文章编号:1674-8190(2021)06-068-05

应用惯性释放方法的静气动弹性发散分析

章飞1,程芳2

(1.中航西飞民用飞机有限责任公司工程技术中心,西安710089)(2.航空工业第一飞机设计研究院强度设计研究所,西安710089)

摘 要: 翼面发散作为静气动弹性的重点分析对象,传统的分析方法通常将翼面根部固支约束,不考虑刚体模态的影响。根据咨询通告AC 25.629-1B的要求,刚体模态或短周期模态也可能会造成发散。因此,在民用飞机静气动弹性分析及适航符合性验证中,要计及刚体模态对发散的影响。通过对惯性释放方法的研究,在发散分析中计及刚体模态,给出考虑刚体模态的模态法发散分析方法;以某型民用飞机为例,应用本文方法分别计算空机状态、不同燃油和商载的静气动弹性发散结果,并和不考虑刚体模态的模态法、考虑/不考虑刚体模态的 颤振法的发散计算结果进行对比分析。结果表明:考虑刚体模态后的发散速度有所提高,临界发散模态不变,发散速度随燃油和商载的增加而降低。

关键词:静气动弹性;刚体模态;发散分析;模态法;惯性释放 中图分类号:V211.47 DOI: 10.16615/j. cnki.1674-8190.2021.06.07

文献标识码: A 开放科学(资源服务)标识码(OSID):

Aeroelastic Divergence Analysis by Introducing Inertia Relief Method

ZHANG Fei¹, CHENG Fang²

(1. Engineering Technology Center, AVIC XAC Commercial Aircraft Co., Ltd., Xi'an 710089, China)
 (2. Department of Strength Design, AVIC The First Aircraft Institute, Xi'an 710089, China)

Abstract: Lifting surface divergence plays an important role in static aero–elasticity analysis. Traditional static aero–elasticity analysis of airplane lifting surface makes the root part fixed without considering the influence of rigid mode. According to AC 25.629–1B, divergence may occur for a structural mode or the short period mode. Inertia relief method is studied and used to take rigid mode into account in divergence analysis. The method is used to compute the divergence results of empty airplane and different payload and fuel for certain airplane. Results are compared with that calculated by flutter method and mode method. Comparison shows divergence results with rigid mode are larger and divergence speed decreases with the increase of payload and fuel, while critical divergence modes keep the same.

Key words: static aeroelasticity; rigid mode; divergence analysis; mode method; inertia relief

收稿日期: 2020-11-23; 修回日期: 2021-04-29

通信作者: 章飞, zhangfeijt@126.com

引用格式: 章飞,程芳.应用惯性释放方法的静气动弹性发散分析[J]. 航空工程进展, 2021, 12(6): 68-72. ZHANG Fei, CHENG Fang. Aeroelastic divergence analysis by introducing inertia relief method[J]. Advances in Aeronautical Science and Engineering, 2021, 12(6): 68-72. (in Chinese)

69

0 引 言

发散属于静气动弹性^[1-3]稳定性问题,它是由 结构弹性力与定常气动力之间的相互耦合产生 的[4-5],在飞行器设计中应该避免这种现象。杜子 亮等[6]对静气弹分析常用的柔度法[7]和模态法[8-9] 进行了介绍,并提出模态影响系数的概念来评估 模态的选取对气动弹性分析的影响;万志强等^[10] 对常用的发散分析方法进行了介绍,从理论上证 明了柔度法、模态法和颤振法三种方法的一致性, 并和模型风洞试验结果进行了对比。但是传统的 机翼静气弹问题通常只考虑机翼的刚度,并不涉 及机翼、机身、尾翼的质量和惯量特性,约束时通 常将机翼根部固支。然而,实际上飞机在自由飞 行时并不能全都处理成这种约束方式。由于飞机 存在刚体模态,气动力的扰动不仅会引起弹性力 的变化,同时还会导致出现附加惯性力。因此,机 翼根部固支的约束方式只有在机身的质量和绕各 轴的惯量远大于机翼时是适用的。有些飞机的机 翼(含短舱、发动机)质量并不比其他部件的质量 总和小很多[11],因此,发散分析需要考虑惯性力的 影响。

根据咨询通告AC 25.629-1B^[12]第7.1.2.3节 的要求,升力面发散分析需要考虑刚体模态自由 度的影响,因为刚体模态或短周期模态也可能会 造成发散。但是自由飞行的飞机是无约束的,无 法直接求解结构静力或动力问题,需要利用结构 的惯性力来平衡外力,消除方程的奇异性,从而求 解结构方程。这种方法称之为惯性释放。

本文通过对惯性释放方法的研究,给出考虑 刚体模态的模态法发散分析方法,以某型飞机为 例,计算考虑刚体模态的气动弹性发散结果,与常 用的静气动弹性发散结果进行对比,并分析不同 燃油、商载情况对发散计算结果的影响。

1 应用惯性释放的发散分析方法

1.1 惯性释放分析方法

参考文献[13-17]的惯性释放方法,不考虑结构阻尼,飞机结构动力学方程为

$$m\ddot{x} + kx = f \tag{1}$$

式中:m、k、x、f分别为质量矩阵、刚度矩阵、节点位移向量和外载荷向量。

对方程(1)进行正则模态分析,得到模态坐标 下的结构动力学方程:

$$M\ddot{u} + Ku = F \tag{2}$$

式中:M、K、u、F分别为广义质量矩阵、广义刚度 矩阵、广义位移向量和广义外载荷向量。 其中,

式中:**Φ**为模态振型矩阵,表征振动形态。

自由一自由的飞机模态由刚体运动模态和弹 性模态组成,其广义位移分别用*u*,和*u*,来表示,则 方程(2)可表达成以下形式:

$$\begin{bmatrix} M_r \\ M_e \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{u}_r \\ \ddot{u}_e \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ K_e \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_r \\ u_e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_r \\ F_e \end{pmatrix} \quad (4)$$

其中,

$$\begin{cases} M_{r} = \boldsymbol{\Phi}_{r}^{T} \boldsymbol{m} \boldsymbol{\Phi}_{r} = \boldsymbol{I}_{r} \\ M_{e} = \boldsymbol{\Phi}_{e}^{T} \boldsymbol{m} \boldsymbol{\Phi}_{e} = \boldsymbol{I}_{e} \\ K_{e} = \boldsymbol{\Phi}_{e}^{T} \boldsymbol{k} \boldsymbol{\Phi}_{e} \\ F_{r} = \boldsymbol{\Phi}_{r}^{T} \boldsymbol{f} \\ F_{e} = \boldsymbol{\Phi}_{e}^{T} \boldsymbol{f} \end{cases}$$
(5)

那么刚体模态坐标下的广义加速度矢量 \ddot{u}_r 为 $\ddot{u}_r = M_r^{-1}F_r = \Phi_r^T f$ (6) 附加惯性力 f_{ine} 为

$$f_{\rm ine} = m \boldsymbol{\Phi}_r \ddot{\boldsymbol{u}}_r \tag{7}$$

惯性释放就是用惯性力*f*_{ine}对外载荷进行 修正:

$$f' = f - f_{\text{ine}} = Lf \tag{8}$$

其中,

$$L = I - m \boldsymbol{\Phi}_{r} \boldsymbol{\Phi}_{r}^{\mathrm{T}}$$
(9)
将式(9)代人方程(1),得:

$$kx = Lf \tag{10}$$

(13)

方程两端同时左乘矩阵 $\boldsymbol{\Phi}_{e^{\mathrm{T}}}$,得:

$$\boldsymbol{\Phi}_{e}^{\mathrm{T}}k(\boldsymbol{\Phi}_{r}\boldsymbol{u}_{r}+\boldsymbol{\Phi}_{e}\boldsymbol{u}_{e})=\boldsymbol{\Phi}_{e}^{\mathrm{T}}(I-\boldsymbol{m}\boldsymbol{\Phi}_{r}\boldsymbol{\Phi}_{r}^{\mathrm{T}})f$$
(11)

根据模态正交性,有:

$$\boldsymbol{\Phi}_{e}{}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{k}\boldsymbol{\Phi}_{r}=\boldsymbol{\Phi}_{e}{}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{m}\boldsymbol{\Phi}_{r}=\boldsymbol{0} \qquad (12)$$

代人式(11)可将该式简化为 $K_e u_e = F_e$

1.2 发散速压计算方法

考虑了惯性释放的静气动弹性方程为

式中:q为来流速压;A_{jj}为零频下弹性模态广义气动力系数矩阵。

在发散速压q_D处,方程(14)奇异,应满足:

$$\left| \boldsymbol{K}_{e} - \boldsymbol{q}_{D} \boldsymbol{A}_{jj} \right| = 0 \tag{15}$$

方程(15)可最终转化为如下特征值问题:

$$\left(\frac{1}{q_D}\boldsymbol{I} - \boldsymbol{K}_e^{-1}\boldsymbol{A}_{jj}\right)\boldsymbol{u}_0 = 0 \qquad (16)$$

因此,求出矩阵 $K_e^{-1}A_{jj}$ 的最小正实特征值,其 倒数即为发散速压 q_D ,进而得到发散速度 v_D 。

2 算例与分析

2.1 模型

以某型民用飞机为例,对于能够准确计算剖 面刚心和刚度的部件,如机身、机翼、垂尾、平尾 等,直接建立单梁模型;而对于翼身连接区等难以 准确计算刚度的区域,采用减缩刚度矩阵的形式 来模拟其刚度特性。发散计算的非定常气动力采 用亚声速偶极子格网法模拟,全机气动模型如图1 所示,机翼、平尾、垂尾都简化为升力面,机身和发 动机简化为细长体和干扰体。



Fig. 1 Aerodynamic model of the entire aircraft

采用软件 MD Nastran 2010.1进行振动和气动力计算并提取相关质量、刚度和气动力系数矩阵。计算时取海平面空气密度为1.225 kg/m³。

零高度时,根据气动弹性稳定性边界确定的 发散临界速度(v_D)要求为

 $\begin{cases} v_D \ge f_s \times V_D \\ f_s \times V_D = 1.15 \times 570/3.6 = 182.08 \text{ m/s} \end{cases}$ 即, $v_D \ge 182.08 \text{ m/s}$,其中, $f_s = 1.15$, 为条款要求的 速度安全系数。

2.2 空机状态发散分析

采用软件 MD Nastran 2010.1进行模态分析, 取前 64 阶自由一自由的弹性模态,主要模态及频 率参数如表1所示。

表1 主要模态参数 Table 1 Parameters of main modes

阶数	模态振型	频率/Hz
1	机翼对一弯	3.26
2	机翼反一弯	5.26
3	发动机反对称俯仰	3.85
4	发动机对称俯仰	3.89
5	发动机反对称偏航	7.16
6	发动机对称偏航	7.28
7	机翼反二弯	9.94
8	机翼对二弯	10.22

对使用空机状态,分别按照考虑刚体模态的 模态法(即第1节的应用惯性释放的发散分析方 法,后文中的考虑刚体模态的模态法发散分析皆 指此方法)和不带刚体模态的模态法计算发散速 度。最低的发散速度为453.8 m/s,为机翼对称一 弯发散(根据特征向量确定)。分别进行考虑/不 考虑刚体模态的颤振分析,其*V-g-F*曲线如图2 所示,图中给出最低两支频率掉零的模态,分别为 机翼对一弯和发动机对俯仰,*V-g*曲线穿越*g*=0 线的速度即为发散速度^[18-19]。可以看出:最低发散 速度为453.9 m/s,与模态法结果基本一致。发散 模态同样为机翼对称一弯发散,计算结果如表2 所示。







表 2 空机状态全机发散速度计算结果 Table 2 Calculation results of divergence speed in empty aircraft

^ * *						
阶数						
	模态法		颤振法		发散模态	
	不考虑 刚体模态	考虑刚 体模态	不考虑 刚体模态	考虑刚 体模态		
1	453.8	459.7	453.9	459.9	机翼对称一弯	
2	515.9	518.4	530.1	531.9	发动机对称俯仰	

2.3 变燃油质量发散分析

在商载为0的情况下分别采用模态法和颤振 法进行燃油质量对全机的发散特性影响分析,选 取的燃油质量为900、1950、3070及5000kg。计 算结果如表3所示,可以看出:临界发散速度随机 翼燃油质量的增大略有减小。

表 3	燃油质量对发散速度影响分析结果
Table 3	Influence of fuel weight on divergence speed

燃油质 量/kg	模态法		颤振法		临界发
	不考虑 刚体模态	考虑刚 体模态	不考虑 刚体模态	考虑刚 体模态	散模态
0	453.8	459.7	453.9	459.9	
900	452.8	458.6	452.8	458.7	机翼对 称一弯
$1\ 950$	451.0	456.8	451.0	456.9	
3 070	448.9	454.5	448.9	454.7	
5 000	443.8	449.6	443.8	449.8	

2.4 变商载质量发散分析

在燃油质量为0的情况下采用模态法和颤振 法进行商载质量对全机的发散特性影响分析,选 取4种典型商载质量进行变参数分析。计算结果 如表4所示,可以看出:临界发散速度随商载质量 的增大略微降低。

表4	商载质量对发散速度影响分析结果
Table 4	Influence of payload on divergence speed

商载质 量/kg	模态法		颤振法		临界发
	不考虑 刚体模态	考虑刚 体模态	不考虑 刚体模态	考虑刚 体模态	散模态
0	453.8	459.7	453.9	459.8	
900	451.0	456.8	451.0	456.9	机翼对 称一弯
1 950	449.8	455.3	449.9	455.7	
3 070	448.7	454.5	448.8	454.6	
5 000	446.3	452.0	446.2	452.1	

2.5 结果分析

在相同的燃油或者商载质量下,考虑刚体模态后的发散速度高于不考虑刚体模态的发散速度;增加燃油质量后发散速度有所减小,增加商载后发散速度小幅降低;临界发散模态为机翼对称一弯发散,且不随燃油或商载的变化而变化。

3 结 论

(1)考虑刚体模态后的发散速度有所提高,但 临界发散模态不变,仍为机翼对称一弯发散。

(2)发散速度随燃油质量的增加略有减小,随 商载质量的增加小幅降低。

(3)本文通过惯性释放方法求解发散速度只考虑了刚体模态惯性的影响,未考虑弹性模态和 刚体模态之间的气动耦合影响,这将在未来进一步展开研究。

参考文献

[1] 陈桂彬, 邹丛青, 杨超. 气动弹性设计基础[M]. 北京:北 京航空航天大学出版社, 2004.

CHEN Guibin, ZOU Congqing, YANG Chao. Fundamentals of aeroelasticity [M]. Beijing: Beihang University Press, 2004. (in Chinese) [2] 赵永辉. 气动弹性力学与控制[M]. 北京: 科学出版社, 2007.

ZHAO Yonghui. Aeroelastic mechanics and control [M]. Beijing: Science Press, 2007. (in Chinese)

- [3] HODGES D H, PIERCE G A. Introduction to structural dynamics and aeroelasticity [M]. Cambridge: The Press Syndicate of the University of Cambridge, 2002: 80–150.
- [4] 陈大伟,杨国伟.静气动弹性计算方法研究[J]. 力学学报,2009,41(4):469-479.
 CHEN Dawei, YANG Guowei. Static aeroelastic analysis of a flying-wing using different models[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2009, 41(4):469-479. (in Chinese)
- [5] 严德,杨超,万志强.应用气动力修正技术的静气动弹性 发散计算[J].北京航空航天大学学报,2007,33(10): 1146-1149.

YAN De, YANG Chao, WAN Zhiqiang. Static aeroelastic divergence analysis by introducing correction techniques of aerodynamic data[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2007, 33(10): 1146-1149. (in Chinese)

- [6] 杜子亮,万志强,杨超.模态选取对静气动弹性分析的影响[J].航空学报,2015,36(4):1128-1134.
 DU Ziliang, WAN Zhiqiang, YANG Chao. Effect of modal selection on static aeroelastic analysis[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2015, 36(4): 1128-1134. (in Chinese)
- [7] 管德. 气动弹性力学手册[M]. 北京: 航空工业出版社, 1994.

GUAN De. Aircraft aeroelastic mechanics manual[M]. Beijing: Aviation Industry Press, 1994. (in Chinese)

- [8] 万志强,唐长红,邹丛青.柔性复合材料前掠翼飞机静气 动弹性分析[J].复合材料学报,2002,19(5):118-124.
 WAN Zhiqiang, TANG Changhong, ZOU Congqing. Static aeroelastic characteristics analysis of a flexible forwardswept composite aircraft[J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2002, 19(5): 118-124. (in Chinese)
- [9] 杨超, 吴志刚, 万志强, 等. 飞行器气动弹性原理[M]. 北京:北京航空航天大学出版社, 2011.
 YANG Chao, WU Zhigang, WAN Zhiqiang, et al. Principle of aircraft aeroelasticity[M]. Beijing: Beihang University Press, 2011. (in Chinese)
- [10] 万志强,唐长红,杨超.三种静气动弹性发散方法的一致 性分析和验证[J]. 航空学报,2002,23(4):342-345.
 WAN Zhiqiang, TANG Changhong, YANG Chao. Consistence analysis and validation of three methods for static aeroelastic divergence[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2002, 23(4): 342-345. (in Chinese)

- [11] 霍应元, 蒲利东, 赵冬强, 等. 大型飞机气动弹性设计关键 技术[J]. 航空科学技术, 2017(5): 11-17.
 HUO Yingyuan, PU Lidong, ZHAO Dongqiang, et al. The key aeroelastic technologies of large aircraft[J]. Aeronautical Science & Technology, 2017(5): 11-17. (in Chinese)
- [12] FAA. Aeroelastic stability substantiation of transport category airplane: AC 25. 629-1B[S]. USA: FAA, 2014.
- [13] 陈召涛,孙秦.惯性释放在飞行器静气动弹性仿真中的应用[J].飞行力学,2008(5):71-74.
 CHEN Zhaotao, SUN Qin. Applications of inertia relief method in aircraft static aeroelasticity[J]. Flight Dynamics, 2008(5):71-74.(in Chinese)
- [14] 惠兴力,杨荣.基于MSC Nastran的全机平衡计算[J].计算机辅助工程,2013,22(增刊1):198-201.
 HUI Xingli, YANG Rong. Whole aircraft balance calculation based on MSC Nastran[J]. Computer Aided Engineering, 2013, 22(s1):198-201. (in Chinese)
- [15] 阎琨,程耿东.惯性释放方法在结构耐撞性拓扑优化中的应用和改进[J]. 计算力学学报,2015,32(3):293-338.
 YAN Kun, CHENG Gengdong. Application of the inertia relief method and improved inertia relief method in crashworthiness topology optimization problem [J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2015, 32(3): 293-338. (in Chinese)
- [16] LIN L. A study of inertia relief analysis [C] // 52nd AIAA Structures, Structural Dynamics and Materials Conference. USA: AIAA, 2011: 1175-1184.
- [17] PAGALDIPTI N, SHYY Y. Influence of inertia relief on optimal designs[C] // 10th AIAA/ISSMO Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference. USA: AIAA/ISS-MO, 2004: 616-621.
- [18] PITT D M. A complex velocity solution of the flutter equations: AIAA-2000-25719[R]. USA: AIAA, 2000.

[19] 庞志一.用NASTRAN程序计算翼面的发散速压[J].战 术导弹技术,2001(3):29-33.
PANG Zhiyi. Calculation of divergent velocity pressure of wing surface by using nastran software[J]. Tactical Missile Technology, 2001(3):29-33.(in Chinese)

作者简介:

章 飞(1986-),男,硕士,工程师。主要研究方向:载荷、气 弹及民机适航验证技术。

程 芳(1979-),女,硕士,高级工程师。主要研究方向:飞机 气动弹性。

(编辑:马文静)