doi:10. 19306/j. cnki. 2095-8110. 2018. 02. 017

正六面体工装误差对光纤惯组加速度计 零偏标定精度影响分析

姚 勤1,胡梦纯2,3,何子辉2

(1. 海军驻上海地区航天系统军事代表室,上海 201109; 2. 上海航天控制技术研究所,上海 201109;3. 上海惯性工程技术研究中心,上海 201109)

摘 要:研究了利用大理石平板正六面体工装对光纤惯组进行标定时,工装误差对标定精度的影响。首先建立了标定模型,设计了12位置法的标定方案与解算方法,其次分析了工装误差对标定影响的量化关系,并提出减小误差的标定解算方法,最后对理论分析结果进行仿真验证。仿真结 果表明,当长宽高为400mm的工装平面度、垂直度、平行度误差均为0.04时,加速度计零偏的标 定误差达到0.0001g,与工装误差角大小量级相当。用12位置二向法解算零偏可减小该误差 影响。

关键词:光纤惯组;正六面体工装;标定;误差 中图分类号:V441 **文献标志码:**A

文章编号:2095-8110(2018)02-0095-07

Analysis on the Influence of Cube Fixture Error on Calibration Accuracy of Accelerometer Bias in FOG IMU

YAO Qin1, HU Meng-chun2,3, HE Zi-hui2

Naval Representative Office of Astronautical Industry in Shanghai Area, Shanghai 201109, China;
 Shanghai Institute of Spaceflight Control Technology, Shanghai 201109, China;

3. Shanghai Engineering Research Center of Inertia, Shanghai 201109, China)

Abstract: The effect of fixture errors on FOG IMU calibration accuracy is studied base on a calibration method using marble slab and cube fixture. First, the calibration mathematical model is established and a twelve-position calibration and resolution method is designed. Then, the quantitative relationship between fixture error and calibration results is analyzed, and a calculating method for reducing the influence of the cube fixture error is proposed. Finally, the theoretical analysis results are verified by simulation. Simulation results show that, with a cube fixture measuring 400mm on each side and having the same error value of 0.04 in flatness, verticality and parallelism, the calibration error of the accelerometer bias can reach 0.0001g, which is of the same order of magnitude as the cube fixture error angle. The calibration error can be reduced by the twelve position and two direction method.

Key words: FOG IMU; Cube fixture; Calibration; Error

收稿日期:2017-08-13;修订日期:2017-09-26

作者简介:姚勤(1970-)女,硕士,主要从事飞行器控制方面的研究。E-mail:yaoqin70@sohu.com

0 引言

陀螺和加速度计是惯性测量组合的核心元件。 惯性测量组合性能的好坏直接影响导航精度。要 提高惯组的使用精度,一方面要提高陀螺和加速度 计的自身精度,另一方面还需要提高惯组的标定精 度。提高标定精度需要分析各误差源对标定参数 产生的影响,对基于大理石平板正六面体工装的标 定进行分析,六面体工装的精度会对标定结果产生 影响。本文通过评估工装精度对标定结果影响的 量化关系,提出一种减小工装误差影响的光纤惯组 标定解算方法。文献「1]、文献「2]针对转台误差对 标定结果的影响进行分析[1-2],文献[3]研究了基于 离心机的 IMU 标定及误差分析方法^[3],而本文使 用的标定方法并未使用转台和离心机,而是采用大 理石平板与正六面体工装进行标定,针对正六面体 工装误差的文献涉及较少,有必要分析该方法中正 六面体工装误差导致的标定误差。

1 光纤惯组输入输出数学模型

标定模型对于标定方法的选择、IMU 性能评估 以及系统的误差分配具有重要意义^[4],下面讨论光 纤惯组的标定数学模型。

光纤惯组中的陀螺和加速度计分别为光纤陀螺 和石英挠性加速度计,工程上通常使用一阶线性方程 描述光纤陀螺和石英挠性加速度计的误差模型。分 别对陀螺仪和加速度计建立输入输出数学模型^[5-6]。

光纤陀螺标度因数非线性高,正负不对称性好, 零偏稳定性好,因此可将陀螺单表的输入输出模型近 似描述为一阶形式。陀螺组合输入输出模型用一阶 线性方程描述为:

 $\begin{cases} N_{gx} = k_{gx} \left(E_{gxx} \omega_x + E_{gxy} \omega_y + E_{gxz} \omega_z + D_{gx} \right) \\ N_{gy} = k_{gy} \left(E_{gyx} \omega_x + E_{gyy} \omega_y + E_{gyz} \omega_z + D_{gy} \right) \\ N_{gz} = k_{gz} \left(E_{gzx} \omega_x + E_{gzy} \omega_y + E_{gzz} \omega_z + D_{gz} \right) \end{cases}$ (1)

式中: N_{gx} 、 N_{gy} 、 N_{gz} 为各轴陀螺单位时间输出的脉冲数,单位 bit/s; k_{gx} 、 k_{gy} 、 k_{gz} 为各轴陀螺的标度因数,单位 bit/(°); $E_{gqp}(p,q=x,y,z)$ 为惯组各测量轴相对各轴陀螺敏感轴由于安装误差导致

的交耦系数,简称安装误差; E_{gqp} 为惯组p 轴相对q轴陀螺的耦合; D_{gx} 、 D_{gy} 、 D_{gz} 为各轴陀螺的零偏, 单位(°)/s; ω_x 、 ω_y 、 ω_z 为外施角速率在惯组x、y、z轴上的分量,单位(°)/s。

加速度计二次项系数忽略不计,加速度计组合 输入输出模型用一阶线性方程可表示为:

 $\begin{cases} N_{ax} = k_{ax} (E_{axx} f_x + E_{axy} f_y + E_{axz} f_z + D_{ax}) \\ N_{ay} = k_{ay} (E_{ayx} f_x + E_{ayy} f_y + E_{ayz} f_z + D_{ay}) \\ N_{az} = k_{az} (E_{azx} f_x + E_{azy} f_y + E_{azz} f_z + D_{az}) \end{cases}$ (2)

式中: N_{ax} 、 N_{ay} 、 N_{az} 分别为各轴加速度计单位 时间输出的脉冲数,单位 bit/gs; k_{ax} 、 k_{ay} 、 k_{az} 分别 为各轴加速度计的标度因数,单位 bit/gs; $E_{aqp}(p$ 、 q = x, y, z)为惯组各测量轴相对各轴加速度计敏 感轴由于安装误差导致的交耦系数,简称安装误 差; E_{aqp} 为惯组 p 轴上的输入对 q 轴加速度计的耦 合; D_{ax} 、 D_{az} 、 D_{az} 为各轴加速度计的零偏,单位 g; f_x 、 f_y 、 f_z 为外施加速度在惯组 x、y、z 轴上的分 量,单位 g。

2 基于大理石平板正六面体工装的标定与 解算

惯组的标定方法有利用转台的方法^[7-8],利用六 面体工装的方法^[9],使用摄影技术的方法^[10],基于 多位置旋转的现场标定法^[11]等,用标定方法多为速 率法与位置法,位置法又分为6位置法^[12-13]、12位 置法^[5-6]、20位置法^[14]等。

基于大理石平板正六面体工装的标定方法采 用了速率法与位置法,速率法采用在高精度大理石 平板上手动正反转3圈的方式进行标定,位置法为 12位置法。速率法可标定出陀螺标度因数、安装误 差^[15];位置法可标定出陀螺零偏、加表标度因数、安 装误差、零偏。本文主要对正六面体工装误差对加 速度计标定零偏误差的影响进行分析,因此仅分析 位置法。

位置法编排为 12 位置,初始位置为天东北,按 照 X 轴朝天、X 轴朝地、Y 轴朝天、Y 轴朝地、Z 轴 朝天、Z 轴朝地的顺序对 12 位置进行排列,得到标 定顺序,如表 1 所示。

表 1 12 位置标定顺序 Tab. 1 Order of 12-position calibration

序号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
位置	天东北	天西南	地北东	地南西	南天西	北天东	西地南	东地北	北西天	南东天	东南地	西北地

)

将 12 位置加速度计和陀螺仪输入代入模型中, 利用最小二乘法可以求出:

$$k_{aq}E_{aqx} = \frac{N_{aq}^{1} + N_{aq}^{2} - N_{aq}^{3} - N_{aq}^{4}}{4}$$
(3)

$$k_{aq}E_{aqy} = \frac{N_{aq}^5 + N_{aq}^6 - N_{aq}^7 - N_{aq}^8}{4}$$
(4)

$$k_{aq}E_{aqz} = \frac{N_{aq}^9 + N_{aq}^{10} - N_{aq}^{11} - N_{aq}^{12}}{4}$$
(5)

式中: $N_{aq}^{j}(j=1\sim 12,q=x,y,z)$ 为第j个位置时q轴的加速度计输出。

令 $K_{aq}E_{aqp} = K_{aqp}(p=x,y,z;q=x,y,z)$,由 几何关系可知 $\sqrt{E_{aqx}^2 + E_{aqy}^2 + E_{aqz}^2} = 1, q = x$, y, z。

归一化可得各轴加速度计标度因数为
$$k_{aq} = \sqrt{K_{aqx}^2 + K_{aqy}^2 + K_{aqz}^2}$$
(6)

式中:q = x, y, z。

各轴加速度计安装误差为

$$E_{aqp} = K_{aqp} / k_{gq} \tag{7}$$

$$X \oplus j = 1 \sim 12; p = x, y, z; q = x, y, z$$

根据加速度计各位置各轴输出可得

$$k_{aq}D_{aq} = rac{1}{12}\sum_{j=1}^{12}N_{aq}^{j}$$

可求得各轴加速度计零偏为

$$D_{aq} = \frac{1}{12k_{aq}} \sum_{j=1}^{12} N_{aq}^{j}$$
(8)

式中: $j=1\sim 12, q=x, y, z$ 。

还有一种零偏的计算方法为12位置二向法,求 各轴零偏时,只考虑敏感轴朝天朝地的位置进行 解算。

$$D_{ax} = \frac{1}{4k_{ax}} (N_{ax}^{1} + N_{ax}^{2} + N_{ax}^{3} + N_{ax}^{4})$$
(9)

$$D_{ay} = \frac{1}{4k_{ay}} (N_{ay}^{5} + N_{ay}^{6} + N_{ay}^{7} + N_{ay}^{8}) \qquad (10)$$

$$D_{az} = \frac{1}{4k_{az}} \left(N_{az}^{9} + N_{az}^{10} + N_{az}^{11} + N_{az}^{12} \right) \qquad (11)$$

3 标定误差分析

惯组测试标定用工装为六面体,惯组标定时需 要安装在六面体工装内,再在大理石平板上进行标 定。六面体工装外表面由6个基准面组成。六面体 内由1个或多个安装基准面组成,这些安装基准面 能够保证每次惯组安装在六面体工装内的一致性, 本文不对六面体内的基准面误差以及大理石平板 的误差影响进行分析。 假设六面体工装是以底面 C 为基准加工其他 表面,表 2 所示为六面体工装各面需加工的精度项 目及引起的误差角。根据惯组测试标定的误差模 型进行 12 位置法翻转时会引入工装的误差,直接影 响惯组测试标定结果,使得加速度计的标定结果变 差,具体分析如表 2 表示。

表 2 六面体工装误差项目 Tab 2 From items of cube fivture

	Tab. 2 Error items of cube	IIAture
序号	项目名称	引起的误差角
1	基准侧面 A 平面度	$ heta_1$
2	基准侧面 B 平面度	$ heta_2$
3	基准底面 C 平面度	$ heta_{3}$
5	基准面 C 对 A 垂直度	$ heta_{4-1}$
6	基准面 C 对 B 垂直度	$ heta_{4-2}$
7	A 面对立面平面度	$ heta_{5}$
8	B 面对立面平面度	$ heta_{6}$
9	C 面对立面平面度	heta 7
10	A 对立面对A 面平行度	$ heta_{8}$
11	B 对立面对 B 面平行度	heta 9
12	C 对立面对 C 面平行度	θ_{10}

假设惯组 X 轴向垂直 C 面,指向 C 面对立面;Y 轴向垂直 A 面,指向 A 面对立面; Z 轴向垂直 B面,指向 B 面对立面,具体如图 1 所示。



对六面体工装精度对 12 位置法标定中加表 零偏值的影响进行分析,根据表 2,考虑六面体工 装误差时各位置加速度计各轴的参考输入如表 3 所示。

		Tab. 3 Reference input of two	elve-position calibration along each	axis			
应 日	产 墨	各轴参考输入加速度/g					
庁亏	业直	f_x	f y	fz			
1	天东北	$\cos heta$ 3	$\sin heta$ 3	0			
2	天西南	$\cos heta$ 3	$\sin heta$ 3	0			
3	地北东	$-\cos(\theta_7 + \theta_3 + \theta_{10})$	0	$\sin(\theta_7 + \theta_3 + \theta_{10})$			
4	地南西	$-\cos(\theta_7+\theta_3+\theta_{11})$	0	$\sin(\theta_{8+}\theta_{3+}\theta_{10})$			
5	南天西	0	$\cos(\theta_1 + \theta_{4-1} + \theta_3)$	$\sin(\theta_1 + \theta_{4-1} + \theta_3)$			
6	北天东	0	$\cos(\theta_1 + \theta_{4-1} + \theta_3)$	$\sin(\theta_1 + \theta_{4-1} + \theta_3)$			
7	西地南	$\sin(\theta_5 + \theta_8 + \theta_1 + \theta_{4-1} + \theta_3)$	$-\cos(\theta_5+\theta_8+\theta_1+\theta_{4-1}+\theta_3)$	0			
8	东地北	$\sin(\theta_5 + \theta_8 + \theta_1 + \theta_{4-1} + \theta_3)$	$-\cos(\theta_5+\theta_8+\theta_1+\theta_{4-1}+\theta_3)$	0			
9	北西天	0	$\sin(\theta_2 + \theta_{4-2} + \theta_3)$	$\cos(\theta_2 + \theta_{4-2} + \theta_3)$			
10	南东天	0	$\sin(\theta_2 + heta_{4-2} + heta_3)$	$\cos(heta_2+ heta_{4-2}+ heta_3)$			
11	东南地	$\sin(\theta_6 + \theta_9 + \theta_2 + \theta_{4-2} + \theta_3)$	0	$-\cos(\theta_6+\theta_9+\theta_2+\theta_{4-2}+\theta_3)$			
12	西北地	$\sin(\theta_6 + \theta_9 + \theta_2 + \theta_{4-2} + \theta_3)$	0	$-\cos(\theta_{6}+\theta_{9}+\theta_{2}+\theta_{4-2}+\theta_{3})$			

表 3 十二位置标定各轴参考输入

将各轴参考输入加速度代入加表组合模型中,可得加表的采样输出如式(12)

$$\begin{bmatrix} \tilde{N}_{ax}^{1} & \tilde{N}_{ay}^{1} & \tilde{N}_{az}^{1} \\ \tilde{N}_{ax}^{2} & \tilde{N}_{ay}^{2} & \tilde{N}_{az}^{2} \\ \tilde{N}_{ax}^{3} & \tilde{N}_{ay}^{3} & \tilde{N}_{az}^{3} \\ \tilde{N}_{ax}^{4} & \tilde{N}_{ay}^{4} & \tilde{N}_{az}^{4} \\ \tilde{N}_{ax}^{4} & \tilde{N}_{ay}^{4} & \tilde{N}_{az}^{4} \\ \tilde{N}_{ax}^{5} & \tilde{N}_{ay}^{5} & \tilde{N}_{az}^{5} \\ \tilde{N}_{ax}^{5} & \tilde{N}_{ay}^{5} & \tilde{N}_{az}^{5} \\ \tilde{N}_{ax}^{6} & \tilde{N}_{ay}^{6} & \tilde{N}_{az}^{6} \\ \tilde{N}_{ax}^{7} & \tilde{N}_{ay}^{7} & \tilde{N}_{az}^{7} \\ \tilde{N}_{ax}^{8} & \tilde{N}_{ay}^{8} & \tilde{N}_{az}^{8} \\ \tilde{N}_{ax}^{8} & \tilde{N}_{ay}^{8} & \tilde{N}_{az}^{8} \\ \tilde{N}_{ax}^{8} & \tilde{N}_{ay}^{8} & \tilde{N}_{az}^{8} \\ \tilde{N}_{ax}^{1} & \tilde{N}_{ay}^{10} & \tilde{N}_{az}^{10} \\ \tilde{N}_{ax}^{10} & \tilde{N}_{ay}^{10} & \tilde{N}_{az}^{10} \\ \tilde{N}_{ax}^{11} & \tilde{N}_{ay}^{11} & \tilde{N}_{az}^{11} \\ \tilde{N}_{ax}^{11} & \tilde{N}_{ay}^{11} & \tilde{N}_{az}^{11} \\ \tilde{N}_{ax}^{12} & \tilde{N}_{ay}^{12} & \tilde{N}_{az}^{12} \end{bmatrix}$$

$$(12)$$

式中,加表输出为采样输出,标度因数、安装误 差、零偏均为真实值。为简化分析,令表1中各误差的零偏测量如下。 角均设置为等值 θ 。解算标定参数时,根据第3节

中的公式,可推导出考虑六面体工装误差后标定出

12 位置法

$$\widetilde{D}_{aq1} = \frac{1}{12\widetilde{k}_{aq}} \sum_{j=1}^{12} \widetilde{N}_{aq}^{j} = \frac{k_{aq}}{\widetilde{k}_{aq}} (D_{aq} + \frac{2\cos\theta - 2\cos3\theta + 20\sin\theta}{12} E_{aqx} + \frac{2\cos3\theta - 2\cos5\theta + 8\sin\theta}{12} E_{aqy} + \frac{2\cos3\theta - 2\cos5\theta + 12\sin\theta}{12} E_{aqz})$$
(13)

12 位置二向法解算出的零偏误差为

 $\tilde{D}_{a2} - D_a \approx$

$$\begin{bmatrix} \frac{\cos\theta - \cos 3\theta}{2} E_{axx} + \frac{\sin\theta}{2} E_{axy} + \frac{3\sin\theta}{2} E_{axz} \\ \frac{5\sin\theta}{2} E_{ayx} + \frac{\cos 3\theta - \cos 5\theta}{2} E_{ayy} + \frac{3\sin\theta}{2} E_{ayz} \\ \frac{5\sin\theta}{2} E_{azx} + \frac{3\sin\theta}{2} E_{azy} + \frac{\cos 3\theta - \cos 5\theta}{2} E_{azz} \end{bmatrix}$$
(18)

忽略小量,可推知两种零偏算法的误差值分 别为:

$$\Delta D_{a1} \approx \begin{bmatrix} \frac{5\sin\theta}{3} E_{axx} \\ \frac{2\sin\theta}{3} E_{ayy} \\ \sin\theta E_{azz} \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} \frac{5\sin\theta}{3} \\ \frac{2\sin\theta}{3} \\ \sin\theta \end{bmatrix}$$
(19)
$$\Delta D_{a2} \approx 0$$
(20)

12 位置解算方法中引入的误差与工装精度成 正比,12 位置二向法中引入的误差均为小量,可忽 略不计。

由理论推导可知,当考虑六面体工装误差时, 12位置法解算出的零偏会引入六面体工装误差,而 采用12位置二向法解算出的加表零偏基本不引入 六面体工装误差。

4 仿真分析与验证

对 12 位置标定进行仿真,加速度计测量噪声设置为 10µg 高斯白噪声。正六面体工装长度为 400mm,六面体工装误差项目中平面度、垂直度、平 行度均为 0.04。按表 1 所示 12 位置,每个位置静态采集 100s,采样周期 20ms,用于加速度计标度因数、安装误差、零偏的标定,加速度计标定参数真值 设定如表 4 所示,仿真结果如表 5 所示,标定结果误差对比如表 6 所示。

	Tab. 4True value setting of accelerometer calibration parameters					
		K	E_a			D
		IX a	x	У	z	
	x	1020	0.999995	0.001	0.003	0.001
真值	У	1015	0.002	0.9999975	0.001	0.002
	z	1018	0.003	0.002	0.9999935	0.001

表 4 加速度计标定参数真值设定

表 5 加速度计标定参数仿真结果

Tab. 5 Simulation results of accelerometer calibration parameters

		~		\widetilde{E}_{a}	12 位置	12位置两向	
		K_{a}	x	x y		\widetilde{D}_{a1}	$\stackrel{\sim}{D}{}_{a2}$
标定值	x	1019.99867	0.99999593	0.00075038	0.00275005	0.00116707	0.00100056
	У	1014.99974	0.00204977	0.99999723	0.00114942	0.00206707	0.00200069
	z	1017.99936	0.00285018	0.00214930	0.999993628	0.00110064	0.00100111

表6 零偏误差对比

Tab. 6 Bias error comparison

	$(\widetilde{D}_{a1} - D_a)/g$ 12 位置	$(\widetilde{D}_{a2} - D_a)/g$ 12 位置两向
x	0.00016707	0.00000056
У	0.00006707	0.00000069
z	0.00010064	0.00000111

由仿真结果可以看出,考虑六面体工装误差的 情况下,用12位置法解算出的零偏与真值偏差比用 12位置二向法解算出的零偏与真值偏差大。

将仿真条件代入理论推导可知零偏误差分别

	$5 \sin\theta$			
	3		0.00016667	
为 $\Delta D_{a1} \approx$	2sinθ	=	0.00006667	, $\Delta D_{a2} \approx 0$,仿
	3		0.0001	
	sinθ			

F =

真结果与理论推导结果一致,证明了理论推导的正确性,因此可以认为当工装存在误差时,解算零偏时采用12位置二向法可基本排除工装误差的影响。

5 结论

本文针对采用大理石平板正六面体工装对惯 组12位置法标定进行分析,考虑工装误差,量化分 析并比较了采用两种解算方法时工装的精度对加 表零偏产生的影响,为如何根据标定精度要求反提 工装精度要求提供理论依据,并提出了一种减小加 表零偏标定误差的解算方法。

当长宽高为 400mm 的工装平面度、垂直度、平 行度误差均为 0.04 时,采用 12 位置法解算加速度 计零偏的标定误差达到 0.0001g 量级;而采用 12 位置二向法解算加速度计零偏,误差为 10⁻⁷g 量 级。可以看出,12 位置二向法解算出的加速度计零 偏误差。为减小工装误差的影响,解算加速度计零 偏时可采用 12 位置二向法。

参考文献

- [1] 丁枫,冯丽爽,晁代宏,等.转台安装误差对光学捷联 惯导标定的影响分析[J]. 弹箭与制导学报,2013,33 (1):19-24.
- [2] 聂梦馨,吕品,赖际舟,等.一种光纤 IMU 的双轴非 定向标定方法[J]. 电子测量技术,2014,37(8): 123-128.
- [3] 赵剡,张少辰,胡涛.惯性测量组件离心机标定及误差分析方法[J].北京理工大学学报,2015,35(4): 414-420.
- [4] 赵桂玲,姜雨含,李松. IMU标定数学建模及误差 分析[J]. 传感技术学报,2016,29(6):886-891.
- [5] 胡梦纯,徐挺,黄云柯,等. 冗余结构光纤陀螺捷联 惯组标定优化方法研究[J]. 上海航天,2016,33 (s1):134-139.
- [6] 魏莉莉,黄军,傅长松,等.带斜置元件的光纤陀螺
 捷联惯组标定方法[J].中国惯性技术学报,2015
 (1):14-19.

- [7] 李政,张志利,周召发.基于双轴位置转台的光纤陀 螺惯组标定方法[J]. 压电与声光,2016(4):607-610.
- [8] 童树兵,张志利,周召发,等.一种基于双轴位置转 台的 IMU 快速标定方法[J]. 压电与声光,2016,38 (5):815-818.
- [9] 彭孝东,张铁民,李继宇,等.三轴数字 MEMS 加速 度计现场标定方法[J].振动、测试与诊断,2014,34 (3):544-548.
- [10] 江来伟,崔希民,袁德宝,等.惯性测量单元基准面 与载体平台的标定方法研究[J].测绘工程,2015 (3):16-20.
- [11] 王坚,梁建,韩厚增.低成本 IMU 的多位置旋转现

场标定方法[J]. 中国惯性技术学报, 2017, 25(3): 294-298.

- [12] 乌伟,赵严,宁永权,等. 微惯性测量单元的标定技 术研究[J]. 电光与控制, 2013(8):54-57.
- [13] 李璞, 王丽华, 李明. 重复标定的惯组误差模型系数 计算方法[J]. 导弹与航天运载技术, 2012(3):34-37.
- [14] 董春梅,任顺清,陈希军.基于三轴转台误差分析的 IMU标定方法[J].系统工程与电子技术,2016,38 (4):895-901.
- [15] 林强. 高精度光纤陀螺标度因数测试研究[J]. 现代 导航, 2013(3):186-190.