

具有孔洞和不规则边界的网格参数化技术

钱立宏 谭昌柏 李运平

(南京航空航天大学, 南京 210016)

文 摘 针对凸组合参数化方法难以处理具有孔洞的网格模型,以及对不规则边界的网格模型参数化的边界处变形较大的问题,提出了一种新的参数化方法,首先通过拟合变分隐式曲面修补网格上的孔洞,并构造出较规则的附加边界,最后采用凸组合参数化方法进行参数化。通过曲面拟合实验表明,该方法引入的附加数据作为曲面拟合数据,最终的拟合曲面在孔洞以及边界处具有较好的光顺性,且该方法已应用于复合材料成型模具快速设计中的参数化曲面构建。

关键词 网格参数化,孔洞,不规则边界,变分隐式曲面,附加边界

Parameterization Technology to Meshes With Holes and Irregular Boundaries

Qian Lihong Tan Changbai Li Yunping

(Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016)

Abstract An effective mesh parameterization approach is proposed for the meshes which contain holes and irregular boundaries could not be parameterized well by the convex combination approaches. The whole holes would be filled by fitting variational implicit surfaces and a simple additional boundary is constructed for the mesh, and then the parameterization result will be obtained by a convex combination parameterization method. The experimental results indicate that the new introduced vertices can be used as the supplementary data to fit surface smoothly. Furthermore, the proposed method has been used to the parameterized surface construction during the fast design of composite mold.

Key words Mesh parameterization, Hole, Irregular boundary, Variational implicit surface, Additional boundary

0 引言

随着计算机技术的发展,网格参数化在计算机图形学、计算机辅助几何设计和数字几何处理方面有着广泛的应用,如纹理映射、曲面拟合、三维网格编辑、重新参数化(Remeshing)、网格Morphing等^[1]。三角网格参数化是指通过一个同构映射将3D空间三角网格映射到参数区域上,参数区域可以是平面或者球面。三角网格参数化的好坏,取决于参数域网格与原始网格之间几何度量的变形大小,变形越小,其参数化结果越准确,也更能反映真实的网格曲面特征。网格参数化方法可以分为线性及非线性两种,其中最具有代表性的线性参数化方法就是凸组合参数化方法^[2],该方法将网格边界映射到一个凸多边形获得

初始参数值,其内部网格数据可以由其邻近点的凸组合表示,最终的参数化结果由一个线性矩阵求解,计算效率高且参数化满足一一映射。其主要问题是如何确定每一个内部点的凸组合系数。Floater^[3]为此提出了保形参数化方法,获得了较好的结果,但是该方法的系数可能存在负值,Floater继而提出了均值参数化方法^[4],从而避免了负值的存在。由于凸组合参数化方法是将网格边界映射到平面凸多边形,这使得具有不规则边界的网格在边界处的参数化变形较大。Lee等^[5]提出利用虚拟边界进行参数化,该方法通过构造相对规则的虚拟边界,使得原始不规则网格边界成为内部点,从而使得平面网格边界处变形较小。且由于凸组合参数化方法要求内部点必须由其

收稿日期:2011-01-10

基金项目:国家自然科学基金(50905084)、航空科学基金(2010ZE52054)

作者简介:钱立宏,1986年出生,硕士,研究方向为CAD/CAM、逆向工程。E-mail:leehongchin@nuaa.edu.cn

邻近点的凸组合表示,因此具有孔洞的网格难以应用凸组合参数化方法。另外,非线性参数化方法也一直是网格参数化的研究热点^[6-10]。Zigelman 等^[11]采用 MDS (multi-dimensional scaling) 方法优化顶点间的测地线距离实现网格参数化。Chen 等^[12]通过局部切空间排列算法优化局部参数化结果,但是其结果可能存在翻转三角片,并不能保证参数化的一一映射。

本文提出了针对具有孔洞和不规则边界的网格参数化新方法,通过拟合变分隐式曲面以修复网格孔洞并获取较规则的附加边界,使经典的凸组合参数化可以应用到重新构造的网格模型,该方法拓展了凸组合参数化方法的应用范围,使其高效、一一映射的优点得以发挥。

1 基本理论

1.1 变分隐式曲面

给定 R^3 空间上的 t 个散乱点 $\{c_1, c_2, \dots, c_t\}$, 对应每一个点都有一个约束值 $\{h_1, h_2, \dots, h_t\}$, 若构造一个函数 $f(c)$, 使其对每一个散乱点都能满足 $f(c_i) = 0$, 那么由这些散乱点可以定义一个隐式曲面方程 $f(c) = 0$ 。通常在构造一个隐式曲面时, 对生成的曲面要求通过的散乱点称为插值约束点。为避免求解时出现平凡解, 需要添加一些附加约束点, 其满足 $f(c_i) \neq 0$, 一般取散乱点的等距点作为附加约束点。变分隐式曲面方程可以定义为:

$$f(c) = \sum_{j=1}^t \omega_j \varphi(\|c - c_j\|) + P(c) = 0 \quad (1)$$

式中, c 为隐式曲面上的点, c_j 为定义该曲面的散乱点, ω_j 为对应于每一个散乱点的权值, $P(c) = p_0 + p_1 x + p_2 y + p_3 z$, φ 为径向基函数。Carr 等^[13]对径向基函数的各种表达式做了论述, 一般而言, 三维空间进行散乱点插值时常采用的径向基函数为 $\varphi(c) = c^3$, $c = \|c - c_j\|$ 。变分隐式曲面的光顺性可以用下面的能量函数表示:

$$E = \int_{R^3} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} + 2 \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} + 2 \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial z} + 2 \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial z} | dx dy dz \quad (2)$$

为计算权值和多项式系数, 要求满足插值约束条件

$$f(c_i) = \sum_{j=1}^t \omega_j \varphi(c_i - c_j) + p(c_i) = h_i \quad (3)$$

及能量最小条件, 即

$$\sum_{j=1}^t \omega_j = \sum_{j=1}^t \omega_j c_j^x = \sum_{j=1}^t \omega_j c_j^y = \sum_{j=1}^t \omega_j c_j^z = 0 \quad (4)$$

式中, $i = 1, 2, \dots, t$ 。令 $\varphi_{ij} = \varphi(c_i - c_j)$, 由(3)式和(4)式可得线性方程组(5)。

$$\begin{bmatrix} \varphi_{11} & \varphi_{12} & \cdots & \varphi_{1t} & 1 & c_1^x & c_1^y & c_1^z \\ \varphi_{21} & \varphi_{22} & \cdots & \varphi_{2t} & 1 & c_2^x & c_2^y & c_2^z \\ \vdots & & \ddots & & & & & \vdots \\ \varphi_{t1} & \varphi_{t2} & \cdots & \varphi_{tt} & 1 & c_t^x & c_t^y & c_t^z \\ 1 & 1 & \cdots & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ c_1^x & c_2^x & \cdots & c_t^x & 0 & 0 & 0 & 0 \\ c_1^y & c_2^y & \cdots & c_t^y & 0 & 0 & 0 & 0 \\ c_1^z & c_2^z & \cdots & c_t^z & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \vdots \\ \omega_t \\ p_0 \\ p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ \vdots \\ h_t \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

1.2 凸组合参数化方法

给定 3D 网格, 其顶点为 v_1, v_2, \dots, v_N 。其中: v_1, v_2, \dots, v_n 为内部顶点, $v_{n+1}, v_{n+2}, \dots, v_N$ 为边界顶点。边界顶点的参数值 $u_{n+1}, u_{n+2}, \dots, u_N$ 可以通过弦长参数化方法将其映射到平面凸多边形(凸多边形一般为圆或矩形), 内部顶点的参数值可以通过其一阶邻近点的凸组合表示, 即

$$u_i = \sum_{j=1}^N \lambda_{ij} u_j \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (6)$$

式中, λ_{ij} 为顶点 v_i, v_j 的凸组合系数。如果顶点 v_i, v_j 共边, 则系数 $\lambda_{ij} > 0$; 否则 $\lambda_{ij} = 0$ 。系数和满足 $\sum_{j=1}^N \lambda_{ij} = 1$, 因此, 内部顶点的参数值可以由下式获得。

$$u_i - \sum_{j=1}^n \lambda_{ij} u_j = \sum_{j=n+1}^N \lambda_{ij} u_j \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (7)$$

Floater^[3]已经证明(7)式存在非零解且其参数化结果满足一一映射。

2 面向孔洞及不规则边界的网格参数化

为了弥补传统凸组合参数化方法无法处理具有孔洞网格模型以及对具有不规则边界网格模型参数化的边界处变形较大问题, 本文提出了如下的参数化新方法, 首先提取原始网格边界, 将其分为内边界和外边界分别进行存储, 然后采用基于变分隐式曲面的孔洞修补方法修复网格孔洞特征并构造较规则的附加边界, 最后采用均值参数化方法对处理后的网格进行参数化, 则间接地求取原始网格顶点的参数值。

2.1 网格边界存储

参数化对象为非封闭的二维流形三角网格, 如果某条三角边仅属于一个三角片, 那么该边即为边界边, 以该边为起始边, 遍历邻近边界边, 循环直到搜索到第一条边界边, 这样一个封闭的边界环即为一边界, 本文为边界设计了链表存储结构。由于孔洞特征的存在, 其边界数不止一条, 为叙述清楚, 本文将网格轮廓边界称为外边界, 孔洞特征边界称为内边界。任意网格模型中, 外边界只有一条, 内边界则可能不止一条。一般情况下, 最长边界为外边界, 但是偶尔也

会出现孔洞边界较长的情况,这时可以通过交互选择将轮廓边界确定为外边界。对于某些复杂情况,同样可以采用交互方式选择外边界。

2.2 孔洞修复

借鉴文献[14]中的方法修复网格中的孔洞。首先通过孔洞附近的网格顶点插值一张变分隐式曲面,然后对其进行三角化并将多余的三角片进行裁剪,最后缝合原始网格和裁剪后的修复网格。该方法由于采用变分隐式曲面进行修复,故孔洞修复处与周围网格可以光滑过渡。

2.2.1 隐式曲面构建

为构建变分隐式曲面,需要采集网格边界附近的网格顶点,若仅仅采集网格边界顶点,显然是不够的。此时可以通过附加搜索内边界的 K 阶邻近点作为插值采样点,一般情况下 $K=4$ 即可满足插值要求,图1为搜索 K 阶邻近点示意图,其中黑点为搜索到的邻近点。待必要的采样点搜集完成后,即可根据 1.1 节的方法构建变分隐式曲面,然后采用 MC 算法^[15] 对其进行三角化,并称这部分网格为附加网格。

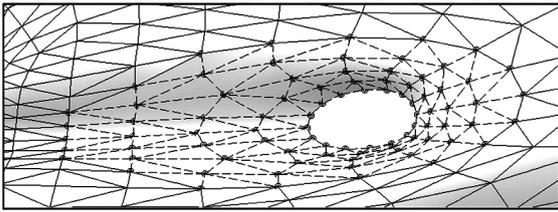


图1 搜索 K 阶邻近点示意,其中 $K=4$

Fig.1 Example of searching K -level adjacent vertices, where $K=4$

2.2.2 网格裁剪及缝合

附加网格显然会超出孔洞边界,此时需要裁剪部分冗余的三角片,主要步骤(图2中,虚线表示内边界投影,粗实线三角片表示与内边界相交的三角片,填充斜划线的三角片均需被删除)如下:

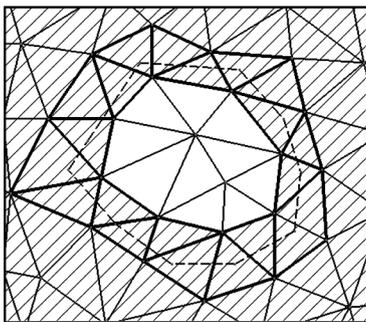


图2 裁剪冗余网格示意图

Fig.2 A diagram for mesh trimming

Step 1: 将内边界投影到附加网格,将与边界投影相交的三角片标记为 false;

Step 2: 以标记为 false 的三角片为中心向外搜索

其他冗余三角片并标记为 false;

Step 3: 删除所有标记为 false 的三角片。

裁剪后的附加网格与原始网格之间会存在一条缝隙[图3(a)中,细实线三角片为原始网格三角片,粗实线三角片为裁剪后的附加网格三角片],此时需要对两者进行缝合。

标记内边界顶点为 $p_i (i=1, 2, \dots, n)$, 裁剪后的附加网格边界顶点 $q_j (j=1, 2, \dots, m)$ 。如果 $n \geq m$, 则搜索合适的顶点 q_j , 使得由顶点 $q_j p_i p_{i+1}$ 构成的三角片形状最优; 如果 $n < m$, 则搜索合适的顶点 p_i , 使得由顶点 $p_i q_j q_{j+1}$ 构成的三角片形状最优, 其中三角片形状最优的判断标准为最小内角最大准则。下面以 $n \geq m$ 为例, 给出相应的算法伪码[图3(b)中, 虚线为缝合网格的三角片]:

最佳匹配点序号 $Q=1$;

For $i=1$ to n

{

// 为边 $p_i p_{i+1}$ 寻找最佳匹配点 q_j

For $j=Q$ to $j=m$

{

根据准则求出最佳匹配点 q_j ;

}

If $j=Q$

构造三角片 $q_Q p_i p_{i+1}$;

Else 构造 q_Q 到 q_j 各顶点与 p_i 的三角片;

$Q=j$;

}

If $Q \neq m$

构造 q_Q 到 q_m 各顶点与 p_n 的三角片。

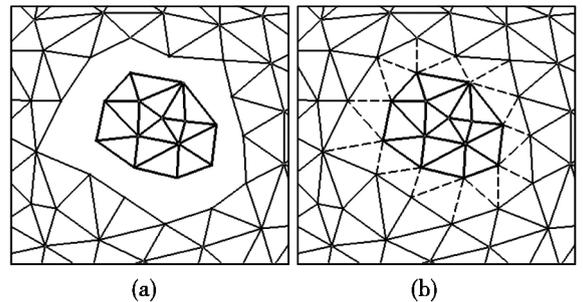


图3 网格缝合示意图

Fig.3 Adialogram for mesh sewing

2.3 附加边界构建

附加边界,即对孔洞修复后的网格进行延伸获得的新边界。由于采用 MC 算法输出的网格边界(经后续处理后的网格边界即为新的附加边界),显然会比原网格的外边界规则很多,因此可以提高网格参数化质量。附加边界的添加使得外边界顶点作为内部点进行参数化,避免了传统凸组合参数化方法将轮廓边界

界强行映射到预定的平面凸多边形上,从而导致边界附近变形较大的不利影响。通过附加边界的引入,可在很大程度上减小网格模型外边界处参数化后的过度变形。如前面的孔洞修复思想,可以通过在外边界附近采集多层网格顶点,以采样点为插值点,构建隐式曲面,扩大 MC 算法中包围盒大小,输出新的附加网格,然后采用类似上面的方法进行裁剪、缝合处理,构建出较规则的附加边界。

2.4 参数化

凸组合参数化方法中,系数 λ_{ij} 的取值影响参数化的质量。本文选用均值参数化方法^[4]对处理后的网格进行参数化,不仅避免了负值系数存在的可能,而且较保形参数化方法^[3]而言,其结果更加均匀。 λ_{ij} 可以由(8)式确定(系数参见图4)。

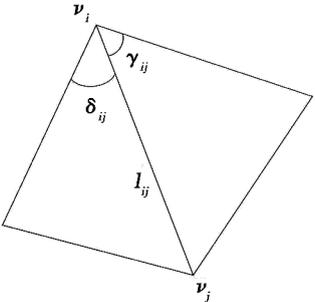


图4 均值参数化各参数示意

Fig.4 Parameter diagram of mean value parameterization

$$\lambda_{ij} = \frac{\varpi_{ij}}{\sum \varpi_{ij}} \quad (8)$$

其中, $\varpi_{ij} = \frac{\tan(\delta_{ij}/2) + \tan(\gamma_{ij}/2)}{l_{ij}}, l_{ij} = \|v_i - v_j\|$ 。

对于一些精度要求较高的网格参数化,可以采用文献[16]的方法进行优化,使参数化网格更加均匀,其优化结果对于纹理映射效果,曲面拟合质量等都有一定的提高。

3 实例及分析

3.1 网格参数化实例

图5为参数化实例,(a)为海豚前半身网格模型,(f)为狮子头网格模型,(b)、(g)为凸多边形为正方形的均值参数化结果,(c)、(h)为采用文献[16]方法的优化结果,(d)、(i)为凸多边形为圆的均值参数化结果,(e)、(j)为相应的优化结果。表1中列出了网格模型顶点和三角片数目信息以及反映参数化结果好坏的度量数据,包括反映平均变形的 L^2 、角度变形 $Dist_{angle}$ 以及面积变形 $Dist_{area}$ (其中,左列的参数化变形数据中的凸多边形为正方形,右列为圆)。

图5(l)为某直升机驾驶舱舱门的工作面网格模型,该模型不包含孔洞,可以采用传统的凸组合方法进行参数化,其中 m、n 为传统凸组合参数化结果,(p)、(q)为本文方法的参数化结果,具体变形情况参见表2。

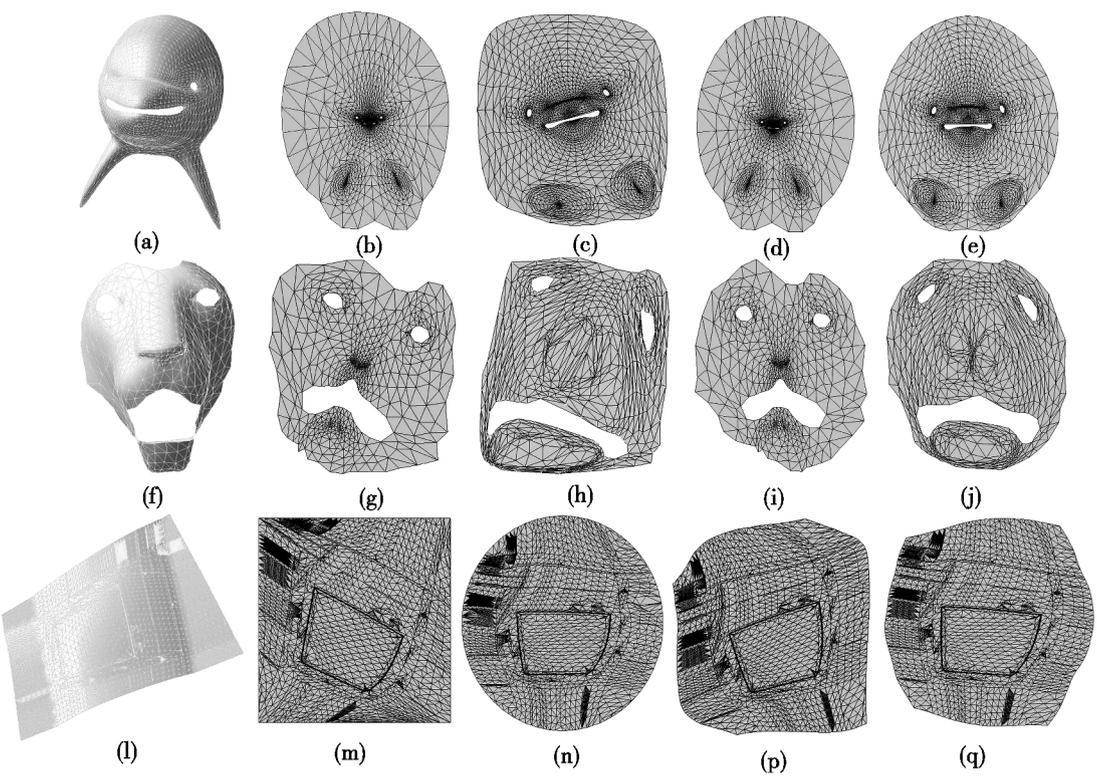


图5 参数化实例

Fig.5 Parameterization examples

表 1 参数化变形数据

Tab. 1 Data of parameterization distortions

模型	顶点数	三角片数目	L^2		$Dist_{angle}$		$Dist_{area}$	
海豚	2097	4120	15.177	10.448	0.358	0.358	0.39	0.40
狮子头	377	1300	4.299	3.081	0.549	0.505	0.488	0.382

表 2 参数化方法比较

Fig. 2 Parameterization with different methods

方法	L^2	$Dist_{angle}$	$Dist_{area}$
传统 正方形	2.5018×10^6	0.268	0.140
方法 圆	2.5018×10^6	0.272	0.128
本文 正方形	1.0939	0.254	0.124
方法 圆	0.9277	0.279	0.085

由以上图示及变形数据可以发现,本文提出的方法可以较好地解决带有孔洞特征及不规则边界网格的参数化问题,但对于孔洞特征较为平坦的网格模型(如海豚模型),其孔洞特征保持效果更好,对于孔洞特征变化比较明显的网格模型(如狮子头模型),其孔洞特征保持效果相对会差一点。由于网格模型外边界更加接近于圆形,因此凸多边形为圆的参数化结果较凸多边形为正方形的参数化结果更好。而且我们还发现,仅就参数化而言,对于较为平坦的孔洞特征采用网格直接加以填充也可以获得比较好的参数化结果,这主要是由于平坦处曲率较小,参数化引起的变形较小。

3.2 曲面拟合实例

图 6 为曲面拟合实例,(a)为飞机座舱罩网格模型,(b)为拟合的裁剪 B 样条曲面,(c)为其误差云图。图 6(d)为飞机机头的网格模型,(e)为其拟合曲面,(f)为其误差云图,表 3 中列出了拟合曲面的误差数据。

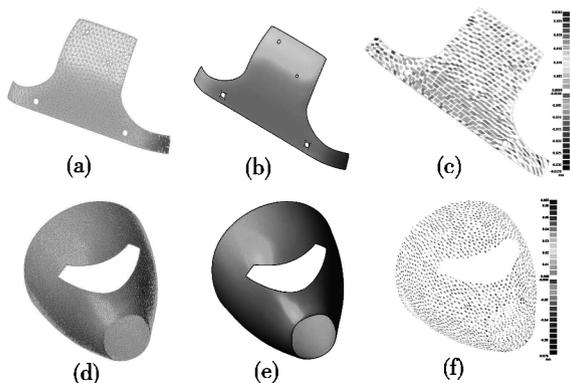


图 6 曲面拟合实例

Fig. 6 Surface fitting examples

注意到相对于虚拟边界不同的是,本文的附加边界是客观存在的三维数据。某些曲面拟合方法在拟合含有孔洞特征的曲面时,采用约束控制顶点达到孔

洞与周围曲面光滑过渡^[17-19],而本文引入的附加网格数据可以直接用于曲面拟合,在曲面拟合实例中,由于变分隐式曲面具有全局光滑性以及裁剪、缝合过程中并没有引入新的网格顶点,故而最终的拟合曲面整体以及局部的光滑性较好。

表 3 曲面拟合误差数据

Tab. 3 Data of deviation in surface fitting μm

模型	最大误差	平均误差	标准差
飞机座舱罩	28.19	2.95	3.52
飞机机头	64.66	8.82	8.21

4 结论

(1)通过采用基于变分隐式曲面的网格孔洞修复方法对网格进行修复,克服了凸组合参数化方法难以应用到具有孔洞和不规则边界的网格的缺点。

(2)通过构造附加网格边界,使得具有复杂不规则边界的网格在参数化后得以较好地保持了边界特征,有效提高了网格参数化质量。

参考文献

- [1] 彭群生,胡国飞.三角网格的参数化[J].计算机辅助设计与图形学学报,2004,16(6):731-739
- [2] Tutte W. How to draw a graph[C]//Proceedings of the London Mathematical Society. London,1963(13):743-768
- [3] Floater M S. Parametrization and smooth approximation of surface triangulations[J]. Computer Aided Geometric Design, 1997,14(3):231-250
- [4] Floater M S. Mean value coordinates[J]. Computer Aided Geometric Design,2003,20(1):19-27
- [5] Lee Y, Kim H S. Mesh parameterization with a virtual boundary[J]. Computers & Graphics,2002,26(5):677-686
- [6] Sheffer A, Sturler-E De. Parametrization of faceted surfaces for meshing using angle-based flattening[J]. Engineering with Computers,2001,17(3):326-337
- [7] Sheffer A, Lévy B, Mogilnitsky M, et al. Fast and robust angle based flattening[J]. ACM Transactions on Graphics,2005,24(2):311-330
- [8] Gortler S, Gotsman C, Thurston D. Discrete one-forms on meshes and applications to 3d mesh parameterization[J]. Computer Aided Geometric Design,2006,23(2):83-112
- [9] Kharevych L, Springborn B, Schröder. Discrete conformal mappings via circle patterns[J]. ACM Transactions on Graphics, 2006,25(2):412-438

(下转第 14 页)