

# 纤维缠绕压力容器的可靠性分析

廖英强<sup>1,2</sup> 刘勇琼<sup>2</sup>

(1 第二炮兵工程学院, 西安 710025)

(2 西安航天复合材料研究所, 西安 710025)

**文 摘** 运用一次二阶距 (FOSM)法,对纤维缠绕复合材料压力容器进行了可靠性分析,并与传统网格理论设计法进行了对比,讨论了纤维拉伸强度、爆破压力、压力容器半径、纤维缠绕层总厚度及缠绕角的变异系数对纤维强度发挥系数和压力容器壁厚的影响。结果表明:随着各设计参数变异系数的均匀增大,纤维强度发挥系数迅速减小,压力容器壁厚迅速增大;缠绕角度和纤维拉伸强度的变异系数对它们的影响最为显著。

**关键词** 复合材料,压力容器 变异系数,一次二阶距法,强度发挥系数

## Reliability Analysis of Fiber Wound Pressure Vessel

Liao Yingqiang<sup>1,2</sup> Liu Yongqiong<sup>1</sup>

(1 The Second Artillery Engineering College, Xi 'an 710025)

(2 Xi 'an Aerospace Composites Research Institute, Xi 'an 710025)

**Abstract** The reliability of fiber wound composite pressure vessel was analyzed by First-Order-Second-Moment (FOSM) method and compared with traditional grid theory design method. The effects of coefficient of variation for fiber tensile strength, explosion pressure, pressure vessel radius, total thickness of fiber wound layers and winding angle on fiber strength exert coefficient and wall thickness of the pressure vessel were discussed in this paper. The results indicate fiber strength exert coefficient is rapidly decreasing and wall thickness of pressure vessel is rapidly increasing as the coefficient of variation for each design parameter is equally increasing, and the effects of coefficient of variation for winding angle and fiber tensile strength are the most important of all over them.

**Key words** Composite materials, Pressure vessel, Coefficient of variation, First-Order-Second-Moment method, Strength exert coefficient

### 1 引言

纤维增强树脂基复合材料是一种新材料,已被广泛应用于航空、航天、造船、汽车、建筑、化工等领域<sup>[1]</sup>。采用复合材料生产的压力容器与传统的金属压力容器相比具有高的容器特性系数。按传统的网格理论对复合材料压力容器进行设计时,设计准则没有考虑纤维强度、设计压力、缠绕角度、压力容器外形尺寸以及壁厚等参数的随机性,仅仅给出了纤维强度发挥系数的选择范围,并未给出结构的可靠度。为满足对压力容器结构设计和安全评定越来越高的要求,发展和完善复合材料压力容器的可靠性分析方法具

有十分重要的意义。英、美等发达国家对该领域的研究起步较早,探讨并建立了一些初步的工程评定方法<sup>[2-4]</sup>。我国近年来主要侧重于对金属压力容器设计及其缺陷的评定,而对复合材料压力容器的可靠性设计理论研究较少。按照传统设计方法进行复合材料压力容器设计时,纤维强度发挥系数的选择是十分重要的,选得太大,则压力容器不安全;选得太小,又会造成材料的浪费。目前在复合材料压力容器设计中纤维强度发挥系数一般取 0.7~0.9,但复合材料压力容器在不同的纤维强度发挥系数之下到底具有多大的可靠度还不知道,更不用说纤维强度的变异系

收稿日期:2008-06-23

作者简介:廖英强,1978年出生,博士研究生,主要从事固体火箭发动机设计与结构强度研究。E-mail: liaoyingqiang@126.com

数对容器壁厚以及纤维强度发挥系数的影响。本文对复合材料压力容器的可靠性开展研究。

## 2 传统的网格理论设计法

在进行复合材料压力容器的设计时,如何计算爆破压力是设计人员最关心的。由于树脂的拉伸强度及模量只是纤维的 2% ~ 5%,而且在容器爆破时,破源处的树脂几乎全部开裂,已不起加强作用。在计算容器的爆破压力时,忽略树脂的作用,将壳体看作是 完全由纤维缠绕而成的,用这样模型对纤维缠绕复合材料压力容器进行分析计算的一套理论和方法称为网格理论<sup>[5]</sup>。按照网格理论推导得到纵环向设计壁厚为:

$$t_f = \frac{pr}{2K_s K_f \cos^2 \alpha} \quad (1)$$

$$t_f = \frac{pr}{2K_f} (2 - tg^2 \alpha) \quad (2)$$

式中,  $p$  为压力容器的压力;  $r$  为筒体半径;  $f_f$  为纤维强度;  $K$  为纤维的强度发挥系数,一般取 0.7 ~ 0.9;  $K_s$  为应力平衡系数,一般取 0.7 ~ 0.8;  $\alpha$  为纤维缠绕角。

## 3 可靠性设计理论基础

### 3.1 可靠度的一般表达式

在内压容器的可靠性分析中,首先应该确定压力容器的失效模式,根据该失效模式建立可靠性框图并进行可靠性分析。经过初步分析可以知道内压力容器在内压作用下发生爆破为其最主要的失效模式。因此,可以采用“应力—强度干涉模型”进行可靠度的分析。设  $S$  为应力随机变量,  $f_s(S)$  为应力概率密度函数,  $R$  为纤维强度随机变量,  $f_r(R)$  为应力概率密度函数,  $Z$  为功能函数,可以写为:

$$Z = R - S \quad (3)$$

(3)式说明  $R$  小于  $S$  时,内压力容器发生爆破。应力—强度干涉模型见图 1。

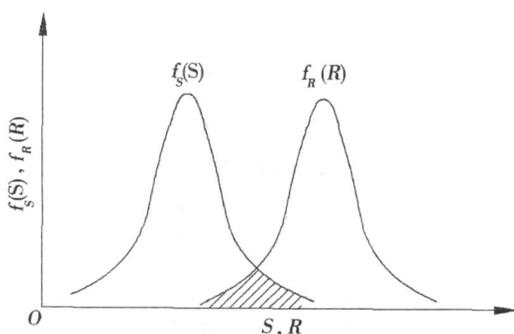


图 1 应力—强度干涉模型

Fig 1 Stress-Strength interference model

从图 1 可以看出并推导得到压力容器的可靠度

$P_r$  一般表达式为<sup>[6-8]</sup>:

$$P_r = P(R > S) = \int_0^{\infty} f_s(S) \left[ \int_S^{\infty} f_r(R) dR \right] dS \quad (4)$$

### 3.2 正态分布下可靠度的表达式

由文献 [9] 可知,复合材料压力容器的纤维强度  $R$  和应力  $S$  近似服从正态分布。根据概率论理论可以知道,功能函数  $Z = R - S$  也服从正态分布。其均值和方差分别为:

$$\mu_z = \mu_r - \mu_s \quad (5)$$

$$\sigma_z^2 = \sigma_s^2 + \sigma_r^2 \quad (6)$$

式中,  $\mu_z$ 、 $\mu_r$ 、 $\mu_s$  分别为  $Z$ 、 $R$ 、 $S$  的均值;  $\sigma_z$ 、 $\sigma_s$ 、 $\sigma_r$  分别为  $Z$ 、 $R$ 、 $S$  的标准差。

则可靠度表达式为:

$$P_r = P(Z > 0) = \int_0^{\infty} f_z(Z) dZ = \int_0^{\infty} \frac{1}{\sigma_z \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(Z - \mu_z)^2}{2\sigma_z^2}\right] dZ \quad (7)$$

令  $x = (Z - \mu_z) / \sigma_z$ , 则上式可化为:

$$P_r = \int_{-\frac{\mu_z}{\sigma_z}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{x^2}{2}\right] dx = 1 - \Phi\left(-\frac{\mu_z}{\sigma_z}\right) = \Phi\left(\frac{\mu_z}{\sigma_z}\right) = \Phi\left(\frac{\mu_r - \mu_s}{\sqrt{\frac{\sigma_s^2}{2} + \frac{\sigma_r^2}{2}}}\right) = \Phi(\beta) \quad (8)$$

式中,  $\beta$  为可靠性指标;  $\Phi(\cdot)$  为标准正态分布函数。

### 3.3 一次二阶距法的可靠度表达式

在采用应力—强度干涉模型进行纤维缠绕压力容器的可靠度分析时,纤维强度的均值  $\mu_r$  和方差  $\sigma_r$  一般采用实验方法测得,而应力  $S$  与结构基本变量之间的关系为非线性情况,因而不能直接应用正态分布的性质。可以用展开成泰勒级数的方法,将函数线性化后,再进行结构可靠度计算。应力函数表达式及将应力函数的表达式在基本变量的平均值点处展开成泰勒级数并仅取级数的线性项而得到的表达式如下:

$$\begin{cases} S = S(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ S \approx S(\mu_{x_1}, \mu_{x_2}, \dots, \mu_{x_n}) + \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial S}{\partial x_i} \right)_{\mu_{x_i}} (x_i - \mu_{x_i}) \end{cases} \quad (9)$$

式中,  $x_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) 是与应力函数  $S$  有关的结构基本变量;  $\mu_{x_i}$  是与应力函数  $S$  有关的结构基本变量的均值。

利用正态分布的性质,结合式 (9) 近似地得出应力的均值和方差分别为:

$$\mu_s = S(\mu_{x_1}, \mu_{x_2}, \dots, \mu_{x_n}) \quad (10)$$

$$\sigma_s^2 = \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial S}{\partial x_i} \right)_{\mu_{x_i}}^2 \sigma_{x_i}^2 \quad (11)$$

式中,  $x_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) 是与应力  $S$  有关的结构基本

变量的标准差。

将应力均值和方差计算公式 (10)和 (11)代入结构可靠度表达式 (8),整理后得到如下可靠度表达式:

$$P_r = \Phi\left(\frac{\mu_R - S(\mu_{x_1}, \mu_{x_2}, \dots, \mu_{x_n})}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial S}{\partial x_i}\right)^2 \sigma_{x_i}^2}}\right) \quad (12)$$

#### 4 纤维缠绕压力容器可靠性分析

设一受内压作用的 T700碳纤维容器:筒段直径 (150 ±1) mm,承受内压  $p = (30 \pm 1)$  MPa,纤维缠绕角 (18 ±1) °,T700碳纤维的强度平均值 4.9 GPa,纤维强度变异系数 0.01,容器纤维缠绕层总厚度的变异系数 0.01,应力平衡系数  $K_s = 0.7$ ,要求压力容器的可靠度为  $P_r = 0.999$ 。以下一方面通过网格理论对该内压容器的壁厚进行了计算,并对其可靠度进行了验证;另一方面一次二阶距法对内压容器的壁厚进行了计算,并分析了纤维强度变异系数对壁厚和纤维发挥强度取值的影响。

##### 4.1 网格理论设计

利用基于网格理论的设计方法,取  $K = 0.8$ ,由公式 (1)和 (2)可分别计算得到螺旋向厚度和环向厚度。将已知参数代入公式 (1)和 (2)后得到:

$$t_f = \frac{pR}{2K_s K_f \cos^2 \alpha} = 0.453 \text{ mm}$$

$$t_r = \frac{pR}{2K_f} (2 - \tan^2 \alpha) = 0.544 \text{ mm}$$

由此可以得到纤维缠绕层总厚度为  $t = t_f + t_r = 0.997 \text{ mm}$ 。至此已经计算得到压力容器的纤维缠绕层总厚度,但内压容器的可靠度仍旧未计算出。下面计算在该厚度下内压容器的可靠度,由公式 (1)和 (2)可以得到在压力  $p$ 一定的条件下纤维应力为:

$$S_f = \frac{pR}{t_f + t_r} \left( \frac{3}{2} + \frac{1 - K_s}{2K_s \cos^2 \alpha} \right) \quad (13)$$

由公式 (10)和 (11)可以计算得到纤维应力  $S_f$ 的均值和方差分别为:

$$\mu_{S_f} = \frac{\mu_p \mu_R}{\mu_{(t_f + t_r)}} \left( \frac{3}{2} + \frac{1 - K_s}{2K_s \cos^2 \alpha} \right) \quad (14)$$

$$\sigma_{S_f}^2 = \left( \frac{\partial S_f}{\partial p} \right)^2 \sigma_p^2 + \left( \frac{\partial S_f}{\partial R} \right)^2 \sigma_R^2 + \left[ \frac{\partial S_f}{\partial (t_f + t_r)} \right]^2 \sigma_{(t_f + t_r)}^2 + \left( \frac{\partial S_f}{\partial \alpha} \right)^2 \sigma_\alpha^2 \quad (15)$$

将各结构设计参数代入 (14)、(15)并利用 (12)式计算得到可靠性指标  $\beta = 1.933$ ,查标准正态分布表得到  $P_r = 0.973$ ,故  $K$ 取 0.8时并不能满足该压力

容器的  $P_r = 0.973$ 要求。

##### 4.2 可靠性设计

由于采用网格理论对纤维缠绕压力容器不能够满足可靠度的要求,因此采用可靠性设计理论对压力容器的纤维缠绕厚度进行设计。将已知条件代入公式 (14)和 (15)得到纤维应力的均值和方差为:

$$\mu_{S_f} = \frac{3908}{\mu_{(t_f + t_r)}} \quad (16)$$

$$\sigma_{S_f}^2 = \left( \frac{129.69}{\mu_{(t_f + t_r)}} \right)^2$$

由  $P_r = 0.999$ 查标准正态分布表得到  $\beta = 3.09$ ,并将纤维应力的均值和方差计算式 (16)代入 (12)式计算得到:

$$\mu_{(t_f + t_r)} = 1.167 \text{ mm}$$

纤维缠绕层总厚度为 (1.167 ±0.035) mm,反算得到此时的  $K = 0.68$ 。

##### 4.3 各设计变量变异系数对设计结果的影响

纤维强度、爆破压力、压力容器半径、纤维缠绕层总厚度及缠绕角的分散性即变异系数受到生产设备、生产环境以及人员等因素的影响,如果能够事先评估各设计变量变异系数对设计结果的影响,那么就能够分清影响设计结果的原因的主次并按照各设计变量的主次关系来指导压力容器的生产。对纤维强度、爆破压力、压力容器半径、缠绕角及纤维缠绕层总厚度的初始变异系数都取 0.01,然后只改变某一设计变量变异系数的数值,变化趋势为 0.01,0.02, ..., 0.1,其他设计变量变异系数保持初始值不变,分别计算出内压力容器可靠度  $P_r = 0.999$ 时的设计结果——内压力容器纤维缠绕层总厚度平均值及相当的纤维强度发挥系数。各设计变量变异系数对纤维缠绕层总厚度均值及相当的纤维强度发挥系数的影响见图 2。

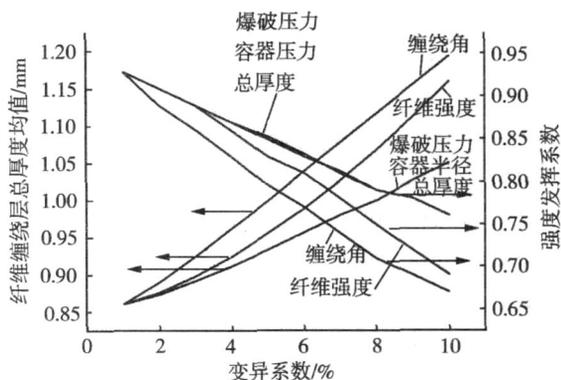


图 2 各设计变量变异系数对纤维缠绕层总厚度均值及相当的纤维强度发挥系数的影响

Fig 2 Effects of coefficient of variation for each design parameter on average total thickness of fiber wound layers and fiber strength exert coefficient

(下转第 14 页)

## 5 结论

对复合材料构件成型模具的结构和建模特点及要求进行了分析,将其结构分为模具体、支架、底架三部分;实现了模具体、支撑板、散热孔、卡槽、底板、叉车口、方钢的参数化设计。在 CATIA 平台上利用 CAA 二次开发工具建立复合材料构件成型模具参数化设计系统,并且集成于 CATIA 的装配设计模块中。利用复合材料构件成型模具的参数化设计系统,根据结构要求输入特征参数,可以迅速建立产品的三维实体模型,而且通过特征参数的修改,便捷地实现散热孔形状地修改。目前该系统已成功应用于某型号飞机的复合材料构件成型工装的设计中,大大提高了设计的效率和产品的设计质量,实践结果证明参数化方

法在复合材料构件成型工装设计应用中的可行性。

## 参考文献

- 1 张丽华,范玉青.复合材料在飞机上的应用评述.航空制造技术,2006;(3):64~66
- 2 王智明,杨旭.知识工程及专家系统.北京:化学工业出版社,2006
- 3 孟祥旭,徐延宁.参数化设计研究.计算机辅助设计与图形学学报,2002;14(11):1086~1090
- 4 齐从谦,崔琼瑶.基于参数化技术的 CAD 创新设计方法研究.中国机械工程,2003;14(8):681~683
- 5 耿元伟.基于 CATIA 的自升式平台参数化建模方法研究.大连理工大学硕士学位论文,2006

(编辑 吴坚)

(上接第 9 页)

从图 2 可以看出纤维缠绕层总厚度均值总是随着各设计变量变异系数的增加而增加, $K$ 总是随着各设计变量变异系数的增加而减小。各设计变量变异系数对总厚度均值和  $K$  的影响程度大小为:缠绕角度 > 纤维强度 > 爆破压力 > 压力容器 > 纤维缠绕层总厚度。因此,在生产压力容器过程中应按照各设计变量变异系数的影响度对生产过程进行控制,特别要严格控制缠绕角和纤维强度的离散性。

## 5 结论

(1)在复合材料压力容器传统的基于网格理论设计方法中,是将纤维的强度等设计参数看成定值,然后按经验选择一定的纤维强度发挥系数,纤维强度发挥系数的选择具有一定的盲目性。而可靠性设计方法是将所设计参数看成随机变量,能定量地反映设计参数的变异性对设计结果的影响。

(2)按传统的基于网格理论的设计方法对压力容器进行设计后,并在已知各设计参数的变异系数条件下,按照可靠性设计理论可以反算得到按传统理论设计的压力容器的可靠度。

(3)在各设计参数中,缠绕角和纤维强度的离散性对压力容器的可靠性设计结构有很多影响,在生产过程中必须严格控制它们的离散性。

## 参考文献

- 1 李顺林,王兴业.复合材料结构设计基础.武汉:武汉工业大学出版社,1993:1~2
- 2 Cederberg V R B, Chimenti A R, Jack D. Design and analysis techniques for composite pressurant tankage with plastically operating aluminum liners, AIAA - 90 - 2345, New York, 1990
- 3 Cederberg V R B, Chimenti A R, Jack D. Fatigue analysis techniques for composite tankage with plastically operating aluminum liners, AIAA - 91 - 1974, New York, 1991
- 4 Bloom J M, Malik S N. Procedure for the assessment of the integrity of nuclear pressure vessels and piping containing defects, EPR I Report NP - 2431, 1982
- 5 陈汝训.纤维缠绕圆锥壳体设计分析.固体火箭技术,2007;30(6):490~493
- 6 何水清,王善.结构可靠性分析与设计.北京:国防工业出版社,1993:14~49
- 7 梅启智,廖炯生,孙惠中.系统可靠性工程基础.北京:科学出版社,1987:1~27
- 8 吴永平.工程机械可靠性.北京:人民交通出版社,2002:35~44
- 9 沈军,谢怀勤,侯涤洋.纤维缠绕聚合物基复合材料压力容器的可靠性设计.复合材料学报,2006;23(4):124~128

(编辑 李洪泉)