS 算法进 行运动补偿后,点目标可以实现聚焦,进一步说明了 MLS 算法在机载 SAR 成像运动补偿中的有效性。

#### 4 结束语

本文首次将移动最小二乘法引入机载 SAR 成像的运动补偿中,还将 MLS 算法和 BP 算法相结合,实现了点目标的运动补偿仿 真实验,从仿真结果分析验证了该方法的准 确性和有效性,说明 MLS 算法可以满足基于 运动测量设备的运动误差补偿。

## 表2 点目标的峰值旁瓣比、积分旁瓣比和分辨率

Table 2PSLR, ISLR and resolution				
指标	距离向	方位向	距离向	方位向
	(补偿前)	(补偿前)	(补偿后)	(补偿后)
峰值旁瓣比/dB	-10.38	-4.93	-13.10	-13.18
积分旁瓣比/dB	-9.27	-1.19	-9.93	-10.04
分辨率/m	0.51	0.32	0.51	0.23

#### 参考文献

- [1] 保铮, 邢孟道, 王彤. 雷达成像技术[M]. 北京: 电子工业出版社, 2005.
- [2] 郭鹏, 王岩飞. 基于正则总体最小二乘的 SAR 系统运动误差估计方法[J]. 电子测量技术, 2016, 39(10): 87–94. GUO Peng, WANG Yanfei. Motion error estimation for SAR systems based on regularized total least square[J]. Electronic Measurement Technology, 2016, 39(10): 87–94.
- [3] 景国彬. 机载/星载超高分辨率 SAR 成像技术研究[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2018. JING GuoBin. Study on very-high-resolution of airborne/spaceborne SAR imaging.[D]. Xi'an: Xidian University, 2018.
- [4] 韩锐, 薛敦伟, 李凉海. 基于 GPS/IMU 组合导航的机载 SAR 运动补偿方案的误差分析及仿真验证[J]. 遥测遥控, 2009, 30(3): 41-46.

HAN Rui, XUE Dunwei, LI Lianghai. Analysis and simulation of motion compensation system for SAR based on GPS/IMU integrated navigation[J]. Journal of Telemetry, Tracking and Command, 2009, 30(3): 41–46.

- [5] FORMARO G, FRANCESCHETTI G, PERNA S. Motion compensation errors: effects on the accuracy of airbone SAR images[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2005, 41(4): 1338–1352.
- [6] 刘斌. 机载 SAR BP 算法成像的运动补偿及 GPU 并行化实现研究[D]. 成都: 电子科技大学, 2010. LIU Bin. Research on motion compensation and GPU parallel implementation of BP algorithm imaging for airborne SAR[D]. Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China, 2010.
- [7] 潘舟浩. 机载毫米波三基线 InSAR 数据处理技术研究[D]. 北京:中国科学院电子学研究所, 2014. PAN Zhouhao. Research on data processing techniques for airborne millimeter-wave InSAR with three-baseline[D]. Beijng: Institute of Electronics, Chinese Academy of Sciences, 2014.
- [8] LI D, MARC R C, MOREIR L, et al. Reverse back projection algorithm for the accurate generation of SAR raw data of natural scenes[J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2017, 14(11): 2072–2076.
- [9] XING Mengdao, JIANG Xiuwei, WU Renbiao, et al. Motion compensation for UAV SAR based on raw radar data[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2009, 47(8): 2870–2883.
- [10] YI T Z, HE Z H, HE F, et al. A compensation method for airborne SAR with varying accelerated motion error[J]. Remote Sensing, 2018, 10(7).
- [11] YANG Mingdong, ZHU Daiyin, XU Fan. Omega-K algorithm based on series reversion and least square for high-resolution spaceborne SAR[C]//IGARSS 2018 - 2018 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium. IEEE, 2018.
- [12] 程玉民. 移动最小二乘法研究进展与述评[J]. 计算机辅助工程, 2009, 18(2): 5-11,20.
   CHENG Yumin. Advances and review on moving least-square methods[J]. Computer Aided Engineering, 2009, 18(2): 5-11,20.
- [13] LANCASTER P, SALKAUSKAS K. Surfaces generated by moving least squares methods[J]. Mathematics of Computation, 1981, 37(155): 141–158.
- [14] 高晓,杨志强,库新勃,等.基于三次样条插值实现无人机高动态运动轨迹插值[J]. 全球定位系统, 2020, 45(1): 37-42. GAO Xiao, YANG Zhiqing, KU Xinbo, et al. 3D-coordinate interpolation for UAV high dynamic positioning based on cubic spline interpolation[J]. GNSS World of China, 2020, 45(1): 37-42.
- [15] ASH J N. An autofocus method for back projection imagery in synthetic aperture radar[J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2012, 9(1): 104–108.
- [16] 孙笑笑. 机载 SAR 反投影成像及运动补偿研究[D]. 南京: 南京邮电大学, 2019. SUN Xiaoxiao. Research on airborne SAR back projection imaging and motion compensation[D]. Nanjing: Nanjing University of Posts and Telecommunications, 2019.
- [作者简介]
  - 薛 濛 1994年生,在读硕士研究生,主要研究方向为机载合成孔径雷达成像。
  - 谭维贤 通信作者, 1981年生, 博士, 教授, 主要研究方向为雷达系统和雷达信号处理。 Email: wxtan@imut.edu.cn
  - 徐 伟 1983年生,博士,教授,主要研究方向为雷达系统和雷达信号处理。
  - 张振华 1977年生,博士,研究员,主要研究方向为雷达信号处理与系统设计。
  - 黄平平 1978年生,博士,教授,主要研究方向为雷达系统和雷达信号处理。