基于高斯过程回归的组合体航天器姿态接管 学习控制

马广富,刘昱晗,吕跃勇,郭延宁

(哈尔滨工业大学 控制科学与工程系,黑龙江 哈尔滨 150001)

摘 要:空间非合作目标一般具有结构复杂、质量特性未知、姿态机动能力不明等特点,这导致组合体航天器 姿态动力学呈现出高度非线性和强耦合特性,且难以对其进行在轨精确辨识。针对组合体航天器姿态接管过程中 目标信息不完全、精确辨识困难等问题,本文考虑目标存在姿态机动能力的任务场景,提出了一种基于稀疏高斯过 程回归(GPR)的数据驱动姿态接管控制策略。首先,从系统运行数据中提取、凝炼模型未知部分的输入/输出映射 关系,构建数据驱动的概率化模型以代替无法快速准确建立的参数辨识模型,并根据该数据驱动模型设计变增益 反馈控制策略,证明了系统状态概率意义上的Lyapunov稳定性和有界性;其次,考虑到在轨任务的实时性、星载计 算机的计算资源有限等因素,该算法可在保证控制精度的同时显著减轻学习算法的计算压力;最后,数值仿真验证 了本文所提出控制方法的有效性与实用价值。

关键词:组合体航天器;姿态接管;非合作目标;高斯过程;学习控制 **中图分类号:** TP 273 **文献标志码:** A **DOI:** 10.19328/j.cnki.2096-8655.2022.04.004

Gaussian Process Regression-Based Learning Control for Combined Spacecraft Attitude Takeover

MA Guangfu, LIU Yuhan, LYU Yueyong, GUO Yanning

(Department of Control Science and Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, Heilongjiang, China)

Abstract: Non-cooperative targets generally have the characteristics of complex structures, unknown inertia matrices, unknown attitude maneuverability, etc., which make the combined spacecraft attitude dynamics present highly nonlinear and strong coupling performances and hard to be accurately identified on orbit. In this paper, a sparse Gaussian process regression (GPR) based attitude takeover control strategy is proposed for the combined spacecraft after capturing a non-cooperative target with active maneuverability. Firstly, the costly on-orbit identification is avoided, while only the I/O data collected during the on-board operation is utilized to obtain a sparse GPR model to rapidly compensate the unknown dynamics. Then, a novel adaptive feedback gain control strategy is presented according to the learnt model, and the rigorous theoretical proof of all related closed-loop uniform ultimate bounded (UUB) stability guarantees is provided. It is shown that the proposed strategy can significantly reduce the on-board computational load while ensuring the control accuracy. Finally, numerical simulations are carried out to validate the effectiveness and practical value of the proposed strategy.

Key words: combined spacecraft; attitude takeover; non-cooperative target; Gaussian process; learning-based control

0 引言

随着航天技术的高速发展,在轨服务任务也日

趋多样化和复杂化。通过服务航天器对目标进行 有效姿态接管操控是后续在轨加注、在轨维修、碎

收稿日期:2022-04-29;修回日期:2022-06-17

基金项目:国家自然科学基金(61973100,61876050,12150008);空间智能控制技术实验室开放基金课题(HTKJ2022KL502012)

作者简介:马广富(1963—),男,博士,教授,主要研究方向为在轨服务、航天器姿态控制和智能控制。

通信作者: 吕跃勇(1983—), 男, 博士, 副研究员, 主要研究方向为在轨服务、航天器姿态控制和智能控制。

片清除等任务的基础^[1-3]。我国国务院 2016年公布 的"十三五"规划中提出,将在轨服务与维护系统列 为"科技创新 2030"16个重点项目之一,计划于 2030 年前突破该项技术,保障航天器在轨安全可靠运 行,迎接"太空经济"时代的到来。

目前对于传统的合作目标的接管控制技术已 十分成熟,并已实现了在轨应用,如美国的轨道快 车计划、欧洲的ATV^[4]项目、日本的ETS-VII^[5]、我 国的神舟系列飞船与天宫对接^[6]等。而针对空间非 合作目标的接管控制,抓捕后形成的组合体航天器 实际上是一个结构复杂、参数众多、耦合度高,且整 体结构、质量特性均不确定的非线性系统。常规的 接管控制方法一般分为2种:先辨识再控制、考虑模 型不确定性的自适应控制。如文献[7-8]首先建立 了组合体系统的动力学模型,并基于干扰观测器估 计了末端作动器与目标之间的接触力,最后引入阻 抗控制使得抓捕后形成的组合体姿态镇定。文献 [9]在考虑组合体系统的惯量辨识误差以及可能存 在的执行机构随机误差,在反馈控制律中引入对偏 差和输入不确定性的自适应补偿项,并形成了一套 自适应容错姿态接管控制方案。ZHAO^[10]研究了考 虑外界干扰和输入饱和情况下的组合体转动惯量 参数辨识,并设计了基于同时学习的自适应有限时 间控制器以实现期望轨迹跟踪。文献[11]基于 RBF神经网络,分别构建了故障检测观测器和干扰 补偿观测器以抵抗外界干扰、非线性不确定性以及 星载传感器故障带来的负面影响。CHEN^[12]针对航 天器姿态动力学模型不确定或完全未知的情况,提 出了一种自适应模糊估计算法对模型中未知部分 进行逼近,并进一步结合H₂/H₂方法设计了姿态控 制律。

然而,转动惯量能够精确辨识的前提是整个组 合体需处于空间自由漂浮状态且无外力矩输入,因 此不适用于目标存在姿态机动的任务场景。另外, 自适应控制方法通常在证明过程中假设模型不确 定性、外界干扰等存在上界以保证闭环系统的稳定 性,这对组合体航天器的姿态接管任务来说是一种 过于保守的假设条件。同时,基于神经网络、模糊 规则等参数化方法对模型不确定性逼近具有结构 复杂、基函数选取仍然依赖模型信息的缺陷。总的 来说,针对结构复杂、质量特性未知、姿态机动能力 不明的空间非合作目标的接管操控任务极具挑战 性并亟待解决。

近年来,随着人工智能理论的飞跃式发展,基 于机器学习的控制方法以工程易实现且不依赖复 杂系统模型而得到了广泛的应用。其中,高斯过程 回归(Gaussian Process Regression, GPR)^[13]作为一 种典型的贝叶斯非参数化数据驱动建模方法,具有 从系统输入输出数据中提取和凝炼模型知识的能 力,并已应用于机器人控制^[14]、四旋翼控制^[15]、轨道 预测^[16]和太阳电池阵基频分析^[17]等。与其他参数 化学习方法相比,高斯过程(Gaussian Process, GP) 的预测输出具有概率性意义,既可得到激励信号对 应的模型响应均值,也可获取模型响应的方差(即 预测的不确定性),2种输出均可应用于控制算法的 设计,有效提高算法的鲁棒性。因此,针对目标存 在姿态机动能力的组合体航天器姿态接管控制问 题,设计基于GPR的学习控制策略值得深入探讨。

基于上述分析和讨论,本文重点研究考虑目标 存在未知姿态机动的情况下的组合体航天器姿态 接管学习控制策略。首先在服务航天器姿态先验 模型基础上,基于GPR理论从系统输入/输出数据 构建模型未知部分的数据驱动概率化模型。进而, 考虑到学习算法的在轨运算压力,采用变分推理方 法将GPR模型稀疏化,并根据该稀疏模型设计变增 益反馈控制策略。最后,给出了所提出控制策略的 稳定性和收敛性证明。

1 数学模型和问题描述

1.1 组合体航天器姿态模型

本文考虑的组合体航天器包括3个部分:服务 航天器、目标航天器和机械臂,其几何构型如图1所 示,其中,抓捕部位为目标星的星箭对接环。为不 失一般性,首先考虑简化情况:1)两星之间由轻质 杆连接;2)机械臂关节和抓捕部位在整个操控过程 中锁紧,无相对运动;3)目标航天器无姿态机动能 力。此时,组合体航天器可看作刚体,则用四元数 描述的航天器姿态动力学为

$$\dot{q} = \frac{1}{2} (q_0 I_3 + q^{\times}) \boldsymbol{\omega}, \quad \dot{q}_0 = -\frac{1}{2} q^{\mathsf{T}} \boldsymbol{\omega}$$

$$J_c \dot{\boldsymbol{\omega}} = -\boldsymbol{\omega}^{\times} J_c \boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{u} + \boldsymbol{\tau}_d$$
(1)

式中: $Q = [q_0, q^T]^T \in \mathbb{R}^4$ 为组合体航天器本体坐标 系相对于惯性坐标系的姿态指向的单位四元数; $\omega \in \mathbb{R}^3$ 为航天器本体坐标系相对于惯性坐标系的姿 态角速度; $J_c \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ 为组合体航天器的转动惯量矩阵; $u \in \mathbb{R}^3$ 为姿态控制力矩; $\tau_d \in \mathbb{R}^3$ 为组合体航天器 所受干扰力矩; I_3 为3阶单位阵; $q^{\times}: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^{3\times 3}$ 为向量q的叉乘。



图 1 组合体机大斋儿何构型 Fig. 1 A snapshot of the combined spacecraft

然而,针对捕获非合作目标后形成的组合体, 由于目标质量特性参数未知,其转动惯量J。是难以 精确已知的。另一方面,考虑到目标可能尚存姿态 机动能力以及抓捕点处存在相对运动的情况,因而 难以通过在轨辨识获得组合体航天器的精确数学 模型。由于组合体航天器姿态模型中服务航天器 的转动惯量已知,可将其作为先验模型用于控制算 法的设计。

基于式(1),将组合体航天器姿态动力学重新 整理为"先验模型+未知模型"的形式。定义 $J_e = J_{e0} + \tilde{J}_e, J_{e0} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ 为组合体航天器的先验转动惯 量; $\tilde{J}_e \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ 为因捕获目标航天器造成的未知等效 转动惯量。根据文献[18]中引理,可得矩阵 J_e 的逆 矩阵如下:

$$J_{\rm c}^{-1} = J_{\rm c0}^{-1} + \tilde{J}_{\rm c}^{*}$$
 (2)

式中: $\tilde{J}_{c}^{*} = -(I_{3} + J_{c}^{-1}\tilde{J}_{c})^{-1}J_{c0}^{-1}\tilde{J}_{c}J_{c0}^{-1}$ 。则考虑模型 不确定性的组合体航天器姿态动力学为

$$\dot{\boldsymbol{q}} = \frac{1}{2} \left(\boldsymbol{q}_0 \boldsymbol{I}_3 + \boldsymbol{q}^{\times} \right) \boldsymbol{\omega}$$
(3)

$$J_{c0}\dot{\omega} = -\omega^{\times}J_{c0}\omega + u + d(\omega, u)$$

式 中 : $d(\omega, u) = -J_{c0}\tilde{J}_{c}^{*}(\omega^{\times}J_{c0}\omega) - \omega^{\times}\tilde{J}_{c}^{*}\omega - J_{c0}\tilde{J}_{c}^{*}\omega^{\times}\tilde{J}_{c}^{*}\omega + J_{c0}\tilde{J}_{c}^{*}u + (I_{3} + J_{c0}\tilde{J}_{c}^{*})\tau_{d0}$ 进一步考虑 目标航天器姿态机动以及服务航天器与目标航天 器间存在相对运动所造成的附加转动惯量,式(3) 可写为如下紧凑形式:

 $[0_{3\times 3}, I_3]^{T} \in \mathbb{R}^{6\times 3}$ 为转换矩阵; f(x, u)为模型中的 已知部分,即"先验模型",具有如下形式:

$$f(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u}) = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} (\boldsymbol{q}_0 \boldsymbol{I}_3 + \boldsymbol{q}^{\times}) \boldsymbol{\omega} \\ -\boldsymbol{J}_{c0}^{-1} \boldsymbol{\omega}^{\times} \boldsymbol{J}_{c0} \boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{J}_{c0}^{-1} \boldsymbol{u} \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^6 \quad (5)$$

未知模型部分 $\Delta(x, u) = J_{co}^{-1} d(\omega, u) \in \mathbb{R}^3$ 包含 捕获目标后产生的参数不确定性、目标航天器姿态 机动等不确定项,在此将其写为"状态-控制依赖"的 统一形式。

1.2 问题描述

本论文的控制目标为,针对模型部分未知以及 目标航天器存在姿态机动情况下的系统动力学 (4)。利用在轨运行输入输出数据建立非参数化数 据驱动模型,并进一步提出基于数据驱动模型的组 合体航天器姿态学习控制算法,使得系统状态稳定 快速收敛到平衡点,实现对目标航天器的有效姿态 接管。

2 组合体航天器 GPR 模型建立

2.1 GPR

为实现上述控制目标,组合体姿态动力学模型 中的未知部分 $\Delta(x, u)$ 应当被可靠地、精确地学习得 到。本节将采用GPR方法,根据在轨系统的输入输 出数据建立 $\Delta(x, u)$ 的概率化模型,即假设 $\Delta(\hat{x})$ 满 足高斯过程,其中 $\hat{x} \triangleq [x^{\mathsf{T}}u^{\mathsf{T}}]^{\mathsf{T}} \in \mathbb{R}^9$ 和 $\Delta(x, u) =$ $G^{\dagger}(\dot{x} - f(x, u))$ 分别为GP的训练输入和输出。 GP是函数的分布,由下式完全定义:

 $\Delta(\hat{x}) \sim GP(\mu(\hat{x}), k(\hat{x}, \hat{x}'))$ (6) 式中: $\mu(\hat{x})$ 为先验均值,一般假设其为零,表示对 于未知部分 $\Delta(x, u)$ 无任何先验知识给出; $k(\hat{x}, \hat{x}') \triangleq cov(\Delta(\hat{x}), \Delta(\hat{x}'))$ 为半正定的协方差函数,表征任意2个数据点 (\hat{x}, \hat{x}') 间的相关性。考虑 到对任意连续函数的全局逼近特性,本文选取协 方差函数形式为自动相关性确定的平方指数 核,即:

$$k(\tilde{\boldsymbol{x}}, \tilde{\boldsymbol{x}}') = \sigma_{f}^{2} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\tilde{\boldsymbol{x}} - \tilde{\boldsymbol{x}}'\right)^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\Lambda}^{-1} \left(\tilde{\boldsymbol{x}} - \tilde{\boldsymbol{x}}'\right)\right) (7)$$

式中: $\sigma_f \in \mathbf{R}_{\geq 0}$ 为信号方差;对角矩阵 $\Lambda = \operatorname{diag}(\lambda)$, $\lambda = [\lambda_1^2, \lambda_2^2, \dots, \lambda_d^2]^{\mathsf{T}} \in \mathbf{R}^d$ 为方差尺度向量。

给定含有N组数据的训练集 $\mathcal{D}={\tilde{X}=$

 $[\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_N] \in \mathbb{R}^{N \times 6}, Y = [y_1, y_2, \dots, y_N] \in \mathbb{R}^{N \times 3}$, 其中训练输出 y_i 受到均值为0、标准差为 σ_{ϵ} 的独立 同分布高斯白噪声 $\epsilon \sim \mathcal{N}(0, \sigma_{\epsilon}^2)$ 污染,即 $y_i =$ $\Delta(\tilde{x}_i) + \epsilon, \quad i = (1, 2, \dots, N)$ 。则未知模型部分 $\Delta(x, u)$ 的高斯先验分布和训练集 \mathcal{D} 的模型似然函 数分别为

$$P(\boldsymbol{\Lambda}) = \mathcal{N}(\boldsymbol{\Lambda}|\boldsymbol{0}, \boldsymbol{K}_{N}) \tag{8}$$

$$P(\boldsymbol{Y}|\boldsymbol{\Delta}) = \mathcal{N}(\boldsymbol{Y}|\boldsymbol{\Delta}, \ \sigma_{\varepsilon}^{2}\boldsymbol{I}_{N})$$
(9)

式中: $K_N \in \mathbb{R}^{N \times N}$ 为训练集上的对称且半正定的协 方差矩阵,又称Gram矩阵,具有如下形式:

$$\boldsymbol{K}_{N} = \begin{bmatrix} k(\boldsymbol{x}_{1}, \boldsymbol{x}_{1}) & \cdots & k(\boldsymbol{x}_{1}, \boldsymbol{x}_{N}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ k(\boldsymbol{x}_{N}, \boldsymbol{x}_{1}) & \cdots & k(\boldsymbol{x}_{N}, \boldsymbol{x}_{N}) \end{bmatrix}$$
(10)

根据 Bayes 定理^[19],已知训练集 *D*条件下的后 验概率密度具有如下解析形式:

$$P(\boldsymbol{\Delta}|\mathcal{D}) = \frac{P(\boldsymbol{Y}|\boldsymbol{\Delta}, \mathcal{D})P(\boldsymbol{\Delta})}{P(\boldsymbol{Y})} \infty$$

$$P(\boldsymbol{Y}|\boldsymbol{\Delta}, \mathcal{D})P(\boldsymbol{\Delta}) \infty \mathcal{N}(\boldsymbol{\Delta}|\boldsymbol{K}_{N}(\boldsymbol{K}_{N} + \sigma_{\varepsilon}^{2}\boldsymbol{I}_{N})^{-1}\boldsymbol{Y},$$

$$\sigma_{\varepsilon}^{2}\boldsymbol{K}_{N}(\boldsymbol{K}_{N} + \sigma_{\varepsilon}^{2}\boldsymbol{I}_{N})^{-1}) \qquad (11)$$

结合后验式(11),可得测试点 $\tilde{x}^* \in \mathbf{R}^d$ 的概率密 度为

 $P(\boldsymbol{\Lambda}^{*}|\tilde{\boldsymbol{x}}^{*}, \mathcal{D}) = \int P(\boldsymbol{\Lambda}^{*}|\tilde{\boldsymbol{x}}^{*}, \boldsymbol{\Lambda}, \mathcal{D}) P(\boldsymbol{\Lambda}|\mathcal{D}) d\boldsymbol{\Lambda}(12)$ 式中: $P(\boldsymbol{\Lambda}^{*}|\tilde{\boldsymbol{x}}^{*}, \boldsymbol{\Lambda}, \mathcal{D})$ 服从联合概率密度分布,即:

 $P(\mathbf{\Delta}^*|\tilde{\mathbf{x}}^*,\mathbf{\Delta}, \mathbf{D}) =$

 $\mathcal{N}(\boldsymbol{\Delta}^{*}|\boldsymbol{K}_{*N}\boldsymbol{K}_{N}^{-1}\boldsymbol{\Delta}, \boldsymbol{k}_{**} - \boldsymbol{K}_{*N}\boldsymbol{K}_{N}^{-1}\boldsymbol{K}_{N*}) \quad (13)$ 式中: $[\boldsymbol{K}_{N*}]_{j} = k(\tilde{\boldsymbol{X}}_{j}, \tilde{\boldsymbol{x}}^{*}); \boldsymbol{K}_{*N} = \boldsymbol{K}_{N*}^{\mathrm{T}}; \boldsymbol{k}_{**} = k(\tilde{\boldsymbol{x}}^{*}, \tilde{\boldsymbol{x}}^{*})_{\circ}$ 将式(11)、式(13)代入式(12),最终得到测试点 $\tilde{\boldsymbol{x}}^{*}$ 处值 $\boldsymbol{\Delta}^{*}$ 的后验分布为

 $P(\boldsymbol{\Delta}^{*}|\tilde{\boldsymbol{x}}^{*}, \mathcal{D}) = \mathcal{N}(\mu_{\Delta}(\tilde{\boldsymbol{x}}^{*}), \operatorname{var}_{\Delta}(\tilde{\boldsymbol{x}}^{*})) \quad (14)$ 其中,后验均值函数矩阵 $\mu_{\Delta}(\tilde{\boldsymbol{x}}^{*})$ 和方差函数矩阵 $\boldsymbol{\Sigma}_{\Delta}(\tilde{\boldsymbol{x}}^{*})$ 分别为

$$\boldsymbol{\mu}_{\Delta}(\tilde{\boldsymbol{x}}^*) = \boldsymbol{K}_{*N} (\boldsymbol{K}_N + \sigma_{\varepsilon}^2 \boldsymbol{I}_N)^{-1} \boldsymbol{Y}$$
(15)

$$\boldsymbol{\Sigma}_{\Delta}(\tilde{x}^*) = k_{**} - \boldsymbol{K}_{*N}(\boldsymbol{K}_N + \sigma_{\epsilon}^2 \boldsymbol{I}_N)^{-1} \boldsymbol{K}_{N^*} \quad (16)$$

进一步地,通过极大化对数边缘似然函数:

$$\log P(\mathbf{Y}) = -\frac{N}{2} \log 2\pi - \frac{1}{2} \mathbf{Y}^{\mathrm{T}} (\mathbf{K}_{\mathrm{N}} + \sigma_{\epsilon}^{2} \mathbf{I})^{-1} \mathbf{Y} - \frac{1}{2} \log |\mathbf{K}_{\mathrm{N}} + \sigma_{\epsilon}^{2} \mathbf{I}|$$
(17)

可得最优超参数集合 $\theta = \{\sigma_{\epsilon}^2, \sigma_{f}^2, \lambda\}$ 。由于该 优化问题是非凸的,因而通过共轭梯度下降法求解 超参数的近似最优值。

2.2 基于变分推理的稀疏高斯过程回归

回顾式(17)给出的高斯过程超参数优化过程 可知,对于包含N组数据的训练集,每次梯度下降 迭代都需要对 $N \times N$ 维Gram矩阵 $K_N + \sigma_e^2 I$ 求逆运 算,计算量为 $O(N^3)$;由式(15)和式(16)可知,针对 每一个测试点 \hat{x}^* ,求其对应的预测均值和方差的计 算量分别为O(N)和 $O(N^2)$ 。因此,标准的GPR建 模不适用于大型训练数据集。在组合体航天器姿 态动力学数据驱动建模过程中,为了保证建立的模 型回归精度足够高,通常需要采集大量数据来训练 模型,这就导致了高斯过程的训练和预测速度过 慢。因此,考虑到在轨任务中星载计算机的计算负 担,本节进一步将标准高斯过程稀疏化,以减小在 轨学习算法的计算压力。

高斯过程稀疏化的中心思想是选取包含M组 样本 ($M \ll N$)的数据子集伪输入 $\tilde{X}_{u} =$ [$\tilde{x}_{u,1}, \tilde{x}_{u,2}, \dots, \tilde{x}_{u,m}$]及其对应的伪输出 $\Delta_{u} =$ [$\Lambda_{u,1}, \Lambda_{u,2}, \dots, \Lambda_{u,m}$]来代表整个训练集,在减小训练 以及预测计算复杂度的同时,尽可能保证与标准高 斯过程具有相同的预测精度。最简单的方法是随 机选取该数据子集,然而,由于完整训练集中大量 有效数据被直接忽略,因而这种方法会导致严重的 过拟合和较差的预测效果。另外,变分推理^[20]的目 标是在给定观测的情况下,通过优化的方法对隐函 数的条件分布进行近似,即最小化近似后验分布与 真实后验分布间的KL散度,这与稀疏高斯过程的 基本思想一致。本节将给出一种基于变分推理的 高斯过程稀疏化算法。

在稀疏变分高斯过程中, Λ 的真实后验分布 $P(\Lambda | D)$ 被近似为一个 Gaussian 分布 $q(\Lambda, \Lambda_u) =$ $P(\Lambda | \Lambda_u)q(\Lambda_u)$ 。更具体地说,极大化 log P(Y)的证 据下界(Evidence Lower Bound, ELBO),即:

$$\mathcal{L}(q(\boldsymbol{\Lambda}, \boldsymbol{\Lambda}_{u})) = \int q(\boldsymbol{\Lambda}, \boldsymbol{\Lambda}_{u}) \log \frac{P(\boldsymbol{Y}, \boldsymbol{\Lambda}, \boldsymbol{\Lambda}_{u})}{q(\boldsymbol{\Lambda}, \boldsymbol{\Lambda}_{u})} d\boldsymbol{\Lambda} d\boldsymbol{\Lambda}_{u} = \int P(\boldsymbol{\Lambda}|\boldsymbol{\Lambda}_{u}) q(\boldsymbol{\Lambda}_{u}) \log \frac{P(\boldsymbol{Y}|\boldsymbol{\Lambda})P(\boldsymbol{\Lambda}_{u})}{q(\boldsymbol{\Lambda}_{u})} d\boldsymbol{\Lambda} d\boldsymbol{\Lambda}_{u} = F(q) + \int q(\boldsymbol{\Lambda}_{u}) \log \frac{P(\boldsymbol{\Lambda}_{u})}{q(\boldsymbol{\Lambda}_{u})} d\boldsymbol{\Lambda}_{u}$$
(18)

 $\vec{x} \oplus : F(q) = \int q(\mathbf{A}_u) \int P(\mathbf{A}|\mathbf{A}_u) \log P(\mathbf{Y}|\mathbf{A}) d\mathbf{A} d\mathbf{A}_{u\circ}$

令 $q(\boldsymbol{\Lambda}_{u}) = \mathcal{N}(\boldsymbol{\Lambda}_{u} | \boldsymbol{m}_{u}, \boldsymbol{S}_{u}), 则 可 得 变 分 分 布 q(\boldsymbol{\Lambda}, \boldsymbol{\Lambda}_{u})$ 的 ELBO 的解析形式:

$$\mathcal{L}(q) = -\frac{|N|}{2} \log 2\pi - \frac{1}{2} \log |\sigma_{\epsilon}^{2} I_{N}| - \frac{1}{2\sigma_{\epsilon}^{2}} Y^{\mathsf{T}} Y + \sigma_{\epsilon}^{-2} \boldsymbol{m}_{u}^{\mathsf{T}} \boldsymbol{K}_{M}^{-1} \boldsymbol{K}_{MN} \boldsymbol{Y} - \frac{1}{2\sigma_{\epsilon}^{2}} \boldsymbol{m}_{u}^{\mathsf{T}} \boldsymbol{K}_{M}^{-1} \boldsymbol{K}_{MN} \boldsymbol{K}_{NM} \boldsymbol{K}_{M}^{-1} \boldsymbol{m}_{u} - \frac{1}{2\sigma_{\epsilon}^{2}} \operatorname{tr}(\boldsymbol{K}_{M}^{-1} \boldsymbol{K}_{MN} \boldsymbol{K}_{NM} \boldsymbol{K}_{M}^{-1} \boldsymbol{S}_{u}) - \frac{1}{2\sigma_{\epsilon}^{2}} \operatorname{tr}(\boldsymbol{K}_{N} - \boldsymbol{Q}_{N}) - \frac{1}{2} \log |\boldsymbol{K}_{M}| - \frac{1}{2} \boldsymbol{m}_{u}^{\mathsf{T}} \boldsymbol{K}_{M}^{-1} - \frac{1}{2} \operatorname{tr}(\boldsymbol{S}_{u} \boldsymbol{K}_{M}^{-1}) + \frac{|M|}{2} + \frac{1}{2} \log |\boldsymbol{S}_{u}|$$
(19)

对 ELBO 分别求其对变分参数 m_u 和 S_u 的偏导, 并将其置零,最终可以得到最优后验分布 $q^*(\Lambda_u)$, 其均值 m_u 和方差 S_u 满足:

$$m_{u} = \sigma_{\varepsilon}^{-2} S_{u} K_{M}^{-1} K_{MN} Y$$

$$S_{u} = K_{M} (K_{M} + \sigma_{\varepsilon}^{-2} K_{MN} K_{NM})^{-1} K_{M}$$
(20)

式中: $[K_{MN}]_{ij} = k(\tilde{x}_{ui}, \tilde{x}_j)$ 为伪输入 \tilde{X}_u 和训练输入 \tilde{X} 间的协方差矩阵; K_M 为伪输入自身的协方差矩阵。 将最优分布 $q^*(\Delta_u)$ 代入 $\mathcal{L}(q)$,可得:

$$\mathcal{L}(q) = \log \mathcal{N}(Y|0, \boldsymbol{Q}_{N} + \sigma_{\varepsilon}^{2} \boldsymbol{I}_{N}) - \frac{1}{2\sigma_{\varepsilon}^{2}} \operatorname{tr}(\boldsymbol{K}_{N} - \boldsymbol{Q}_{N})$$
(21)

伪输入点位置 \tilde{X}_{u} 和超参数优化过程通过极大 化式(21)得到,其计算量为 $O(NM^{2}+M^{3})$ 。进而, 根据近似后验分布 $q(\Lambda, \Lambda_{u})$,得到 Λ 的边缘分布为

$$q(\boldsymbol{\Delta}) = \int P(\boldsymbol{\Delta} | \boldsymbol{\Delta}_{u}) q(\boldsymbol{\Delta}_{u}) d\boldsymbol{\Delta}_{u} =$$

$$\mathcal{N} \Big(\mu_{\Lambda}(\tilde{\boldsymbol{x}}), \boldsymbol{\Sigma}_{\Lambda}(\tilde{\boldsymbol{x}}) \Big)$$
(22)

其均值矩阵和方差函数矩阵分别为

$$\mu_{\Delta}(\tilde{x}^{*}) = K_{*M} K_{M}^{-1} m_{u}$$

$$\Sigma_{\Delta}(\tilde{x}^{*}) = k(\tilde{x}^{*}, \tilde{x}^{*}) - K_{*M}(K_{M}^{-1} - K_{M}^{-1} S_{u} K_{M}^{-1}) K_{M*} \quad (23)$$

3 基于GPR的姿态接管控制

2.2节中基于高斯过程构建了组合体航天器姿态动力学中未知部分 $\Delta(\tilde{x})$ 的数据驱动的概率化模型,本节将基于姿态动力学模型式(4)、高斯过程式(6)和式(23)进一步设计控制算法,使得组合体姿态系统状态(Q, ω)稳定快速收敛到平衡点,实现对目标航天器的有效姿态接管。

在进行控制算法设计之前,首先给出所需的引 理和假设如下。

引理 $\mathbf{1}^{[21]}$ 考虑任意预设紧集 $Z_{c} \in \mathbf{Z}$ 上一全局 核函数的再生核 Hilbert 空间 $H(Z_{c})$ 。给定任意正 实数 ϵ 和任意连续函数 $f_{\epsilon} \in C(Z_{\epsilon})$,则存在函数 $f_{H} \in H(Z_{\epsilon})$,使得 $\| f_{\epsilon} - f_{H} \| \leq \epsilon_{\circ}$

假设1 $\Delta(\tilde{x})$ 关于核 $k(\tilde{x}, \tilde{x}')$ 的再生核希尔伯 特空间(Reproducing Kernel Hilbert Space, RKHS) 范数有界,即 $\|\Delta\|_{u} < \infty$ 。

根据引理1,全局核函数可以任意精度逼近任 意连续函数;假设1中的范数 $\| \boldsymbol{\Delta} \|_{\pi}$ 表征了 $\boldsymbol{\Delta}$ 的平滑 程度,其有界性说明所选取的核函数是合适的。因 而,对于任意连续 $\boldsymbol{\Delta}$,在RKHS中都存在一个与其任 意逼近的函数。

引理2 考虑系统(4)和满足假设1的高斯过程,则模型误差 $\|\mu_{\Delta}(\tilde{x}^*) - \Delta(\tilde{x}^*)\|$ 至少以概率(1- δ)³对紧集 $\Omega \subset \mathbb{R}^9$ 上所有 \tilde{x}^* 均有界,即:

 $P\left\{\forall \tilde{x}^* \in \Omega, \left\| \boldsymbol{\mu}_{\boldsymbol{\Delta}}(\tilde{x}^*) - \boldsymbol{\Delta}(\tilde{x}^*) \right\| \leqslant$

$$\left\|\boldsymbol{\beta}\right\| \left\|\boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{\Delta}}^{\frac{1}{2}}(\tilde{\mathbf{x}}^*)\right\| \right\} \geqslant (1-\delta)^3 \quad (24)$$

式中: δ 为小于1的正实数; $\beta = [\beta_1, \beta_2, \beta_3]^T \in \mathbb{R}^3$, 且有:

$$\beta_{j} = \sqrt{2 \left\| \Delta_{j} \right\|_{\mathcal{H}}^{2} + 300 \gamma_{j} \ln^{3} \left(\frac{N+1}{\delta} \right)} \qquad (25)$$

式中: γ_j 为最大信息增益,即 $\gamma_j = \max\{0.5\log|I + \sigma_{\epsilon}^{-2}K_N^j|\}, \forall j = 1, 2, 3.$

引理3 对于有界初始条件,若存在一个连续 且正定的Lyapunov函数V(x),且满足:

$$\pi_1(\|x\|) \leqslant V(x) \leqslant \pi_2(\|x\|)$$

 $\dot{V}(\boldsymbol{x}) \leqslant -c_1 V(\boldsymbol{x}) + c_2 \tag{26}$

式中: π_1, π_2 : **R**^{*n*} → **R** 为 \mathcal{K}_∞ 类函数; c_1, c_2 为正常数。 则系统状态x(t)一致最终有界收敛。

假设2 组合体航天器转动惯量矩阵标称部分 J_{c0} 满足 $\lambda_{min}(J_{c0}) < \lambda_J$,其中 λ_J 为已知常数, $\lambda_{min}(\cdot)$ 为 实对称矩阵的最小特征值。

假设3 定义有界的反馈增益矩阵 $K_{\rho}(\Sigma_{\Delta})$ 和 $K_{\rho}(\Sigma_{\Delta})$ 满足如下条件:

$$\begin{aligned} k_{\rho 1} \| \boldsymbol{x} \|^{2} &\leq \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{K}_{\rho}(\boldsymbol{\Sigma}_{\Delta}) \boldsymbol{x} \leq k_{\rho 2} \| \boldsymbol{x} \|^{2} \\ k_{d 1} \| \boldsymbol{x} \|^{2} &\leq \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{K}_{d}(\boldsymbol{\Sigma}_{\Delta}) \boldsymbol{x} \leq k_{d 2} \| \boldsymbol{x} \|^{2} \end{aligned}$$
(27)

式中: kp1、kp2、kd1、kd2均为正常数。

则基于稀疏变分高斯过程的控制律可设计为

$$\boldsymbol{u} = -\boldsymbol{K}_{\rho}(\boldsymbol{\Sigma}_{\Delta})\boldsymbol{q} - \boldsymbol{K}_{d}(\boldsymbol{\Sigma}_{\Delta})\boldsymbol{\omega} - J_{c0}\boldsymbol{\mu}_{\Delta}(\boldsymbol{\tilde{x}}^{*}) + \boldsymbol{\omega}^{\times}\boldsymbol{J}_{c0}\boldsymbol{\omega}$$
(28)

本节的主要结果在定理1中给出。

定理1 考虑由式(3)和式(4)描述的存在未 知动力学模型,以及目标可能存在姿态机动能力情 况的组合体航天器姿态动力学和假设1~假设3, 其中未知模型部分动力学 $\Delta(\hat{x})$ 由高斯过程(6)学 习得到。若控制律设计具有如式(28)所示的形式, 则组合体航天器的姿态四元数和姿态角速度以概 率 $(1-\delta)^3$ 一致最终有界且收敛到紧集 Ω_1 和 Ω_2 中。

证 将控制律(28)代入动力学方程(3)中,得 到闭环系统:

$$J_{c0}\dot{\boldsymbol{\omega}} = -K_{\rho}(\boldsymbol{\Sigma}_{\Delta})\boldsymbol{q} - K_{d}(\boldsymbol{\Sigma}_{\Delta})\boldsymbol{\omega} - J_{c0}\boldsymbol{\mu}_{\Delta}(\tilde{\boldsymbol{x}}^{*}) + \boldsymbol{d}(\boldsymbol{\omega},\boldsymbol{u})$$
(29)

考虑Lyapunov候选函数为

$$V = (K_{\rho}(\boldsymbol{\Sigma}_{\Delta}) + vK_{d}(\boldsymbol{\Sigma}_{\Delta}))((1 - \boldsymbol{q}_{0})^{2} + \boldsymbol{q}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{q}) + \frac{1}{2}\boldsymbol{\omega}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{J}_{c0}\boldsymbol{\omega} + v\boldsymbol{q}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{J}_{c0}\boldsymbol{\omega}$$
(30)

式中:v为正常数。则可求V沿时间的导数:

$$\dot{V} = \left(K_{\rho}(\boldsymbol{\Sigma}_{\Delta}) + vK_{d}(\boldsymbol{\Sigma}_{\Delta}) \right) q^{\mathsf{T}} \boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{\omega}^{\mathsf{T}} \left(-K_{\rho}(\boldsymbol{\Sigma}_{\Delta}) q - K_{d}(\boldsymbol{\Sigma}_{\Delta}) \boldsymbol{\omega} - J_{c0} \boldsymbol{\mu}_{\Delta}(\tilde{\boldsymbol{x}}^{*}) + d(\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{u}) \right) + \frac{1}{2} v \boldsymbol{\omega}^{\mathsf{T}} (\boldsymbol{q}_{0} \boldsymbol{I}_{3} + \boldsymbol{q}^{\times}) J_{c0} \boldsymbol{\omega} + v \boldsymbol{q}^{\mathsf{T}} \left(-K_{\rho}(\boldsymbol{\Sigma}_{\Delta}) \boldsymbol{q} - K_{d}(\boldsymbol{\Sigma}_{\Delta}) \boldsymbol{\omega} - J_{c0} \boldsymbol{\mu}_{\Delta}(\tilde{\boldsymbol{x}}^{*}) + d(\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{u}) \right)$$
(31)
进而根据 Cauchy-Schwartz 不等式,可得:

$$\dot{V} \leqslant -vk_{\rho 1} \| \boldsymbol{q} \|^{2} - (k_{d 1} - \frac{1}{2}v) \boldsymbol{\lambda}_{J} \| \boldsymbol{\omega} \|^{2} + (\boldsymbol{\omega} + v\boldsymbol{q})^{\mathrm{T}} (\boldsymbol{d}(\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{u}) - \boldsymbol{J}_{c 0} \boldsymbol{\mu}_{\Delta}(\tilde{\boldsymbol{x}}^{*}))$$
(32)

进一步结合引理2,有下式成立: p(y < y < y) = p(y < y)

$$P\left(V \leqslant -\boldsymbol{\lambda}_{\min}(\boldsymbol{M}_{l}) \| \boldsymbol{x} \| + \boldsymbol{\lambda}_{l}(\| \boldsymbol{\omega} \| + v \| \boldsymbol{q} \| \| \boldsymbol{\beta}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\Sigma}_{\Delta}^{1/2} \|)\right) \geq (1 - \delta)^{3}$$
(33)

式中: M_l =diag[vk_{p1} , $-(k_{d1} - 1/2v)\lambda_J$]。根据 V 的定义,可知:

$$V \leqslant \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{M}_{s} \boldsymbol{x} \leqslant \boldsymbol{\lambda}_{\mathrm{max}}(\boldsymbol{M}_{s}) \| \boldsymbol{x} \|^{2} \qquad (34)$$

其中,

$$M_{s} = \begin{bmatrix} 2(k_{p2} + vk_{d2}) & \frac{1}{2}v\lambda_{J} \\ \frac{1}{2}v\lambda_{J} & \frac{1}{2}\lambda_{J} \end{bmatrix}$$

再结合 q 和 ω 的有界性,即 $||q|| \leq \sqrt{V/(k_{p2} + vk_{d2})}, ||\omega|| \leq \sqrt{2V/\lambda_J},$ 可得:

$$P\left\{\dot{V}\leqslant -\frac{\lambda_{\min}(M_{l})}{\lambda_{\max}(M_{s})}V+\lambda_{l}\left(\sqrt{\frac{2V}{\lambda_{J}}}+v\sqrt{\frac{V}{k_{p2}+vk_{d2}}}\right)\varepsilon\right\}\geqslant (1-\delta)^{3} (35)$$

式中: $\varepsilon \gg \| \boldsymbol{\beta}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\Sigma}_{\Delta}^{1/2}(\tilde{x}^*) \|_{\circ}$

为进一步研究系统状态的收敛特性,在此定义 函数 $L(t) = \sqrt{V(t,x)}$ 。则式(35)可重写为关于L的不等式:

$$P\left\{\dot{W}\leqslant -\frac{\lambda_{\min}(M_{l})}{2\lambda_{\max}(M_{s})}W + \frac{\lambda_{l}\varepsilon}{\sqrt{2}}\vartheta\right\} \geq (1-\delta)^{3} (36)$$

式中:
$$\vartheta = \left(\sqrt{\frac{1}{2\lambda_J}} + v\sqrt{\frac{1}{2(k_{p2} + vk_{d2})}}\right)$$
。根据比较

性原理,有:

$$0 \leqslant \sqrt{V(t)} \leqslant \left(\sqrt{V(0)} - s_1\right) e^{-s_2 t} + s_1 \quad (37)$$

式 中 :
$$s_1 = \sqrt{2} \lambda_J \vartheta \lambda_{\max}(M_s) / \lambda_{\min}(M_l); \quad s_2 = \lambda_{\min}(M_l) / (2\lambda_{\max}(M_s))$$
。当 $t \rightarrow \infty$ 时,可得:

$$\lim_{t \to \infty} \sup \sqrt{V(t)} \leqslant s_1 \tag{38}$$

再 由 V 的 定 义 , 可 知 $V \leq 2(k_{p2} + vk_{d2})(1 - q_0), 则:$

$$\lim_{t \to \infty} \sup \|\boldsymbol{q}_0\| \ge 1 - \frac{s_1^2}{2(k_{p2} + vk_{d2})}$$
(39)

式中:sup(·)为函数的上确界。

$$\lim_{t \to \infty} \sup \|\boldsymbol{q}\| \leq \sqrt{1 - \left(1 - \frac{s_1^2}{2\left(k_{p2} + vk_{d2}\right)}\right)^2} \,\boldsymbol{\lambda}_J \triangleq \boldsymbol{\Omega}_1 \tag{40}$$

另一方面,根据
$$\|\boldsymbol{\omega}\| \leq \sqrt{2V/\lambda_J}$$
,可得:
$$\lim_{\boldsymbol{\omega}} \sup \|\boldsymbol{\omega}\| = \sqrt{2/\lambda_J} s_1 \triangleq \Omega_2$$

即系统状态 $q 和 \omega$ 最终可收敛到紧集 $\Omega_1 和 \Omega_2$ 中。证明完毕。

注1 控制律式(28)主要由2部分构成:1)变 增益反馈控制,其反馈增益随GP预测方差(即模型 学习置信程度)变化而变化,若当前GP模型与真实 模型误差较大,反馈控制将会给出较大的控制输入 以使系统镇定,有效提高算法的鲁棒性;2)"半"前 馈控制,这里"半"的定义指,系统不确定性的由GP 预测均值 $\mu_{\Delta}(\tilde{x})$ 补偿,也是系统状态的函数,因而 并非传统的前馈控制。

(41)

4 仿真分析

本章将基于几种典型在轨场景下的数值仿真 结果,验证并分析所提出学习控制算法的有效性。 GPR算法是借助PILCO^[22]工具箱完成的,组合体航 天器的几何构型由 Matlab/SimMechanics环境定 义,其中服务航天器转动惯量为 diag[405 405 405]kg·m²,质量为1080 kg,各 段机械臂连杆长度分别为0.73、1.00、2.00 m,各段 机械臂质量均为6 kg,各段机械臂转动惯量分别为 diag[0.03 0.73 0.73]kg·m²;目标航天器转动 惯量为 diag[36.8 37.5 36.8]kg·m²,质量为 75 kg,两侧帆板尺寸为1.5 m×0.8 m×0.01 m,星箭 对接环尺寸(内径/外径)分别为0.423、0.443 m。

4.1 GP模型的训练与验证

为构建训练数据集,组合体航天器应由合适的 输入信号进行激励。本文采用PD控制律下受控跟 踪的数据收集场景。服务航天器初始姿态四元数 为 $Q_{s0} = [0.85 \quad 0.32 \quad -0.30 \quad 0.27]^{\mathrm{T}}$,初始姿态角 速度为 $\omega_{s0} = [0.05 - 0.05 - 0.03]^{T}$ rad/s。PD 控制的反馈增益矩阵选取为 $K_{\rho} = 0.2 J_{c0}, K_{d} =$ $0.5J_{c0}$, 且 期 望 角 速 度 为 ω_{sd} = $[0.01\sin 0.6t - 0.01\sin 0.5t - 0.02\sin 0.8t]^{T}$ rad/s_o 将该激励信号连续作用于组合体 50 s,以 10 Hz 的 频率收集数据对 $\{\tilde{x}_i, y_i\}$ 存储于训练集 \mathcal{D} 中。考虑 到传感器测量过程,GP训练输出数据受到分布为 N~(0,0.2)的高斯白噪声污染。假设组合体航天 器标称转动惯量选取为 $J_{co}=$ diag[600,405,600]kg·m²。数据收集完成后,给定 初始超参数 $\theta_0 = [1_{11}, 1_{11}, 1_{11}]$ 。对于稀疏 GP, 伪数 据集大小M=50,其初值在训练集 D中随机选取。 采用共轭梯度下降法分别极大化式(17)和式(21) 以获取标准 GP 和稀疏 GP 的最优超参数 θ^* 。训练 完成的GP模型在训练集 *D*上的验证响应曲线结果 如图2和图3所示。2种GP模型回归的响应曲线如 图2所示,其中,红色虚线和黑色点划线分别表示标 准 GP 和 SVGP 的预测均值, 阴影区域表示预测均 值处的95%置信区间,红色散点为受噪声污染的测 量数据,纵坐标 $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$ 分别为 $\Lambda(\tilde{x})$ 的三轴分量。 2种GP模型回归误差绝对值如图3所示,其中蓝色 阴影为标准 GP 回归误差绝对值, 红色阴影为 SVGP回归误差绝对值。可以看出,2种GP模型都 能在噪声干扰下很好地拟合未知模型 $\Delta(\tilde{x})$ 的真实值,预测均值与真值间误差保持在 10^{-2} 量级。



图 2 PD 控制律激励下 GP 模型响应曲线及 95% 置信区间 Fig. 2 Responses of the GPR model with the 95% confidence interval under the PD controller



图3 PD控制律激励下GP模型回归误差绝对值

Fig. 3 Absolute value of the GPR model error under the PD controller

同时,标准GP和SVGP(粗体表示)在不同容量的数据集上的学习效果在训练时间和回归误差方面的量化对比见表1。由于训练阶段的计算量与数据集容量之间呈立方相关,随着数据集容量从500增加到2000,标准GP训练所需时间从6.31 s显著增长到303.78 s,而稀疏GP模型的训练时间仅从1.56 s增加到3.64 s,但仍保持了与标准GP相当水平的均方误差。在实际应用中,数据集容量的大小是计算量与回归精度之间的权衡。

表1 GP训练时间、回归精度与数据集容量之间关系

Tab. 1 Relationship of the GP training time, regression precision, and data set capacity

数据集容量	训练时间/s	回归精度(MSE)/×10 ⁻⁴
500	6.31	9.921 9
	1.56	12.130 0
1 000	41.65	5.596 0
	2.89	6.331 2
2 000	303.78	2.095 2
	3.64	2.413 8

4.2 存在未知模型不确定性时的仿真场景

本小节进一步给出所提出算法在线应用的仿 真结果。假设目标航天器在整个姿态接管任务过 程中始终进行主动姿态机动:当服务航天器对目标 航天器施加姿态控制力矩使其偏离初始姿态指向 时,目标航天器将对该力矩产生"对抗"控制力矩。 此时,未知模型不确定性中包含2部分:1)除标称 刚体模型外的未知姿态动力学;2)因目标航天器自 身姿态指向偏移期望值,其产生的姿态对抗力矩对 整个组合体航天器造成的附加姿态动力学。目标 航天器的主动姿态控制律选为PD形式:

$$\boldsymbol{u}_t = -\boldsymbol{K}_{pt} \boldsymbol{q}_{te} - \boldsymbol{K}_{dt} \boldsymbol{\omega}_t \qquad (42)$$

式中: K_{μ} =0.02 J_{t} ; K_{dt} =0.05 J_{t} ; $q_{te} = q_{td}^{-1} \otimes q_{t}$, q_{td} 为目 标航天器本体坐标系相对惯性坐标系的初始姿态 四元数矢量部分在标航天器本体坐标系中的表示。 根据仿真环境中的航天器几何构型, 令 q_{td} = [-0.251, 0.023 5, 0.084]^T。

服务航天器初始欧拉角为[5,0, -20][°],初始 姿态角速度为 ω_{s0} =[0.01,0.02,0.01]^T rad/s。在仿 真开始的前50s,对组合体航天器施加PD形式的激 励力矩以构建高斯过程的训练数据集 \mathcal{D} ,其反馈增 益为: $K_{\rho0}$ =0.1 J_{c0} , K_{d0} =0.3 J_{c0} 。仿真进行50s时,在 数据集 \mathcal{D} 上训练稀疏GP模型,同时更新控制律至 式(28)。式中,反馈增益矩阵分别选取为

 $\boldsymbol{K}_{\rho}(\boldsymbol{\Sigma}_{\Delta}) = 0.02 \boldsymbol{J}_{c0} + 0.1 \boldsymbol{\Sigma}_{\Delta}^{1/2}(\tilde{\boldsymbol{x}}^{*}) \boldsymbol{J}_{c0}$

 $\boldsymbol{K}_{d}(\boldsymbol{\Sigma}_{\Delta}) = 0.05 \boldsymbol{J}_{c0} + 0.2 \boldsymbol{\Sigma}_{\Delta}^{1/2}(\tilde{\boldsymbol{x}}^{*}) \boldsymbol{J}_{c0}$ (43)

同时,为验证在未训练区域基于GP的学习控制 算法的泛化性能与控制效果,在系统镇定后,组合体 航天器姿态被要求重新机动至新的姿态指向 Q_s = [0.963,0.10, -0.15,0.20]^T。注意到该姿态指向远 离初始训练集。在2种控制律作用下服务航天器的 姿态四元数、角速度和控制力矩随时间变化的曲线, 如图 4~图 6 所示,其中纵坐标 $\{q_{s1}, q_{s2}, q_{s3}\}$ 、 $\{\omega_{sx}, \omega_{sy}, \omega_{sz}\}$ 和 $\{u_x, u_y, u_z\}$ 分别为对应向量的三轴分量。



Fig. 4 Attitude quarternions of the service spacecraft



Fig. 5 Attitude angular velocities of the servicer spacecraft





可以看到,在目标存在如式(42)所示 PD 控制 形式的主动姿态机动力矩以及未知模型不确定性 的作用下,2种控制算法均可实现姿态镇定的目标。 从图4和图5可得,本文提出的基于稀疏GP的学习 控制律无论是在动态响应还是稳态误差都较于基 准控制律得到了明显的提升,最后可以使得状态收 敛至更小的集合内。这主要取决于GP模型补偿机 制的引入,因而目标姿态机动力矩和模型未知部分 可以在控制律中被有效补偿。

姿态重机动后标准 GP 模型响应如图 7 所示。 当组合体航天器姿态机动至训练集之外的区域时, GP 的预测方差(由阴影填充的 95% 置信区间表示) 显著增加,表示当前 GP 的预测均值与实际未知函 数值之间具有较大误差,这也使得本文提出的基于 GP 的学习控制算法的反馈增益适当增大以进一步 抵抗模型误差带来的负面影响。





注2 $K_{\rho}(\Sigma_{\Delta}) n K_{d}(\Sigma_{\Delta})$ 中包含组合体航天器 系统模型的先验知识,即标称转动惯量 J_{co} 是根据服 务航天器参数并结合工程经验合理选取的。在实 际在轨任务中,当目标航天器被服务航天器捕获 后,服务航天器通常会尝试提高反馈增益以输出较 大的控制力矩,实现对整个组合体航天器的姿态接 管,但这一做法可能导致较差的控制效果或不必要 的能量消耗。归功于GP的概率化建模特性,既可 预测测试点处的均值还可得到对应的预测方差,这 使得我们可以对预测结果的准确程度加以量化。 因而基于本章中提出的基于GP的姿态接管学习控 制算法,当组合体航天器系统状态处于已训练区域 内时,反馈增益可以始终保持在较低水平;一旦发 生未知外部情况,如目标发生姿态机动或任务需要 姿态重新机动至新的平衡点,则GP预测方差*Σ*_Δ将 显著增加,相应地导致反馈增益也随之增大,以使 得组合体航天器重新镇定。

5 结术语

本文研究了目标存在未知姿态机动特性的空间非合作目标捕获后的姿态接管控制问题。针对 捕获后的姿态镇定问题,同时考虑到在轨任务的实 时性、星载计算机的计算资源有限等因素,提出了 一种基于稀疏GP的姿态接管学习控制策略,其反 馈控制增益的大小可随GP模型的置信度而自适应 地变化,并证明了系统状态可以实现概率意义上的 最终一致有界收敛到平衡点附近的邻域内。相比 于现有研究方法,本文所提出的控制策略可避免耗 时的在轨模型精确辨识过程,同时对测量噪声、外 界干扰、目标主动姿态机动具有较强的鲁棒性,可 有效支撑在轨任务的高效处理。

参考文献

- [1] 杨自鹏,胡声超,周佑君,等.多任务在轨服务模块化智能航天器技术研究[J].宇航总体技术,2019,3(4): 15-20.
- [2] 龚自正,徐坤博,牟永强,等.空间碎片环境现状与主动 移除技术[J].航天器环境工程,2014,31(2):129-135.
- [3] 肖余之, 靳永强, 陈欢龙, 等. 在轨服务若干关键技术研 究进展[J]. 上海航天(中英文), 2021, 38(3): 85-95.
- [4] LEBLOND P, LE BERRE F. ATV mission operations-system testing and operability with space network system [C]// Proceedings the 24th AIAA International Communications Satellite Systems Conference. Reston, USA: AIAA Press, 2006: 2006-5407.
- [5] ODA M. Experiences and lessons learned from the ETS-\I robot satellite [C]// Proceedings of the International Conference on Robotics and Automation. Washington D.C., USA: IEEE Press, 2000: 914-919.
- [6] LIU H, LI Z, LIU Y, et al. Key technologies of TianGong-2 robotic hand and its on-orbit experiments
 [J]. Scientia Sinica Technologica, 2018, 48(12):1313-1320.
- [7] FLORES-ABAD A, CRAIN A, NANDAYAPA M, et al. Disturbance observer-based impedance control for a compliance capture of an object in space [C]//

Proceedings of AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference. Reston, USA: AIAA Press, 2018: 1329.

- [8] HOVELL K, ULRICH S. Postcapture dynamics and experimental validation of subtethered space debris [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2017, 41 (2):519-525.
- [9] WANG Z, YUAN J, CHE D. Adaptive attitude takeover control for space non-cooperative targets with stochastic actuator faults [J]. Optik, 2017, 137: 279-290.
- [10] ZHAO Q, DUAN G. Concurrent learning adaptive finite-time control for spacecraft with inertia parameter identi fi cation under external disturbance [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2021, 57(6): 3691-3704.
- [11] GUO X, TIAN M, LI Q, et al. Multiple-fault diagnosis for spacecraft attitude control systems using RBFNN-based observers [J]. Aerospace Science and Technology, 2020, 106: 106195.
- [12] CHEN B, WU C, JAN Y. Adaptive fuzzy mixed H_2/H_∞ attitude control of spacecraft [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2000, 36(4): 1343-1359.
- [13] WILLIAMS C K, RASMUSSEN C E. Gaussian processes for regression[C]// NIPS. 1995: 2877073.
- [14] BECKERS T, KULIĆ D, HIRCHE S. Stable gaussian process based tracking control of Eulerlagrange systems[J]. Automatica, 2019, 103: 390-397.

- [15] LIU Y, TÓTH R. Learning based model predictive control for quadcopters with dual gaussian process
 [C]// 60th IEEE Conference on Decision and Control. Washington D. C., USA: IEEE Press, 2021: 1515-1522.
- [16] PENG H, BAI X. Gaussian processes for improving orbit prediction accuracy [J]. Acta Astronautica, 2019, 161: 44-56.
- [17] 庞梦非,朱春艳,张美艳,等.具有不确定性连接刚度的 太阳电池阵基频分析[J].上海航天(中英文),2017,34 (6):103-108.
- [18] MILLER K. On the inverse of the sum of matrices [J]. Mathematics Magazine, 1981, 54(2): 67-72.
- [19] THEODORIDIS S. Machine learning: a Bayesian and optimization perspective [M]. London, United Kingdom: Academic Press, 2015.
- [20] BLEI D M, KUCUKELBIR A, MCAULIFFE J D. Variational inference: a review for statisticians [J]. Journal of the American statistical Association, 2017, 112(518):859-877.
- [21] STEINWART I, CHRISTMANN A. Support vector machines [M]. Berlin, Germany: Springer Science &. Business Media, 2008.
- [22] DEISENROTH M, RASMUSSEN C E. PILCO: a model-based and data-efficient approach to policy search [C]//Proceedings of the 28th International Conference on Machine Learning. New York, USA: ACM Press, 2011:465-472.