http://www.avionicstech.com.cn avionicstech@careri.com

DOI:10.12175/j.issn.1006-141X.2020.02.10

民用飞机组合导航实际导航性能计算方法

宁亚锋[1]，李文辉[2]，谢轶俊[2]，喻 杰[2]

（1．航空工业陕西飞机工业 (集团) 公司，汉中 723213；

2．中国航空无线电电子研究所，上海 200241）

[摘要] 提出了一种民用飞机组合导航实际导航性能计算方法，通过提取组合导航卡尔曼滤波器的误差协方差矩阵，并对水平位置误差进行近似拟合，获得 95% 的概率误差圆半径，即为组合导航实际导航性能。该方法计算过程简单，易于实现，具有较强实用价值。

[关键词] 组合导航；实际导航性能；卡尔曼滤波；协方差矩阵

[中图分类号] V249.3 [文献标识码] A [文章编号] 1006-141X(2020)02-0050-05

Actual Navigation Performance Calculation Algorithm for Integrated Navigation of Civil Aircraft

NING Ya-feng[1], LI Wen-hui[2], XIE Yi-jun[2], YU jie[2]

（1.Shaanxi Aircraft Industry Group Corporation of Aviation Industry Corporation of China,Hanzhong 723213, China；
2.China National Aeronautical Radio Electronics Research Institute, Shanghai 200241,China）

Abstract: An ANP calculation algorithm is introduced for integrated navigation of civil aircrafts. Through extracting the error covariance matrix of the integrated navigation kalman filter and approximately fitting the lateral position error, a circle radius can be achieved with a 95% probability error. This is the introduced ANP of the integrated navigation. Such an algorithm is simple, easy to implement and thus has a good practical value.

Key words: integrated navigation; actual navigation performance; Kalman filter; covariance matrix

随着空中交通的日益繁忙，为缩小航路间隔，提高空域利用率并降低运行成本，国际民航组织（ICAO：International Civil Aviation Organizition）提出了基于性能导航（PBN：Performance Based Navigation）的概念。传统的航路飞行要求飞机必须配备所要求的导航设备，而 PBN 将对设备的要求转化为对导航系统性能的要求。航空器能否在相应的空域中安全有效运行，取决于导航系统的实际导航性能能否满足空域所需导航性能（RNP：Required Performance Navigation）。RNP 包含一系列的导航规范，这些规范用 RNP-X 的形式表示，其中数值 X 表示航空器在至少 95% 的飞行时间内能够达到的导航精度。例如，RNP-1 是指在 95% 的概率下，在指定的空域中，导航系统的精度在 1 海里 (1 海里 =1852 米) 以内。若导航系统的实际导航性能超出 1 海里，则必须向机组发出告警。

收稿日期： 2020-01-17

引用格式：宁亚锋，李文辉，谢轶俊 , 喻杰 . 民用飞机组合导航实际导航性能计算方法 .[J]. 航空电子技术 , 2020,51(2)：50-54.

民用飞机一般装备惯性导航系统、全球定位系统（GPS：Global Position System)、甚高频全向信 标（VOR：Very-high-frequency Omnidirectional Range）、 测 距 机（DME：Distance Measuring Equipment）等导航传感器，这些传感器通过飞行管理计算机进行融合，实现多传感器组合导航。具体的组合模式包括惯性 /GPS 组合、惯性 /DME/DME 组合、惯性 /VOR/DME 组合。传统的组合导航性能评估采用车载试验和飞行试验的方式，获得性能指标，不具备实时性，不满足 PBN 的要求。为了实时获得组合导航的性能，本文提出根据组合导航的卡尔曼滤波器误差协方差矩阵，计算其实际导航性能。

1 组合导航架构和数学模型

1.1 组合导航架构

民用飞机通过飞行管理计算机对惯性导航系统、GPS、VOR、DME 的数据进行融合，实现多传感器组合导航，以获得完整的高精度导航信息。组合导航架构如图 1 所示。

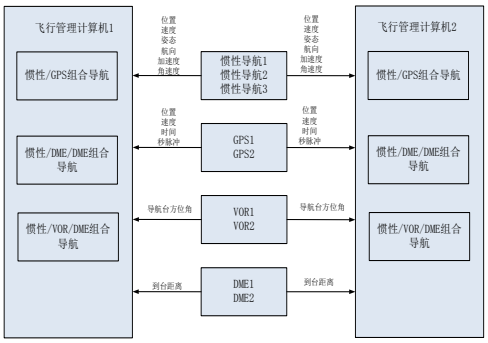

图 1 组合导航架构

图 1 中，飞行管理计算机 1 和 2 接收惯性导航 1、导航 2、导航 3 发送的位置、速度、姿态、航向、加速度、角速度，接收 GPS1、GPS2 发出的位置、速度、时间、秒脉冲，接收 VOR1、VOR2 发出的飞机方位角，接收 DME1、DME2 发出的到台距离。飞行管理计算机 1 和计算机 2 按照同侧优先准则，对接收到的多余度导航传感器数据进行选择，再按照惯性 /GPS、惯性 /DME/DME、惯性 /VOR/DME 的优先次序进行组合导航。

1.2 数学模型

1.2.1 惯导 /GPS 组合导航数学模型

惯导 /GPS 组合导航的状态空间模型为：

$$\dot{X}_{INS/GPS} = \mathrm{F}_{INS/GPS} X_{INS/GPS} + \mathrm{G}_{INS/GPS} W \quad (1)$$

$$Z_{INS/GPS} = H_{INS/GPS} X_{INS/GPS} + V_{INS/GPS} \quad (2)$$

式 (1) 为惯导 /GPS 组合状态方程，状态 $X_{INS/GPS}$ 包括经度误差、纬度误差、高度误差、东向速度误差、北向速度误差、垂直速度误差、东向平台误差角、北向平台误差角、天向平台误差角、机体三轴的陀螺常值漂移、机体三轴的加速度计偏置。$F_{INS/GPS}$ 为状态转移矩阵，$G_{INS/GPS}$ 系统噪声矩阵，W 为系统噪声。

式 (2) 为惯导 /GPS 组合量测方程，$Z_{INS/GPS}$ 为量测值，由惯导的经度、纬度、高度、东向速度、北向速度、垂直速度分别减去 GPS 的经度、纬度、高度、东向速度、北向速度、垂直速度获得的六维列向量。$H_{INS/GPS}$ 为量测矩阵，$V_{INS/GPS}$ 为量测噪声。

1.2.2 惯导 /DME/DME 组合导航数学模型

惯导 /DME/DME 组合导航的状态空间模型为：

$$\dot{X}_{INS/DME/DME} = F_{INS/DME/DME} X_{INS/DME/DME} + G_{INS/DME/DME} W \quad (3)$$

$$Z_{INS/DME/DME} = H_{INS/DME/DME} X_{INS/DME/DME} + V_{INS/DME/DME} \quad (4)$$

式 (3) 为惯导 /DME/DME 组合状态方程，状态 $X_{INS/DME/DME}$ 包括经度误差、纬度误差、高度误差、东向速度误差、北向速度误差、垂直速度误差、东向平台误差角、北向平台误差角、天向平台误差角、机体三轴的陀螺常值漂移、机体三轴的加速度计偏置、DME1 测量距离的常值误差，DME2 测量距离的常值误差 $F_{INS/DME/DME}$ 为状态转移矩阵，$G_{INS/DME/DME}$ 为系统噪声矩阵，W 为系统噪声。

式 (4) 为经过线性化处理的惯导 /DME/DME 组合量测方程，$Z_{INS/DME/DME}$ 为量测值。量测值按下述方法生成：根据惯导计算的位置与两个 DME 导航台的位置，计算出飞机到两个 DME 台的距离，再将计算的距离与 DME 接收机测量的距离相减，得到一个二维向量，即为量测值。$H_{INS/DME/DME}$ 为量测矩阵，$V_{INS/DME/DME}$ 为量测噪声。

1.2.3 惯导 /VOR/DME 组合导航数学模型

惯导 /VOR /DME 组合导航的状态空间模型为：

$$\dot{X}_{INS/VOR/DME} = F_{INS/VOR/DME} X_{INS/VOR/DME} + G_{INS/VOR/DME} W \quad (5)$$

$$Z_{INS/VOR/DME}=H_{INS/VOR/DME}X_{INS/VOR/DME}+V_{INS/VOR/DME} \quad (6)$$

式 (5) 为惯导 /VOR/DME 组合状态方程，状态 $X_{INS/VOR/DME}$ 包括经度误差、纬度误差、高度误差、东向速度误差、北向速度误差、垂直速度误差、东向平台误差角、北向平台误差角、天向平台误差角、机体三轴的陀螺常值漂移、机体三轴的加速度计偏置、VOR 测量方位的常值误差，DME 测量距离的常值误差 $F_{INS/VOR/DME}$ 为状态转移矩阵，$G_{INS/VOR/DME}$ 为系统噪声矩阵，W 为系统噪声。

式 (6) 为经过线性化处理的惯导 /VOR/DME 组合量测方程，$Z_{INS/VOR/DME}$ 为量测值。量测值按下述方法生成：根据惯导计算的位置与 VOR/DME 导航台的位置，计算出飞机到 VOR/DME 台的方位和距离，再与 VOR、DME 接收机测量的方位和距离相减得到一个二维向量，即为量测值。$H_{INS/VOR/DME}$ 为量测矩阵，$V_{INS/VOR/DME}$ 为量测噪声。

1. 2. 4 卡尔曼滤波

对上述状态空间模型分别进行离散化，并采用卡尔曼滤波算法对状态进行最优估计，再用估计的状态对位置、速度、姿态、航向等导航数据进行校正，得到状态空间模型对应组合模式的导航数据。以惯导 /GPS 组合为例，其离散化后的状态空间模型为：

$$X_{INS/GPS}(k)=\phi_{INS/GPS}(k,k-1)X_{INS/GPS}(k-1)+\Gamma_{INS/GPS}(k-1)W(k-1) \quad (7)$$

$$Z_{INS/VOR/DME}=H_{INS/VOR/DME}X_{INS/VOR/DME}+V_{INS/VOR/DME} \quad (8)$$

其中，$\phi(k,k-1)$ 是状态转移矩阵的离散化形式，$\Gamma(k-1)$ 是系统噪声矩阵的离散化形式。

采用卡尔曼滤波进行状态估计，具体步骤如下：

状态一步预测：

$$\hat{X}(k|k-1)=\phi(k,k-1)\hat{X}(k-1) \quad (9)$$

一步预测误差协方差：

$$P(k|k-1)=\phi(k,k-1)P(k-1)\phi^T(k,k-1)+\Gamma(k-1)Q(k-1)\Gamma^T(k-1) \quad (10)$$

滤波增益：

$$K(k)=P(k|k-1)H^T(k)[H(k)P(k|k-1)H^T(k)+R(k)]^{-1} \quad (11)$$

状态估计：

$$\hat{X}(k)=\hat{X}(k|k-1)+K(k)(Z(k)-H(k)\hat{X}(k|k-1)) \quad (12)$$

估计误差协方差：

$$P(k)=(I-K(k)H(k))P(k|k-1) \quad (13)$$

2　实际导航性能计算

实际导航性能是指 95% 概率下的误差圆半径。如图 2 所示，以组合导航计算位置为圆心，以实际导航性能（ANP：Actual Navigation Performance）为半径，飞机实际位置落入圆内的概率为 95%。

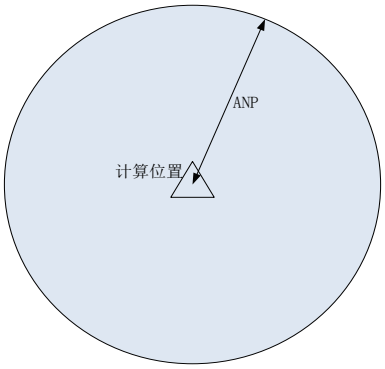

图 2 实际导航性能示意图

由于飞行管理计算机采用卡尔曼滤波进行组合导航，而卡尔曼滤波的误差协方差矩阵能够反映状态估计的误差，因此可以通过误差协方差矩阵获得实际导航性能。从组合导航卡尔曼滤波误差协方差矩阵中，提取出纬度和经度误差对应的协方差矩阵，即位置误差协方差矩阵：

$$\begin{bmatrix}\sigma_L^2 & \rho_{L\lambda}\sigma_L\sigma_\lambda\\ \rho_{L\lambda}\sigma_L\sigma_\lambda & \sigma_\lambda^2\end{bmatrix}$$

其中，σ_L^2 为纬度误差方差，σ_λ^2 为经度误差方差，$\rho_{L\lambda}$ 为纬度误差和经度误差的相关系数。

将协方差矩阵的元素转化成以 m 为单位的距离，得到矩阵：

$$\begin{bmatrix} R_e^2\sigma_L^2 & R_e^2\cos\rho_{L\lambda}\sigma_L\sigma_\lambda \\ R_e^2\cos\rho_{L\lambda}\sigma_L\sigma_\lambda & R_e^2\cos^2 L\sigma_\lambda^2 \end{bmatrix}$$

其中，R_e 为地球半径，$R_e=6371000m$，L 为纬度。

将矩阵对角化，以消除纬度误差和经度误差之间的相关性，得到两个不相关的正态随机误差 X 和 Y 的协方差矩阵：

$$\begin{bmatrix} \sigma_X^2 & 0 \\ 0 & \sigma_Y^2 \end{bmatrix}$$

σ_X^2 和 σ_Y^2 分别为随机误差 X 和 Y 的方差，

$$\sigma_X^2=\frac{1}{2}(R_e^2\sigma_L^2+R_e^2\cos^2 L\sigma_\lambda^2)+\frac{1}{2}\sqrt{(R_e^2\sigma_L^2-R_e^2\cos^2 L\sigma_\lambda^2)^2+4R_e^4\cos^2 L\rho_{L\lambda}^2\sigma_L^2\sigma_\lambda^2}$$

$$\sigma_Y^2=\frac{1}{2}(R_e^2\sigma_L^2+R_e^2\cos^2 L\sigma_\lambda^2)-\frac{1}{2}\sqrt{(R_e^2\sigma_L^2-R_e^2\cos^2 L\sigma_\lambda^2)^2+4R_e^4\cos^2 L\rho_{L\lambda}^2\sigma_L^2\sigma_\lambda^2}$$

随机误差 X 和 Y 的平方和 X^2+Y^2 可由下面的统计量进行拟合[3]：

$$M=(\eta\sqrt{\frac{2\rho}{9\eta^2}}Z+1-\frac{2\rho}{9\eta^2})^3 \tag{14}$$

其中，$\rho=\sigma_X^4+\sigma_Y^4$，$\eta=\sigma_X^2+\sigma_Y^2$，$\sigma_X^2$ 和 σ_Y^2 分别为随机误差 X 和 Y 的方差，Z 为服从标准正态分布 $N(0,1)$ 的随机变量。

根据实际导航性能定义，计算 95% 概率的误差圆半径 R：

$$P(X^2+Y^2<R^2)=P(M<R^2)=0.95 \tag{15}$$

将 M 的表达式代入得：

$$P\left(\left(\eta\sqrt{\frac{2\rho}{9\eta^2}}Z+1-\frac{2\rho}{9\eta^2}\right)^3<R^2\right)=0.95$$

进而得到：

$$R=\sqrt{\eta\left(\sqrt{\frac{2\rho}{9\eta^2}}Z_P+1-\frac{2\rho}{9\eta^2}\right)^3} \tag{16}$$

其中，Z_P 为标准正态分布 $N(0,1)$ 的 95% 分位点，$Z_P=1.64521$。

3 实际导航性能计算仿真分析

以惯性 /GPS 组合导航为例，对上述实际导航性能计算方法进行仿真。仿真时，首先设计一段 30 分钟的飞行轨迹，包括起飞、爬升、巡航、下降的完整飞行过程。根据飞行轨迹进行惯导和 GPS 数据的仿真，最后进行组合导航计算和实际导航性能计算。仿真时传感器的误差特性设置如表 1 所示。

表 1 传感器误差特性设置

误差项	设置值
陀螺随机常值漂移	0.1 机常值
陀螺随机白噪声标准差	0.1 机白噪
加速度计随机常值漂移	10-4 g
加速度计随机白噪声标准差	10-4 g
GPS 经度量测噪声标准差	20 m
GPS 纬度量测噪声标准差	20 m
GPS 高度量测噪声标准差	20 m
GPS 东向速度量测噪声标准差	0.2 m/s
GPS 东向速度量测噪声标准差	0.2 m/s
GPS 东向速度量测噪声标准差	0.2 m/s

图 3、4、5 分别为惯性 /GPS 组合导航纬度误差、经度误差、实际导航性能曲线。

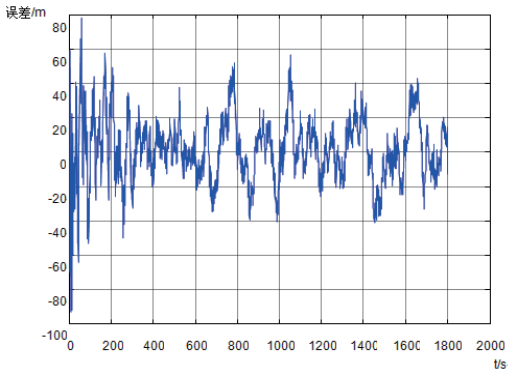

图 3 惯性 /GPS 组合导航纬度误差曲线

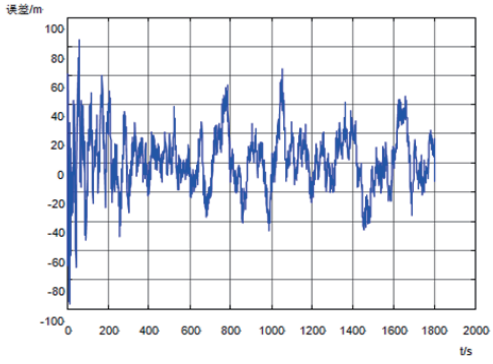

图 4 惯性 /GPS 组合导航经度误差曲线

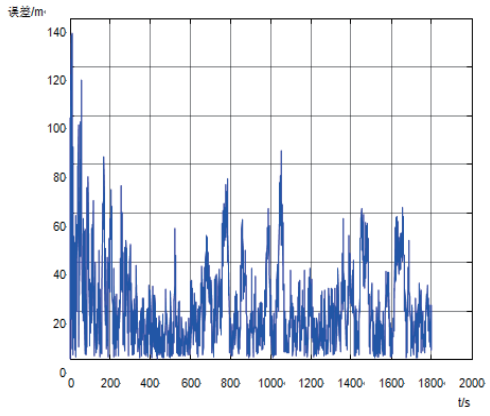

图 5 惯性 /GPS 组合导航实际导航性能曲线

由图 3、4 可见，组合导航进入稳定状态后，飞机的纬度误差在 40 m 以内，经度误差在 40 m 以内，根据纬度误差和经度误差，计算得出位置误差在 60 m 以内。由图 5 可见，组合导航进入稳定状态后，实际导航性能在 60 m 以内，与根据纬度误差和经度误差计算得到的结果一致，说明本文提出的实际导航性能计算方法能准确反映组合导航的位置精度。

4　结束语

本文针对民用飞机 PBN 导航中实时计算导航性能的需求，提出了一种民用飞机组合导航实际导航性能计算方法。该方法从组合导航卡尔曼滤波误差协方差矩阵中提取位置误差协方差矩阵，并对水平位置误差进行近似拟合，获得实际导航性能。该方法计算过程简单，易于实现，具有较强实用价值。

参 考 文 献

[1] 高中毓 . 惯性导航系统技术 [M]. 北京 : 清华大学出版社 ,2012.

[2] RTCA Do-236C Minimum aviation system performance standards: required navigation performance for navigation [S]. 2014.

[3] GJB729-89 惯性导航系统精度评定方法 [S].1989.

[4] 王丹，马航帅，孙晓敏 . 民用飞机导航性能实时评估与监视技术研究 [J]. 航空电子技术，2014，45 (4)：1-5.

[5] 马航帅 , 王丹 , 孙晓敏 . 基于 RNP 的 DR/GPS/DME/VOR 综合导航及性能评估方法 [J]. 指挥控制与仿真，2017，39 (2)：123-128.

[6] 孙淑光，戴博，张鹏 . 机载组合导航系统实际导航性能计算方法 [J]. 控制工程，2011，18(2)：262-266.