SO(3)上航天器自适应反步姿态跟踪控制

史忠军[1],邵长宝[2,3],张剑桥[2,3],赵艳彬[2,3]

(1.上海航天技术研究院,上海 201109;2.上海卫星工程研究所,上海 201109;
3.上海航天技术研究院 北京研发中心,北京 100081)

摘　要: 针对刚体航天器姿态跟踪控制问题,提出了一种自适应反步控制方法。首先,考虑模型不确定性和外部干扰影响,通过引入一个非负定的势函数来描述姿态跟踪误差,在特殊正交李群SO(3)上建立描述航天器姿态运动的相对动力学方程,所建立的动力学模型有效地避免了用修正罗德里格参数或四元数描述航天器姿态时引起的奇异和退绕等问题;其次,设计的自适应反步控制器可保证闭环控制系统最终一致有界收敛,并用李亚普诺夫理论严格证明了闭环系统的稳定性;此外,设计的自适应控制律可以有效地处理系统总干扰;最后,针对航天器姿态跟踪控制场景进行数值仿真分析。结果表明:与传统PD控制器相比,所设计的控制器可以有效地提高控制性能。

关键词: 姿态跟踪; 自适应反步控制; 势函数; SO(3); 一致最终有界

中图分类号: V 448.2　　**文献标志码:** A　　**DOI:** 10.19328/j.cnki.2096-8655.2021.05.011

Adaptive Backstepping Attitude Tracking Control for Spacecraft on SO(3)

SHI Zhongjun[1], SHAO Changbao[2,3], ZHANG Jianqiao[2,3], ZHAO Yanbin[2,3]

(1.Shanghai Academy of Spaceflight Technology, Shanghai 201109, China; 2.Shanghai Institute of Satellite Engineering, Shanghai 201109, China; 3.Beijing R&D Center, Shanghai Academy of Spaceflight Technology, Beijing 100081, China)

Abstract: An adaptive backstepping control scheme is proposed to address the problem of attitude tracking control of rigid spacecraft. First, considering model uncertainties and external disturbances, a non-negative potential function is introduced to describe the attitude tracking error, and the relative attitude dynamics equations are developed on the special orthogonal Lie group SO(3), where singularities and unwinding problems associated with other attitude representations such as modified Rodriguez parameters (MRPs) or quaternions are avoided. By designing an adaptive law to deal with the system total disturbance, the proposed controller can guarantee the ultimately uniformly bounded convergence of the closed-loop system, whose stability is proved strictly by using the Lyapunov theory. In addition, the designed adaptive control law can effectively deal with the total disturbance of the system. Finally, numerical simulations are carried out on spacecraft attitude tracking scenarios. The results demonstrate that, compared with the traditional proportion-derivative (PD) controller, the designed controller can effectively improve the control performance.

Key words: attitude tracking; adaptive backstepping control; potential function; SO(3); ultimately uniformly bounded

0　引言

航天器姿态控制是实现编队飞行、交会对接、卫星通信、高分辨率对地观测等任务的关键技术[1-4]。对于在轨运行航天器,受恶劣太空环境以及燃料消耗等因素影响,在进行航天器控制器设计时,往往需要解决转动惯量不确定性以及外部干扰

收稿日期: 2021-06-08; **修回日期:** 2021-08-05

基金项目: 国家自然科学基金青年基金(62103284);上海市自然科学基金(19ZR1453300)

作者简介: 史忠军(1975—),男,硕士,高级工程师,主要研究方向为航天器总体设计、控制。

通信作者: 张剑桥(1993—),男,博士,主要研究方向为航天器姿轨一体化动力学建模与控制、航天器姿态控制、基于人工智能的航天器最优控制。

等问题。此外,航天器姿态动力学的非线性特性为高精度姿态控制的实现增加了难度。因此,近年来有大量学者在考虑航天器存在转动惯量不确定性以及外部干扰情况下,采用非线性控制理论进行控制器设计,解决航天器姿态控制问题。

文献[2,5]利用反步控制理论,解决了服务航天器与非合作航天器构成的组合体航天器的姿态稳定控制问题。LIU 等[6]通过设计 H_∞控制器解决了柔性航天器姿态稳定控制和振动抑制问题。XIAO 等[7]利用滑模控制理论设计控制器,解决了航天器姿态跟踪和执行机构容错控制问题。其中,反步控制方法因具有针对控制器设计、对干扰的鲁棒性高等特点,在航天器控制领域被广泛应用[8]。需要指出的是,在上述文献中航天器的姿态或采用局部坐标表示,或利用四元数和修正罗德里格参数(Modified Rodriguez Parameters, MRPs)进行描述。然而,采用局部坐标或修正罗德里格参数描述航天器姿态运动时存在奇异问题,四元数则需要考虑退绕问题[1]。

由于方向余弦矩阵可以在 SO(3)上全局无奇异地描述刚体姿态,因此文献[9-10]基于方向余弦矩阵描述航天器姿态来建立动力学模型,解决了姿态跟踪控制问题。但是,由于 SO(3)的非线性特性,在 SO(3)上直接进行控制器设计比较困难[11]。文献[11-13]通过定义一个非负定的势函数描述姿态跟踪误差,将姿态动力学修改为易于进行控制器设计的形式,解决了刚体的姿态跟踪控制问题,但设计的传统的比例-微分(PD)控制器对干扰的鲁棒性差,且响应速度慢,控制精度低。ZHANG 等[1]基于此建模和控制器设计思想,采用滑模控制理论解决了航天器姿态跟踪控制问题,但却没有考虑模型不确定性和外部干扰。

基于上述国内外研究现状介绍与分析,本文针对存在模型不确定性和外部干扰的刚体航天器姿态跟踪控制问题展开研究。首先,在系统存在模型不确定性和外部干扰情况下,通过定义姿态误差势函数,推导建立 SO(3)上航天器相对姿态动力学模型;然后,设计自适应反步控制器对模型进行控制,并对系统的稳定性进行严格的数学证明;最后,通过数值仿真验证所提出的控制算法的有效性。

1 姿态动力学描述

本文研究全驱动刚性航天器的姿态跟踪控制问题。首先,为描述航天器的姿态运动,定义航天器本体坐标系 F_b和地球惯性坐标系 F_I。F_I的原点为地球质心,ox_I沿着黄赤交线指向春分点,oz_I轴与地球自转轴重合,oy_I轴通过右手定则确定;F_b的原点为航天器质心,ox_b、oy_b、oz_b三个坐标轴与航天器的三个惯性主轴重合。航天器的姿态记为 F_b到 F_I的转动矩阵 $\boldsymbol{C}\in \mathrm{SO}(3)$。SO(3)为由特殊正交矩阵构成的 Lie 群,满足:$\mathrm{SO}(3)=\left\{\boldsymbol{C}\in \mathrm{R}^{3\times 3}: \boldsymbol{C}^\mathrm{T}\boldsymbol{C}=\boldsymbol{I}_{3\times 3}, \det(\boldsymbol{C})=1\right\}$,其中,R 为实数集合;$(\ )^\mathrm{T}$为矩阵的转置;$\boldsymbol{I}_{3\times 3}$为 3×3 的单位矩阵;det( )为计算一个矩阵的行列式。用方向余弦矩阵描述的航天器姿态运动学和动力学方程为[1]

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{C}}=\boldsymbol{C}\boldsymbol{\omega}^\times\\ \boldsymbol{J}\dot{\boldsymbol{\omega}}=-\boldsymbol{\omega}^\times\boldsymbol{J}\boldsymbol{\omega}+\boldsymbol{u}_\mathrm{c}+\boldsymbol{d}\end{cases}\tag{1}$$

式中:$\boldsymbol{\omega}=[\omega_1,\omega_2,\omega_3]^\mathrm{T}\in \mathrm{R}^{3\times 1}$为本体系下航天器本体坐标系相对于惯性坐标系的姿态角速度;$\boldsymbol{J}\in \mathrm{R}^{3\times 3}$为航天器转动惯量;$\boldsymbol{u}_c\in \mathrm{R}^{3\times 1}$为航天器执行机构产生的控制力矩;$\boldsymbol{d}\in \mathrm{R}^{3\times 1}$为航天器所受的外部干扰力矩。

$(\ )^\times:\mathrm{R}^{3\times 1}\rightarrow \varsigma o(3)$为计算任意一个三维向量 $\boldsymbol{x}=[x_1,x_2,x_3]^\mathrm{T}\in \mathrm{R}^{3\times 1}$的反对称矩阵,具体形式为

$$\boldsymbol{A}=\boldsymbol{x}^\times=\begin{bmatrix}0&-x_3&x_2\\x_3&0&-x_1\\-x_2&x_1&0\end{bmatrix}\in \varsigma o(3)\tag{2}$$

式中:$\varsigma o(3)=\{\boldsymbol{A}\in \mathrm{R}^{3\times 3}|\boldsymbol{A}^\mathrm{T}=-\boldsymbol{A}\}$为 SO(3)的李代数。

记航天器的目标姿态为 $\boldsymbol{C}_\mathrm{d}$,且满足 $\dot{\boldsymbol{C}}_\mathrm{d}=\boldsymbol{C}_\mathrm{d}\boldsymbol{\omega}_\mathrm{d}^\times(t),\forall t\geqslant 0$,其中,$\boldsymbol{\omega}_\mathrm{d}\in C^1\cap L_\infty$为航天器的目标角速度,则可以得到航天器的姿态跟踪误差和角速度跟踪误差为

$$\begin{cases}\boldsymbol{C}_\mathrm{e}=\boldsymbol{C}_\mathrm{d}^\mathrm{T}\boldsymbol{C}\\ \tilde{\boldsymbol{\omega}}=\boldsymbol{\omega}-\boldsymbol{C}_\mathrm{e}^\mathrm{T}\boldsymbol{\omega}_\mathrm{d}\end{cases}\tag{3}$$

对 $\boldsymbol{C}_\mathrm{e}$和 $\tilde{\boldsymbol{\omega}}$求导,并将式(1)代入,可以得到航天器的姿态误差运动学和动力学方程为

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{C}}_\mathrm{e}=\boldsymbol{C}_\mathrm{e}\tilde{\boldsymbol{\omega}}^\times\\ \boldsymbol{J}\dot{\tilde{\boldsymbol{\omega}}}=-\boldsymbol{\omega}^\times\boldsymbol{J}\boldsymbol{\omega}+\boldsymbol{u}_\mathrm{c}+\boldsymbol{d}+\boldsymbol{J}(\tilde{\boldsymbol{\omega}}^\times\boldsymbol{C}_\mathrm{e}^\mathrm{T}\boldsymbol{\omega}_\mathrm{d}-\boldsymbol{C}_\mathrm{e}^\mathrm{T}\dot{\boldsymbol{\omega}}_\mathrm{d})\end{cases}\tag{4}$$

为解决航天器姿态跟踪控制问题,需要设计控制器 $\boldsymbol{u}_\mathrm{c}$,使得 $\tilde{\boldsymbol{\omega}}=0,\boldsymbol{C}_\mathrm{e}=\boldsymbol{I}_{3\times 3}$。然而,SO(3)是一个具有 9 个元素和 6 个约束的非线性微分流形,姿态误差运动学中 $\boldsymbol{C}_\mathrm{e}$的存在导致在 SO(3)上直接进行控制器设计比较困难[12]。一种常用的处理方式是通过定义一个非负定的误差势函数,将 $\boldsymbol{C}_\mathrm{e}$转化为一

个三维姿态误差向量,然后对姿态误差运动学方程进行修改,再基于修正后的模型进行控制器设计。本文选用文献[13]中定义的姿态误差函数:

$$\boldsymbol{\Psi}(\boldsymbol{C},\boldsymbol{C}_{\mathrm{d}})=\frac{1}{2}\operatorname{tr}\left[\boldsymbol{K}(\boldsymbol{I}_{3\times3}-\boldsymbol{C}_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C})\right] \tag{5}$$

式中:$\boldsymbol{K}=\operatorname{diag}(k_1,k_2,k_3)>0$ 为正定对角矩阵;tr() 为求矩阵的迹;姿态误差函数 $\boldsymbol{\Psi}(\boldsymbol{C},\boldsymbol{C}_{\mathrm{d}})$ 关于 $\boldsymbol{C}=\boldsymbol{C}_{\mathrm{d}}$ 局部正定,当 $\boldsymbol{C}=\boldsymbol{C}_{\mathrm{d}}$ 时,$\boldsymbol{\Psi}(\boldsymbol{C},\boldsymbol{C}_{\mathrm{d}})=0$[13]。

对 $\boldsymbol{\Psi}(\boldsymbol{C},\boldsymbol{C}_{\mathrm{d}})$ 取导数,有

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\Psi}(\boldsymbol{C},\boldsymbol{C}_{\mathrm{d}})=-\frac{1}{2}\operatorname{tr}\left[\boldsymbol{K}\boldsymbol{C}_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}\tilde{\boldsymbol{\omega}}^{\times}\right] \tag{6}$$

利用下述关系[14]

$$\begin{cases}\operatorname{tr}\left[\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}^{\times}\right]=-\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}})^{\vee}\\ \boldsymbol{x}^{\times}\boldsymbol{A}+\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}^{\times}=((\operatorname{tr}\left[\boldsymbol{A}\right]\boldsymbol{I}_{3\times3}-\boldsymbol{A})\boldsymbol{x})^{\times}\\ \boldsymbol{C}\boldsymbol{x}^{\times}\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}=(\boldsymbol{C}\boldsymbol{x})^{\times}\end{cases} \tag{7}$$

可以得到

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\Psi}(\boldsymbol{C},\boldsymbol{C}_{\mathrm{d}})=\boldsymbol{e}_{\mathrm{c}}^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{\omega}} \tag{8}$$

式中:$\boldsymbol{e}_{\mathrm{c}}=\dfrac{1}{2}(\boldsymbol{K}\boldsymbol{C}_{\mathrm{e}}-\boldsymbol{C}_{\mathrm{e}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{K})^{\vee}$;$()^{\vee}$ 为 $()^{\times}$ 的逆运算。

对 $\boldsymbol{e}_{\mathrm{c}}$ 求导,可以得到修正后的姿态误差运动学方程为

$$\dot{\boldsymbol{e}}_{\mathrm{c}}=\boldsymbol{E}(\boldsymbol{C},\boldsymbol{C}_{\mathrm{d}})\tilde{\boldsymbol{\omega}} \tag{9}$$

式中:$\boldsymbol{E}=0.5(\operatorname{tr}(\boldsymbol{C}_{\mathrm{e}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{K})\boldsymbol{I}_{3\times3}-\boldsymbol{C}_{\mathrm{e}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{K})$。

则航天器姿态跟踪控制问题的动力学模型可以用式(4)和式(9)来描述。

此外,由于燃料消耗或释放载荷等因素影响,在轨运行航天器的质量和转动惯量无法精确获得。因此,需要考虑航天器转动惯量的不确定性。记航天器的实际转动惯量为

$$\boldsymbol{J}=\boldsymbol{J}_0+\Delta\boldsymbol{J} \tag{10}$$

式中:$\boldsymbol{J}_0$ 为转动惯量的标称部分;$\Delta\boldsymbol{J}$ 为转动惯量的不确定部分。

则考虑转动惯量不确定性后,姿态误差动力学方程改写为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{J}_0\dot{\tilde{\boldsymbol{\omega}}}=&-\boldsymbol{\omega}^{\times}\boldsymbol{J}_0\boldsymbol{\omega}+\boldsymbol{u}_{\mathrm{c}}+\Delta\bar{\boldsymbol{d}}+\\&\boldsymbol{J}_0(\tilde{\boldsymbol{\omega}}^{\times}\boldsymbol{C}_{\mathrm{e}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{d}}-\boldsymbol{C}_{\mathrm{e}}^{\mathrm{T}}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{d}})\end{aligned} \tag{11}$$

式中:$\Delta\bar{\boldsymbol{d}}=\boldsymbol{J}_0\boldsymbol{J}^{-1}\boldsymbol{d}-\boldsymbol{\omega}^{\times}\Delta\boldsymbol{J}\boldsymbol{\omega}+\boldsymbol{J}_0\Delta\hat{\boldsymbol{J}}(-\boldsymbol{\omega}^{\times}\boldsymbol{J}\boldsymbol{\omega}+\boldsymbol{u}_{\mathrm{c}})$;$\Delta\hat{\boldsymbol{J}}=\boldsymbol{J}^{-1}-\boldsymbol{J}_0^{-1}$;$\Delta\bar{\boldsymbol{d}}$ 为考虑外部干扰和转动惯量不确定性后系统所受的总干扰,并满足下述假设,系统所受的总干扰 $\Delta\bar{\boldsymbol{d}}$ 有界,即 $\left\|\Delta\bar{\boldsymbol{d}}\right\|\leqslant d_{\mathrm{m}}$,$d_{\mathrm{m}}$ 为一个未知的正常数。

本文研究的姿态跟踪控制问题,可以由式(10)和式(11)来进行描述。控制目标:考虑外部干扰和转动惯量不确定性,在 $\Delta\bar{\boldsymbol{d}}$ 满足上述假设情况下,设计自适应控制器 $\boldsymbol{u}_{\mathrm{c}}$,使得姿态跟踪误差 $\boldsymbol{e}_{\mathrm{c}}$ 可以一致渐近收敛到零点附近的小邻域内。

2 自适应反步控制器设计

本章将通过设计自适应反步控制器来处理由外部干扰和转动惯量不确定性产生的系统总干扰,并实现控制目标。

步骤 1 定义下面的反步控制虚拟变量:

$$\boldsymbol{z}_1=\boldsymbol{e}_{\mathrm{c}} \tag{12}$$

$$\boldsymbol{z}_2=\tilde{\boldsymbol{\omega}}-\boldsymbol{\alpha} \tag{13}$$

式中:$\boldsymbol{\alpha}$ 为虚拟控制输入。

将式(11)、式(12)和式(13)联立,可以得到构造的虚拟变量 $\boldsymbol{z}_1$ 的动力学方程为

$$\dot{\boldsymbol{z}}_1=\boldsymbol{E}(\boldsymbol{C},\boldsymbol{C}_{\mathrm{d}})(\boldsymbol{z}_2+\boldsymbol{\alpha}) \tag{14}$$

然后,选取 Lyapunov 函数:

$$V_1=\frac{1}{2}\boldsymbol{z}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{z}_1 \tag{15}$$

对 V_1 求导,并将式(14)代入,可得

$$\dot{V}_1=\boldsymbol{z}_1^{\mathrm{T}}\dot{\boldsymbol{z}}_1=\boldsymbol{z}_1^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{E}(\boldsymbol{C},\boldsymbol{C}_{\mathrm{d}})(\boldsymbol{z}_2+\boldsymbol{\alpha})) \tag{16}$$

设计虚拟控制 $\boldsymbol{\alpha}$ 为

$$\boldsymbol{\alpha}=-K_1\boldsymbol{E}^{-1}(\boldsymbol{C},\boldsymbol{C}_{\mathrm{d}})\boldsymbol{z}_1 \tag{17}$$

式中:$K_1>0$ 为控制器设计参数。

将式(17)代入式(16),有

$$\dot{V}_1=\boldsymbol{z}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{E}(\boldsymbol{C},\boldsymbol{C}_{\mathrm{d}})\boldsymbol{z}_2-K_1\boldsymbol{z}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{z}_1 \tag{18}$$

步骤 2 对式(13)取导数,并将式(11)代入,可以得到构造的虚拟变量 $\boldsymbol{z}_2$ 的动力学方程为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{J}_0\dot{\boldsymbol{z}}_2=&-\boldsymbol{\omega}^{\times}\boldsymbol{J}_0\boldsymbol{\omega}+\boldsymbol{u}_{\mathrm{c}}+\Delta\bar{\boldsymbol{d}}+\\&\boldsymbol{J}_0(\tilde{\boldsymbol{\omega}}^{\times}\boldsymbol{C}_{\mathrm{e}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{d}}-\boldsymbol{C}_{\mathrm{e}}^{\mathrm{T}}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{d}})-\boldsymbol{J}_0\dot{\boldsymbol{\alpha}}\end{aligned} \tag{19}$$

其中,$\dot{\boldsymbol{\alpha}}$ 可以通过式(17)计算得到

$$\dot{\boldsymbol{\alpha}}=-K_1\dot{\boldsymbol{E}}^{-1}(\boldsymbol{C},\boldsymbol{C}_{\mathrm{d}})\boldsymbol{z}_1-K_1\boldsymbol{E}^{-1}(\boldsymbol{C},\boldsymbol{C}_{\mathrm{d}})\dot{\boldsymbol{z}}_1 \tag{20}$$

式中:$\dot{\boldsymbol{E}}^{-1}(\boldsymbol{C},\boldsymbol{C}_{\mathrm{d}})=\boldsymbol{E}^{-1}\dot{\boldsymbol{E}}\boldsymbol{E}^{-1}$。

然后,选取 Lyapunov 函数

$$V_2=V_1+\frac{1}{2}\boldsymbol{z}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{J}_0\boldsymbol{z}_2+\frac{1}{2\gamma_1}\tilde{d}_{\mathrm{m}}^2 \tag{21}$$

式中:$\gamma_1>0$ 为待设计参数;$\tilde{d}_{\mathrm{m}}=\hat{d}_{\mathrm{m}}-d_{\mathrm{m}}$ 为系统总干扰的估计误差;$\hat{d}_{\mathrm{m}}$ 为干扰的估计值。

对 V_2 取导数,得

$$\begin{aligned}\dot{V}_2=&\dot{V}_1+\boldsymbol{z}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{J}_0\dot{\boldsymbol{z}}_2+\frac{1}{\gamma_1}\tilde{d}_{\mathrm{m}}\dot{\tilde{d}}_{\mathrm{m}}=\\&\dot{V}_1+\boldsymbol{z}_2^{\mathrm{T}}(-\boldsymbol{\omega}^{\times}\boldsymbol{J}_0\boldsymbol{\omega}+\boldsymbol{u}_{\mathrm{c}}+\Delta\bar{\boldsymbol{d}}+\end{aligned}$$

$$J_0(\tilde{\boldsymbol{\omega}}^{\times}\boldsymbol{C}_e^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\omega}_d-\boldsymbol{C}_e^{\mathrm{T}}\dot{\boldsymbol{\omega}}_d)-\boldsymbol{J}_0\dot{\boldsymbol{\alpha}})+\frac{1}{\gamma_1}\tilde{d}_m\dot{\tilde{d}}_m \quad (22)$$

步骤 3　设计如下的自适应反步控制器：

$$\boldsymbol{u}_c=\boldsymbol{\omega}^{\times}\boldsymbol{J}_0\boldsymbol{\omega}-\boldsymbol{J}_0(\tilde{\boldsymbol{\omega}}^{\times}\boldsymbol{C}_e^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\omega}_d-\boldsymbol{C}_e^{\mathrm{T}}\dot{\boldsymbol{\omega}}_d)+\boldsymbol{J}_0\dot{\boldsymbol{\alpha}}-\boldsymbol{E}(\boldsymbol{C},\boldsymbol{C}_d)\boldsymbol{z}_1-K_2\boldsymbol{z}_2-\hat{d}_m\tanh(\delta\boldsymbol{z}_2) \quad (23)$$

式中：$K_2>0$、$\delta>0$为控制器设计参数。

将式(23)代入式(22)，得到

$$\dot{V}_2=-K_1\boldsymbol{z}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{z}_1-K_2\boldsymbol{z}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{z}_2+\frac{1}{\gamma_1}\tilde{d}_m\dot{\tilde{d}}_m-\hat{d}_m\boldsymbol{z}_2^{\mathrm{T}}\tanh(\delta\boldsymbol{z}_2)+\boldsymbol{z}_2^{\mathrm{T}}\Delta\tilde{\boldsymbol{d}} \quad (24)$$

为了估计系统的总干扰d_m，设计如下的自适应控制率：

$$\dot{\tilde{d}}_m=\gamma_1(\boldsymbol{z}_2^{\mathrm{T}}\tanh(\delta\boldsymbol{z}_2)-\gamma_2\hat{d}_m) \quad (25)$$

式中：$\gamma_2>0$为控制器设计参数。

将式(25)代入式(24)，得到

$$\dot{V}_2=-K_1\boldsymbol{z}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{z}_1-K_2\boldsymbol{z}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{z}_2-d_m\boldsymbol{z}_2^{\mathrm{T}}\tanh(\delta\boldsymbol{z}_2)-\gamma_2\tilde{d}_m\hat{d}_m+\boldsymbol{z}_2^{\mathrm{T}}\Delta\tilde{\boldsymbol{d}} \quad (26)$$

3　控制系统稳定性分析

为了后续稳定性证明需要，首先给出下面引理。

引理 1　对于双曲正切函数满足下述不等式[15]：

$$0\leqslant|x|-x\tanh(\delta x)\leqslant\frac{0.278\,5}{\delta} \quad (27)$$

结合步骤1～3，本文研究结果可以用下述定理进行概括。

定理 1　考虑由式(9)和式(11)描述的航天器姿态跟踪控制系统，在满足系统所受总干扰有界假设条件下，应用控制律式(23)和自适应律式(25)，航天器姿态跟踪误差$\boldsymbol{e}_c$能够一致渐近收敛到零点附近的小邻域内。

证明　选取式(21)的Lyapunov函数，经过计算后可以得到式(26)。对于$\gamma_2\tilde{d}_m\hat{d}_m$项来说，满足

$$\gamma_2\tilde{d}_m\hat{d}_m=\gamma_2\tilde{d}_m(\tilde{d}_m+d_m)=\gamma_2\left(\frac{1}{2}\tilde{d}_m^2-\frac{1}{2}d_m^2+\frac{1}{2}(\tilde{d}_m+d_m)^2\right) \quad (28)$$

将式(28)代入式(26)，并利用引理1，可以得到

$$\dot{V}_2\leqslant-K_1\boldsymbol{z}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{z}_1-K_2\boldsymbol{z}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{z}_2-\frac{\gamma_2}{2}\tilde{d}_m^2+\frac{\gamma_2}{2}d_m^2+\frac{3\times0.278\,5}{\delta}d_m\leqslant-\vartheta\|\boldsymbol{\xi}\|^2+\chi \quad (29)$$

式中：$\vartheta=\min(K_1,K_2,\gamma_2/2)$，min为计算最小值；$\boldsymbol{\xi}=[\boldsymbol{z}_1^{\mathrm{T}},\boldsymbol{z}_2^{\mathrm{T}},\tilde{d}_m]^{\mathrm{T}}$，$\chi=\frac{\gamma_2}{2}d_m^2+\frac{3\times0.278\,5}{\delta}d_m$。

对于V_2来说满足

$$V_2=\frac{1}{2}\boldsymbol{z}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{z}_1+\frac{1}{2}\boldsymbol{z}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{J}_0\boldsymbol{z}_2+\frac{1}{2\gamma_1}\tilde{d}_m^2$$

$$\vartheta_1\|\boldsymbol{\xi}\|^2\leqslant V_2\leqslant\vartheta_2\|\boldsymbol{\xi}\|^2 \quad (30)$$

式中：$\vartheta_1=\min\left(\frac{1}{2},\frac{\lambda_{\min}(\boldsymbol{J}_0)}{2},\frac{1}{2\gamma_1}\right)$；$\vartheta_2=\max\left(\frac{1}{2},\frac{\lambda_{\max}(\boldsymbol{J}_0)}{2},\frac{1}{2\gamma_1}\right)$。其中，$\lambda_{\min}()$和$\lambda_{\max}()$为分别计算矩阵的最小和最大特征值；max为计算最大值。

则由式(29)和式(30)可以得到

$$\dot{V}_2\leqslant-\frac{\vartheta}{\vartheta_2}V_2(t)+\chi \quad (31)$$

对式(31)两边积分，可以得到

$$V_2(t)\leqslant\left(V_2(0)-\frac{\chi\vartheta_2}{\vartheta}\right)e^{-(\vartheta/\vartheta_2)t}+\frac{\chi\vartheta_2}{\vartheta} \quad (32)$$

通过式(30)、式(31)得到

$$\|\boldsymbol{z}_i(t)\|\leqslant\|\boldsymbol{\xi}\|^2\leqslant\sqrt{\frac{1}{\vartheta_1}\left(V_2(0)-\frac{\chi\vartheta_2}{\vartheta}\right)e^{-(\vartheta/\vartheta_2)t}+\frac{\chi\vartheta_2}{\vartheta\vartheta_1}} \quad (33)$$

式中：$i=1,2$。

根据式(12)可以得到$\lim_{t\to\infty}\|\boldsymbol{e}_c(t)\|=\lim_{t\to\infty}\|\boldsymbol{z}_1(t)\|\leqslant\sqrt{\chi\vartheta_2/\vartheta\vartheta_1}$，则姿态跟踪误差是最终一致有界的。

注 1：　对于本文研究的航天器姿态跟踪控制问题来说，最终的控制精度取决于$\sqrt{\chi\vartheta_2/\vartheta\vartheta_1}$，较小的$\gamma_2$和较大的$\delta$可以得到较小的$\chi$。尤其是较大的$\delta$可以明显改善系统对于干扰的鲁棒性。但同时需要注意，δ越大会导致tanh函数越接近符号函数，会使系统产生抖振。因此，在进行控制器参数设计时，要在稳态精度和系统性能间做好平衡。

注 2：　对于角速度跟踪误差来说，$\tilde{\boldsymbol{\omega}}=\boldsymbol{z}_2+\boldsymbol{\alpha}$，由文献[13]可知，$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{C},\boldsymbol{C}_d)$有界。因此，根据$\boldsymbol{z}_1$、$\boldsymbol{z}_2$有界可知，角速度跟踪误差$\tilde{\boldsymbol{\omega}}$也是一致最终有界的。

注 3：　受航天器姿态控制执行机构的动力学特性影响，在工程应用过程中，需要考虑执行机构

的输出饱和问题。因此,实际的控制输出为

$$\mathrm{sat}(\boldsymbol{u}_c)=\begin{cases}u_{\max}, & \boldsymbol{u}_{cj}>u_{\max}\\ \boldsymbol{u}_{cj}, & \left|\boldsymbol{u}_{cj}\right|\leqslant u_{\max}\\ -u_{\max}, & \boldsymbol{u}_{cj}<-u_{\max}\end{cases}\quad j=1,2,3 \tag{34}$$

4 仿真试验及结果分析

本章将通过数值仿真分析验证本文所提出的控制方法,可以有效地解决航天器姿态跟踪控制问题。仿真过程中航天器参数如下,转动惯量标称部分为

$$\boldsymbol{J}_0=\begin{bmatrix}22 & 1.5 & 1\\ 1.5 & 24 & -1.2\\ 1 & -1.2 & 23\end{bmatrix}\ \mathrm{kg{\cdot}m^2} \tag{35}$$

转动惯量不确定部分为 $\Delta\boldsymbol{J}=0.15\boldsymbol{J}_0$,航天器的控制力矩上限为 $u_{\max}=0.5\ \mathrm{N{\cdot}m}$,航天器所受的外部干扰力矩为

$$\boldsymbol{d}=[\sin(0.12t)\cos(0.15t)\sin(0.18t)]^{\mathrm{T}}\times 10^{-3}\ \mathrm{N{\cdot}m} \tag{36}$$

初始时刻的航天器姿态信息为:姿态转动矩阵 $\boldsymbol{C}(t=0)=\boldsymbol{I}_{3\times3}$;姿态角速度为 $\boldsymbol{\omega}(t=0)=[0.01\ -0.01\ -0.01]^{\mathrm{T}}\times180/\pi((°)/\mathrm{s})$;航天器的初始目标姿态为

$$\boldsymbol{C}_d(t=0)=\begin{bmatrix}-0.766 & -0.643 & 0\\ 0.455 & -0.542 & -0.707\\ 0.455 & -0.542 & 0.707\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\omega}_d(t=0)=0,\ \dot{\boldsymbol{\omega}}_d\equiv0 \tag{37}$$

为了验证本文所提出的算法的有效性,主要考虑两种情况的对比仿真。

情况 1: 本文所提出的自适应反步控制器式(23)、式(25),控制器参数设计为:$\boldsymbol{K}=\mathrm{diag}([1\,1\,1])$;$K_1=10$;$K_2=8$;$\delta=100$;$\gamma_1=0.002$;$\gamma_2=0.001$。

情况 2: 文献[12]中的类 PD 控制器,用来与本文所设计的控制器的控制效果进行对比,说明本文所提控制算法的优越性,控制器参数设计为:$K_\Omega=2.5$。

情况 1 仿真结果如图 1~图 3 所示,仿真时间设置为 150 s。图 1 为航天器姿态跟踪误差,图 2 为角速度跟踪误差。图中可见,航天器姿态运动误差在 30 s 内收敛到稳态,通过系统状态收敛后的曲线放大图可以看出,姿态控制精度为:$|e_{ci}|<2\times10^{-3°}$,姿态角速度控制精度为:$|\tilde{\omega}_i|<0.06(°)/\mathrm{s}$。相应的控制力矩变化曲线如图 3 所示。图中可见,在整个仿真过程中控制力矩没有超过航天器控制输出上限,表明了本文所提控制方法具有一定的工程应用价值。

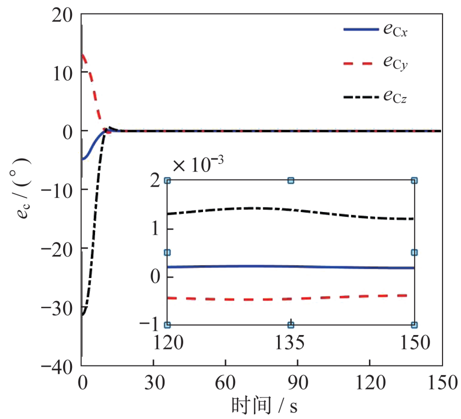

图 1 姿态跟踪误差(情况 1)

Fig.1 Attitude tracking errors (Case 1)

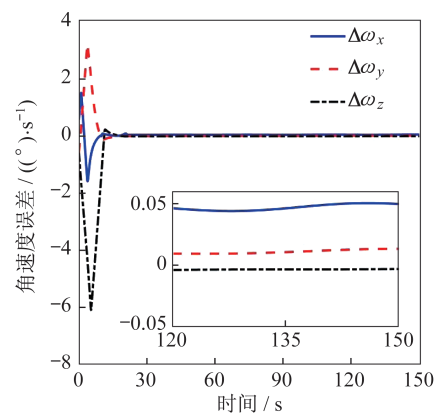

图 2 角速度跟踪误差(情况 1)

Fig.2 Angular velocity tracking errors (Case 1)

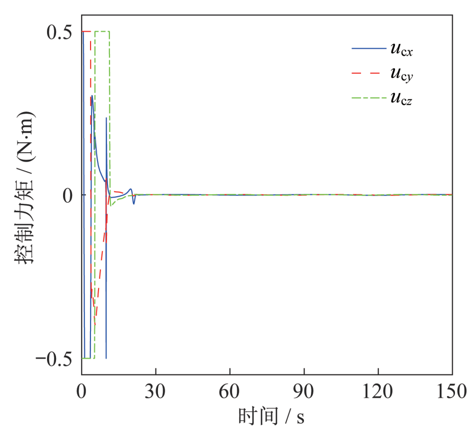

图 3 控制力矩(情况 1)

Fig.3 Control torques (Case 1)

情况 2 仿真结果如图 4~图 6 所示,仿真时间设置为 300 s。图 4 为航天器姿态跟踪误差,图 5 为角

速度跟踪误差。图中可见,航天器姿态运动误差在 150 s 左右收敛到稳态,通过系统状态在 120 s 到 150 s,以及收敛后的曲线放大图可以看出,与本文设计的控制器式(22)的仿真结果相比,无论是误差收敛时间还是最后的稳态控制精度,本文所设计的控制器均优于文献[12]。

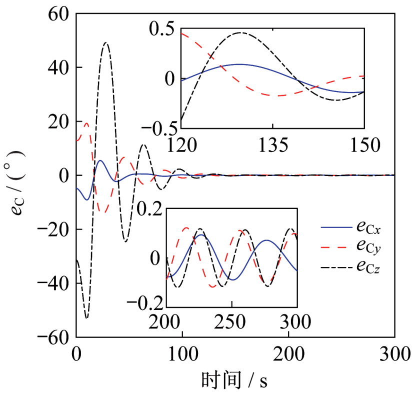

图 4　姿态跟踪误差(情况 2)

Fig.4　Attitude tracking errors (Case 2)

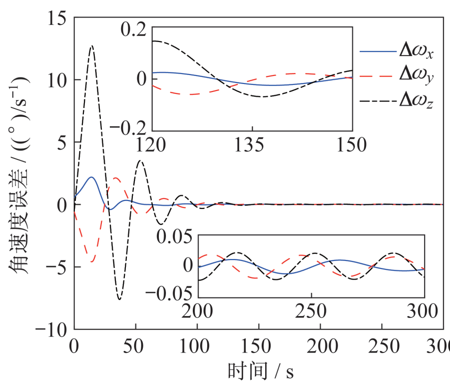

图 5　角速度跟踪误差(情况 2)

Fig.5　Angular velocity tracking errors (Case 2)

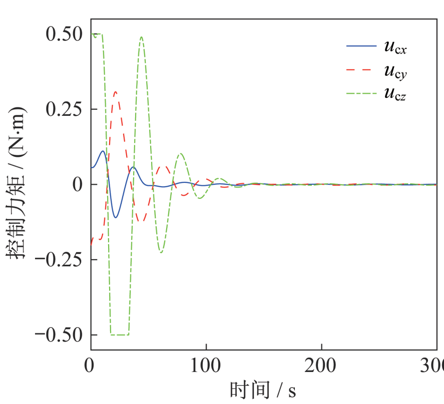

图 6　控制力矩(情况 2)

Fig.6　Control torques (Case 2)

此外,对于在轨运行航天器来说,能量消耗是决定其在轨运行寿命的一个关键因素。为了进一步比较两种情况的仿真结果,定义能量消耗函数为

$$\Xi = \int_0^T \left\| \boldsymbol{u}_c \right\|^2 \mathrm{d}t \tag{38}$$

式中:T=150 s。

两种情况的能量消耗曲线如图 7 所示。图中可见,与文献[12]控制器相比,本文所设计的控制方法可以在保证较高的控制性能的同时,将能量消耗降低 72% 左右。通过上述两种情况的仿真结果及对比分析可以发现,在系统存在外部干扰和模型不确定性情况下,本文所提出的控制方法可以有效地解决航天器姿态跟踪控制问题,且与传统的 PD 控制器相比,可以实现更好的控制效果。

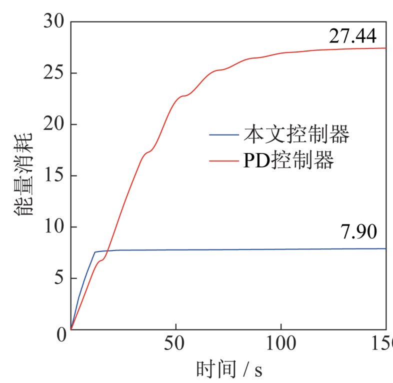

图 7　能量消耗

Fig.7　Energy consumption

5　结束语

本文研究了刚体航天器姿态跟踪控制问题,在姿态跟踪系统存在模型不确定性和外部干扰情况下,推导了 SO(3)上航天器相对姿态动力学模型。在模型中,采用方向余弦矩阵描述航天器姿态运动,且通过引入非负定的势函数描述姿态跟踪误差,将动力学模型转换成了易于控制器设计的形式,并有效避免了用其他姿态描述方式表示姿态时,引起的奇异或退绕问题。基于此模型,设计了自适应反步姿态控制器,保证了闭环控制系统的最终一致有界收敛,并通过 Lyapunov 稳定性分析方法,证明了控制系统的收敛特性。最后,对所设计的控制算法进行了仿真校验,且与文献[12]中的 PD 控制器进行了对比分析。结果表明,本文提出的控制方法收敛速度快、控制精度高、能量消耗低,具有一定的工程应用价值。此外,本文的研究对象

为刚体航天器,而为了增加航天器的在轨功能,一般都配备有太阳电池阵、天线等柔性附件。柔性附件在轨会发生振动,且振动信息一般无法测量。因此,未来的一个研究方向是如何将本文设计的控制算法用于解决柔性航天器姿态控制问题。

参考文献

[1] ZHANG J Q, BIGGS J D, YE D, et al. Finite-time attitude set-point tracking for thruster-vectoring spacecraft rendezvouos [J]. Aerospace Science and Technology, 2020, 96: 105588.

[2] HUANG X W, BIGGS J D, DUAN G R. Post-capture attitude control with prescribed per-formance [J]. Aerospace Science and Technology, 2020, 96: 105572.

[3] SUN L, ZHENG Z. Disturbance-observer-based robust backstepping attitude stabilization of spacecraft under input saturation and measurement uncertainty[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2017, 64(10): 7994-8002.

[4] 郭永.编队飞行航天器有限时间协同控制[D].哈尔滨:哈尔滨工业大学,2016.

[5] 马广富,高寒,吕跃勇,等.组合体航天器有限时间超螺旋反步姿态控制[J].宇航学报,2017,38(11):1168-1176.

[6] LIU C, SHI K K, SUN Z W. Robust H_∞ controller design for attitude stabilization of flexible spacecraft with input constraints [J]. Advances in Space Research, 2019, 63(5): 1498-1522.

[7] XIAO B, HU Q L, ZHANG Y M. Finite-time attitude tracking of spacecraft with fault-tolerant capability [J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2015, 23(4): 1338-1350.

[8] 何熊熊,陈中天,谢树宗,等.航天器自适应有限时间反步控制[J].浙江工业大学学报,2020,48(1):13-19.

[9] CHEN T, SHAN J. Koopman-operator-based attitude dynamics and control on SO (3) [J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 2020, 43 (11): 2112-2126.

[10] BIGGS J D, COLLEY L. Geometric attitude motion planning for spacecraft with pointing and actuator constraints [J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 2016, 39(7): 1672-1677.

[11] MAYHEW C G, TEEL A R. Synergistic hybrid feedback for global rigid-body attitude tracking on SO (3) [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2013, 58(11), 2730-2742.

[12] LEE T. Global exponential attitude tracking controls on SO(3) [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2015, 60(10): 2837-2842.

[13] LEE T. Robust adaptive attitude tracking on SO (3) with an application to a quadrotor UAV [J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2012, 21(5): 1924-1930.

[14] LEE T. Exponential stability of an attitude tracking control system on SO (3) for large-angle rotational maneuvers [J]. System and Control Letters, 2012, 61 (1): 231-237.

[15] 张剑桥,叶东,孙兆伟.SE(3)上姿轨耦合航天器高精度快速终端滑模控制[J].宇航学报,2017,38(2):176-184.

(上接第52页)

[9] 黄培康.雷达目标特性[M].北京:电子工业出版社,2005.

[10] 黄培康.目标散射辐射特性及其应用[R].目标与环境电磁辐射国防重点实验室,2005.

[11] 李家泰,罗文杰,陈志,等.便携式防空导弹发展现状与未来展望[J].上海航天,2017,34(增刊1):7-15.

[12] 杨逸峰,井丽红,杨世坤,等.空间目标可见光相机的成像算法研究与分析[J].飞控与探测,2019,2(4):71-76.

[13] 李松,陈琪锋,钟日进.不完整测量下集群飞行器协同相对定位方法[J].飞控与探测,2019,2(6):18-25.

[14] 杨维,王越,刘学超,等.无人防空武器的发展及研究综述[J/OL].火炮发射与控制学报,2021[2021-05-27].http://kns. cnki. net/kcms/detail/61.1280. TJ. 20210506. 1247.004.html.

[15] 李庶中,李迅,赵东伟,等.美军新型防空反导雷达发展综述[J].舰船电子对抗,2018,41(6):39-42.

[16] 吴洪波.防空导弹导引方法研究综述[J].上海航天,2013,30(3):22-26,38.

[17] 王磊,朱梦杰.防空导弹尾追拦截目标的遭遇点预测方法[J].上海航天,2018,35(3):6.