

doi:10.19306/j.cnki.2095-8110.2020.05.003

# 顾及轨道误差的 GNSS 卫星钟差实时估计策略优化

刘站科, 李国鹏, 张 涛, 陈小英, 任秀波

(自然资源部第一大地测量队, 西安 710054)

**摘要:**为提高 GNSS 卫星钟差实时估计精度, 针对 GNSS 各卫星系统的轨道差异, 分析各系统卫星轨道误差对钟差估计的影响, 基于距离函数线性化二阶残余项的思想, 提出了一种顾及轨道误差的权函数模型, 以优化实时卫星钟差估计策略。利用全球均匀分布的 IGS 和 iGMAS 跟踪站的实时观测数据进行实验, 并与 GBM 的事后精密钟差进行对比分析。结果表明: GPS 精度提高率为 6.47%, BDS 精度提高率为 6.46%, GLONASS 精度提高率为 7.42%, Galileo 精度提高率为 7.62%。

**关键词:**GNSS; 实时卫星钟差; 轨道误差; 权函数; 策略优化

中图分类号: V324.2+4 文献标志码: A 开放科学(资源服务)标识码(OSID):

文章编号: 2095-8110(2020)05-0021-07



## Strategy Optimization of GNSS Satellite Clock Offset Real-time Estimation Considering the Orbit Error

LIU Zhan-ke, LI Guo-peng, ZHANG Tao, CHEN Xiao-ying, REN Xiu-bo

(The First Geodetic Surveying Brigade of Ministry of National Resources, Xi'an 710054, China)

**Abstract:** In order to improve the accuracy of real-time estimation of GNSS satellite clock, the influence of orbit error of each system on the satellite clock offset estimation is analyzed considering the orbit differences of each system. And based on the idea of linearizing the second-order residuals of distance function, a weight function model taking into account orbit error is proposed to optimize the estimation strategy of real-time satellite clock offset. The experiments real-time clock offset is calculated by the IGS and iGMAS tracking stations, and compared with the final precision satellite clock offset provided by GBM. The results show that the accuracy improvement rates of GPS, BDS, GLONASS and Galileo are 6.47%, 6.46%, 7.42% and 7.62% respectively.

**Key words:** GNSS; Real-time satellite clock offset; Orbit error; Weight function; Strategy optimization

### 0 引言

随着北斗三号卫星组网运行并提供服务, 北斗卫星导航系统(BeiDou Navigation Satellite System, BDS)的覆盖能力和服务性能进一步得到提升, 更好地助力全球导航卫星系统(Global Navigation Satellite System, GNSS)四系统的导航、定位和授时服务<sup>[1-3]</sup>。目前, 用户对 GNSS 多系统实时位置

em, BDS)的覆盖能力和服务性能进一步得到提升, 更好地助力全球导航卫星系统(Global Navigation Satellite System, GNSS)四系统的导航、定位和授时服务<sup>[1-3]</sup>。目前, 用户对 GNSS 多系统实时位置

收稿日期: 2020-01-16; 修订日期: 2020-03-23

基金项目: 国家自然科学基金(41674024)

作者简介: 刘站科(1981-), 男, 博士, 高级工程师, 主要从事大地测量相关理论、技术研究及生产应用等方面的工作。

E-mail: LZK\_111@163.com

服务的精度需求逐步提高,实时卫星钟差产品作为高精度实时位置服务的关键技术,其精度亟需得到提升。

卫星钟差产品作为实时位置服务的重要基础产品之一<sup>[4]</sup>,国际 GNSS 服务组织(international GNSS Service, IGS)与我国自主建立的国际 GNSS 监测评估系统(International GNSS Monitoring and Assessment System, iGMAS)均致力于优化多系统融合的卫星钟差实时估计的精度。IGS 已推出全球定位系统(Global Positioning System, GPS)/全球卫星导航系统(Global Navigation Satellite System, GLONASS)卫星钟差实时产品,其精度可达到 0.3~0.8ns。GPS 超快速卫星钟差产品的预报部分可满足实时性要求,但其精度为 3ns,虽略优于钟差精度为 5ns 的广播星历产品,但仍不能满足实时定位的高精度需求<sup>[5]</sup>。陈良等通过优化待估参数,实现了简单高效的多 GNSS 实时钟差估计模型, GPS 卫星钟差实时精度约 0.22ns,地球静止轨道(Geostationary Earth Orbits, GEO)卫星优于 0.5ns,倾斜地球同步轨道(Inclined GeoSynchronous Orbit, IGSO)/中地球轨道(Medium Earth Orbit, MEO)卫星优于 0.24ns, Galileo 卫星优于 0.32ns<sup>[6]</sup>。谷守周和施闯等通过优化 BDS/GPS 随机模型,显著提高了 BDS/GPS 的实时估计精度<sup>[7]</sup>。耿长江等通过优化钟差融合解算模型,利用滤波算法实现了 BDS/GPS 实时钟差融合估计,其实时钟差产品用于动态精密单点定位(Precise Point Positioning, PPP)的定位精度与事后产品相当<sup>[8]</sup>。BDS/GPS 单系统或双系统实时钟差产品已经成熟,其四系统联合估计的实时钟差产品处于测试运行阶段。因此,针对 GNSS 四系统的卫星钟差联合估计的精度提升,实现策略优化,满足厘米级位置服务的需求,成为技术层面亟需解决的难题。

本文以 iGMAS 中国测绘科学研究院北斗分析中心为平台,在实现 GNSS 四系统实时卫星钟差联合估计的基础上,分析了不同卫星系统的轨道误差,设计了一种顾及轨道误差的权函数模型,进行策略优化,并采用 IGS 与 iGMAS 的实测数据进行精度评估,验证了此策略的可行性。

## 1 GNSS 卫星钟差实时估计算法

GNSS 卫星钟差实时估计是基于 GNSS 实时卫星观测数据,固定卫星轨道等精密信息,并利用模

型修正相位缠绕和固体潮等误差,实现卫星钟差估计<sup>[4]</sup>。钟差实时估计一般采用非差估计算法<sup>[5]</sup>。非差估计算法的 GNSS 误差观测方程为

$$\begin{cases} v_{r,P}^{S,n} = dclk_r(t) + b_{r,P}^S - dclk^{S,n}(t) - b_P^{S,n} + \\ \quad m_r^n(t) \cdot ztd_r(t) + l_{r,P}^{S,n}(t) \\ v_{r,\Phi}^{S,n} = dclk_r(t) + b_{r,\Phi}^S - dclk^{S,n}(t) - b_{\Phi}^{S,n} + \\ \quad m_r^n(t) \cdot ztd_r(t) + N_{r,\Phi}^{S,n} + l_{r,\Phi}^{S,n}(t) \end{cases} \quad (1)$$

式中,  $S$  为 GPS/BDS/GLONASS/Galileo 卫星系统;  $r$  为地面观测站;  $n$  为当前历元的第  $n$  颗卫星;  $P$  为伪距观测值,  $\Phi$  为相位载波观测值;  $dclk_r$  为接收机钟差;  $dclk^{S,n}$  为卫星钟差;  $b_r$  为接收机端信号延迟;  $b^{S,n}$  为卫星端信号延迟;  $m$  为  $r$  测站跟踪某一颗卫星时的对流层投影函数;  $ztd_r$  为天顶对流层湿延迟值;  $N$  为非差无电离层组合观测值的模糊度;  $l$  为伪距或载波观测值与卫星到测站位置的几何距离的差;  $v$  为误差改正数。

## 2 顾及轨道误差的 GNSS 卫星钟差实时估计策略优化

实时卫星钟差估计时,通常将轨道改正信息固定为超快速预报轨道,且采用 6h 更新的超快速轨道,而本文为降低轨道误差,采用 3h 更新的四系统超快速轨道。但是预报轨道仍然存在弧段间的跳跃<sup>[4]</sup>,对实时钟差估计精度具有一定的影响。因此,从卫星轨道出发,研究其误差对卫星钟差估计的影响,并对钟差估计进行策略优化,以期提高估计精度。

### 2.1 卫星轨道误差影响分析

测站  $A$  至卫星  $S$  的伪距观测值  $P_A^S$  的数学函数模型为

$$P_A^S = |\rho_A^S| + \frac{\rho_A^S}{|\rho_A^S|} \delta X^S - \frac{\rho_A^S}{|\rho_A^S|} \delta X_A + c \cdot clk_A - c \cdot clk^S + Trop_A + \epsilon_{A,\Phi}^S \quad (2)$$

式中,  $|\rho_A^S|$  为测站  $A$  至卫星  $S$  的距离;  $X^S$  和  $X_A$  分别为卫星  $S$ 、测站  $A$  的坐标;  $\delta X^S$ 、 $\delta X_A$  分别为卫星  $S$ 、测站  $A$  坐标的误差;  $\frac{\rho_A^S}{|\rho_A^S|} \delta X^S - \frac{\rho_A^S}{|\rho_A^S|} \delta X_A$  为卫星  $S$  的轨道误差与测站  $A$  的坐标误差在视线方向上的投影。

如图 1 所示,由轨道误差引起的测距误差(即径向和切向轨道误差在视线上的投影)等价于

$$\frac{\rho_A^S}{|\rho_A^S|} \delta X^S = \cos \Psi_A^S \cdot \delta X_R^S + \sin \Psi_A^S \cdot \delta X_T^S \quad (3)$$

式中,  $\Psi_A^S = \arcsin(\sin(Z_A^S)R_A/R^S)$ ,  $\Psi_A^S$  为测站 A 和地心 O 相对于卫星 S 的视线夹角;  $Z_A^S$  为测站 A 处的天顶距;  $R_A$  和  $R^S$  分别为测站 A、卫星 S 与地心 O 之间的距离;  $T$  和  $R$  分别为卫星 S 的切向、径向的单位向量;  $\delta X_T^S$  和  $\delta X_R^S$  分别为卫星 S 的切向、径向的轨道误差。将测距误差等效为钟差估计误差, 可得 GNSS 各系统轨道误差对钟差估计的影响。

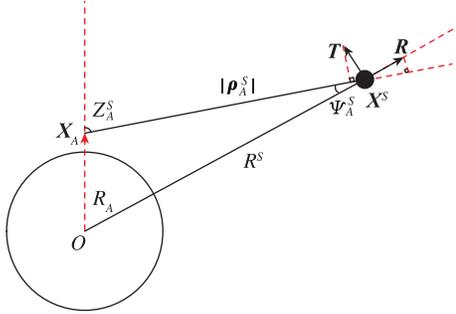


图 1 轨道误差在信号传播方向上的投影

Fig. 1 Projection of orbit error in the direction of signal propagation

如表 1 所示, 从 GNSS 各系统轨道误差分别对卫星钟差估计的影响来看: 卫星钟差对径向轨道误差具有很强的吸收能力, 最高可达 98.8%。卫星钟差对切向轨道误差也有所吸收, 最高可达 25%。由此可知, 卫星钟差中融合了卫星轨道误差, 且卫星轨道误差可对卫星钟差精度产生影响。GNSS 卫星对地面测站的最大可视角度为  $14.5^\circ$ , 而观测站对卫星观测的可视角度会影响 GNSS 的观测质量, 从而在一定程度上对卫星钟差精度产生影响。因此, 对卫星钟差估计精度的提高可以从卫星轨道误差方面进行研究。

表 1 轨道误差对卫星钟差估计的影响

Tab. 1 Effect of orbit error on satellite clock offset estimation

系统	卫星到地 面的平均 高度/km	径向轨道 误差吸收 量/%	切向轨道 误差吸收 量/%	卫星对测 站最大可视 角度/ $^\circ$	
GPS	20200	97.1	24.0	13.9	
BDS	GEO/IGSO	35786	98.8	15.1	8.7
	MEO	21528	97.4	22.8	13.2
GLONASS	19100	96.8	25.0	14.5	
Galileo	23616	97.7	21.2	12.3	

## 2.2 权函数模型优化

GNSS 观测值为卫星和观测站之间的距离, 此

观测值已融合卫星轨道误差。因此, 本文从卫星与测站之间距离的数学模型出发, 对 GNSS 观测值进行权值确定, 设计融合卫星轨道误差的权函数, 优化随机模型<sup>[8]</sup>, 以提高实时卫星钟差估计精度。

距离观测在高精度测距定位应用中建立平差函数模型时, 除了确定待定点的点坐标参数, 还需要附加误差参数<sup>[11-13]</sup>。薛树强等在测距定位观测方程非线性分析的基础上, 导出了有关长距离函数二阶残余项的估计公式, 距离函数的二阶泰勒展开项可转变为二阶残余项<sup>[15-18]</sup>。

卫星与观测站距离的测距定位观测方程可表示为

$$\begin{aligned}\tilde{\rho}_A^S &= \tilde{d}(x) = \sqrt{(x_A - \tilde{x}^S)^2 + (y_A - \tilde{y}^S)^2 + (z_A - \tilde{z}^S)^2} \\ &= \sqrt{(x_A - x^S - \epsilon_x^S)^2 + (y_A - y^S - \epsilon_y^S)^2 + (z_A - z^S - \epsilon_z^S)^2} \\ &= d(x_0) + \Delta d = \rho_A^S + \Delta d\end{aligned}\quad (4)$$

式中,  $\tilde{\rho}_A^S$  和  $\tilde{d}(x)$  均为观测站到卫星的真值;  $\rho_A^S$  和  $d(x_0)$  均为观测站到卫星的观测值;  $(x_A, y_A, z_A)$  为观测站坐标;  $(x^S, y^S, z^S)$  为卫星坐标;  $(\tilde{x}^S, \tilde{y}^S, \tilde{z}^S)$  为卫星坐标真值;  $\epsilon = (\epsilon_x^S, \epsilon_y^S, \epsilon_z^S)$  为轨道在  $x, y, z$  方向上的轨道误差;  $\Delta d$  为轨道误差项。由于所讨论公式为空间定位的距离方程, 则假定  $x = (\tilde{x}^S, \tilde{y}^S, \tilde{z}^S)^T \in R^3$ ,  $x_0 = (x^S, y^S, z^S)^T \in R^3$ ,  $x_1 = (x_R, y_R, z_R)^T \in R^3$ 。

对距离函数  $\tilde{d}(x)$  在  $x_0$  处的泰勒级数展开为

$$\begin{aligned}\tilde{d}(x) &= d(x_0) + d'(x)dx + \\ &\quad \frac{1}{2}dx^T d''(x_0 + \alpha dx)dx\end{aligned}\quad (5)$$

式中,  $d'(x) = (x_A - x^S, y_A - y^S, z_A - z^S)/d(x_0)$ ;  $\alpha \in (0, 1)$ ;  $d(x) = x - x_0$  为自变量微分。由于  $d(x_0)$  为卫星与观测站的观测值, 且  $d(x_0)$  远超过地球半径, 足够大, 因此距离函数的一阶展开项误差可近似为 0。由于距离函数的二阶泰勒展开项可转变为二阶残余项<sup>[11-14]</sup>, 即

$$\lim_{dx \rightarrow 0} dx^T d''(x_0 + \alpha dx)dx = \frac{\|dx\|_2^2 \sin^2 \theta}{\|x_1 - x\|_2^2} \geq 0, \text{ 则可}$$

将泰勒展开式变为

$$\tilde{d}(x) = d(x_0) + \frac{1}{2} \frac{\|dx\|_2^2 \sin^2 \theta}{\|x_1 - x\|_2^2}\quad (6)$$

由式(4)可知,  $\tilde{d}(x) = d(x_0) + \Delta d$ 。因此, 可得轨道误差的等价式为

$$\Delta d = \frac{1}{2} \frac{\|dx\|_2^2 \sin^2 \theta}{\|x_1 - x\|_2^2} = \frac{1}{2} \frac{\|\epsilon\|_2^2 \sin^2 \theta}{(\tilde{\rho}_A^S)^2}\quad (7)$$

由于 GNSS 长距离问题的二阶项公式可精确到距离统计量的方差信息,即

$$\text{var}(\rho_{\lambda}^S) = \text{var}(\Delta d) = \sigma_S^2 = e^T \cdot D \cdot e \quad (8)$$

$$D = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_3^2 \end{bmatrix} \quad (9)$$

式(8)中,  $\sigma_S^2$  为轨道误差的方差;  $e$  为卫星与测站方向的方向余弦;  $D$  为轨道中间时刻的精度信息矩阵,即轨道中间时刻的位置状态方差协方差矩阵。因此,融合轨道误差的权设计为

$$P_i^j = \frac{\sigma_0^2}{\sigma_S^2} \quad (10)$$

式中,  $\sigma_0^2$  为单位权中误差;  $P_i^j$  为任意一颗卫星  $j$  的观测值  $i$  (载波或者伪距观测值)的权。通常观测方差随着卫星高度角会变大,对高度角进行加权的权函数<sup>[19-23]</sup>一般为

$$P_i^j = \frac{\sigma_0^2}{\sigma_{i,j}^2} = \frac{\sigma_0^2}{\sigma_a^2} = \frac{\sigma_0^2}{k_0^2 / \sin^2 \alpha} \quad (11)$$

式中,  $\sigma_i^j$  为任意一颗卫星  $j$  的观测值  $i$  (载波或者伪距观测值) 的方差;  $k_0^2$  为天顶方向观测值的方差;  $\alpha$  为卫星高度角。

基于观测值的轨道误差和高度角对其权值的影响,可综合考虑轨道误差和卫星高度角对钟差估计精度的影响,联合确权,设计权函数(如式(12)),实现随机模型的优化。

$$P_i^j = \frac{\sigma_0^2}{\sigma_S^2 + \sigma_a^2} = \frac{\sigma_0^2}{\sigma_S^2 + k_0^2 / \sin^2 \alpha} \quad (12)$$

### 3 数据处理分析

#### 3.1 实验方法

实验中采用 iGMAS 和 IGS 的实时数据,实时获取 80 个左右的观测站数据以及导航星历。利用相同数据源的实时数据作为解算数据且使用相同的解算策略,如表 2 所示。基于不同权函数的设计方案,同时进行 2018 年年积日第 10 天~第 24 天(共计 15 天)的 GNSS 卫星钟差解算,将不同方案的钟差实时估计结果与 GBM 的精密钟差进行对比,得到各系统各天的精度结果。精度比对过程中,选取德国地学研究中心(German Research Centre for Geosciences, GFZ)提供的 GBM 最终钟差产品作为参考,目前 GFZ 作为最早提供高采样率的 GNSS 四系统卫星钟差的研究机构,其卫星轨道

和钟差产品的稳定性好、精度高。GBM 轨道产品较 IGS 最终产品精度优于 1cm,钟差优于 0.02ns。比较并分析两种方案的卫星钟差估计精度。

表 2 实时钟差估计策略  
Tab. 2 Real-time clock offset estimation strategy

参数	处理方法
观测值	伪距观测值、载波相位观测值
先验约束	伪距:0.6m,载波:0.01周
截止高度角	7°
观测值加权	方案 1 或 方案 2
天线相位缠绕、相对论	模型改正
卫星天线 PCO/PCV	GPS/GLONASS/Galileo/IGS08 模型;BDS;iGMAS 推荐值
潮汐改正	模型改正(固体潮、海洋潮汐等) IERS Conventions 2010
卫星相位中心	绝对相位中心
参考钟	卫星钟+约束
卫星轨道	iGMAS 分析中心(中国测绘科学研究院)产品 3h 更新
测站坐标	iGMAS 分析中心 已知值
对流层	Saastmoine 模型+随机游走
卫星钟、接收机钟	估计
ISB/IFB	估计

实验方案为:方案一:权函数模型考虑卫星轨道误差影响,并对高度角加权;方案二:权函数模型仅考虑高度角加权。

#### 3.2 实验结果分析

年积日第 10 天~第 24 天,两种方案的 GPS 卫星钟差精度如图 2 所示, GLONASS 卫星钟差精度如图 3 所示, BDS 卫星钟差精度如图 4 所示, Galileo 卫星钟差精度如图 5 所示。将各系统各天的卫星钟差的实时精度求取平均值,如表 3 所示。

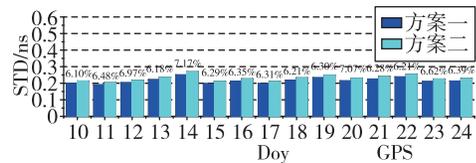


图 2 GPS 卫星实时钟差精度  
Fig. 2 GPS satellite real-time clock offset accuracy

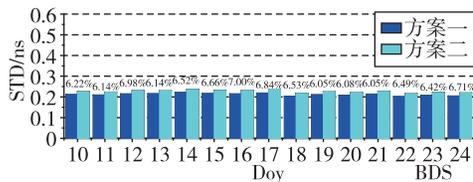


图 3 BDS 卫星实时钟差精度

Fig. 3 BDS satellite real-time clock offset accuracy

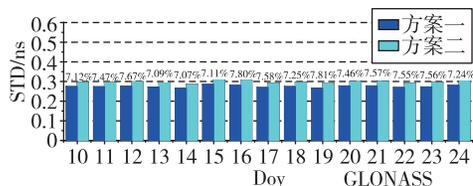


图 4 GLONASS 卫星实时钟差精度

Fig. 4 GLONASS satellite real-time clock offset accuracy

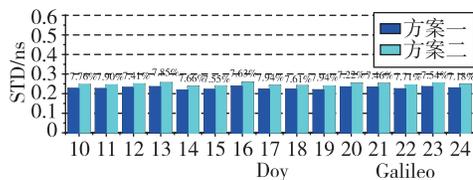


图 5 Galileo 卫星实时钟差精度

Fig. 5 Galileo satellite real-time clock offset accuracy

表 3 年积日第 10 天~第 24 天两种方案的卫星钟差实时精度

Tab. 3 Satellite clock offset real-time accuracies of two schemes from the 10th day to the 24th day

系统	方案一/ns	方案二/ns	精度提高率/%
GPS	0.215	0.230	6.47
BDS	0.211	0.225	6.46
GLONASS	0.274	0.296	7.42
Galileo	0.227	0.246	7.62

由此实验的精度结果图 2~图 5 及表 3 可知:

1)GPS 中,各天中方案一的精度均明显优于方案二的精度,两种方案整体精度优于 0.269ns。方案一的精度最高可达 0.197ns,最低不超过 0.250ns。相较于方案二,方案一提高率最高可达 7.17%,最低为 6.10%,且提高率在 6.50%附近波动。方案一的平均精度为 0.215ns,方案二的平均精度为 0.230ns,平均提高率为 6.47%。

2)BDS 中,各天中方案一的精度明显优于方案二的精度,两种方案整体精度优于 0.236ns。方案

一的精度最高可达 0.201ns,最低不超过 0.221ns。相较于方案二,方案一提高率最高可达 7.00%,最低为 6.05%,且提高率在 6.50%附近波动。方案一的平均精度为 0.211ns,方案二的平均精度为 0.225ns,平均提高率为 6.46%。

3)GLONASS 中,各天中方案一的精度同样优于方案二的精度,两种方案整体精度优于 0.307ns。方案一的精度最高可达 0.266ns,最低不超过 0.285ns。相较于方案二,方案一提高率最高可达 7.81%,最低为 7.07%,且提高率在 7%附近波动。方案一的平均精度为 0.274ns,方案二的平均精度为 0.296ns,平均提高率为 7.42%。

4)Galileo 中,各天中方案一的精度同样优于方案二的精度,两种方案整体精度优于 0.257ns。方案一的精度最高可达 0.218ns,最低不超过 0.237ns。相较于方案二,方案一提高率最高可达 7.94%,最低为 7.18%,且提高率在 7.50%附近波动。方案一的平均精度为 0.227ns,方案二的平均精度为 0.246ns,平均提高率为 7.62%。

综合各系统各天的分析结果可知,相比方案二(即原来的方案),方案一可有效提高每个系统的整体解算精度,证明了此优化策略的可行性。GPS 实时钟差精度平均提高 6.47%,BDS 平均提高 6.46%,GLONASS 平均提高 7.42%,Galileo 平均提高 7.62%。

因此,顾及卫星轨道误差的权函数模型,能够对卫星钟差估计进行策略优化,可有效提高 GNSS 各系统实时卫星钟差的精度。

#### 4 结论

本文在实现 GNSS 四系统实时卫星钟差联合估计的基础上,为提高 GNSS 卫星钟差实时估计精度,提出了估计优化策略。针对 GNSS 各系统的轨道差异,在分析各系统卫星轨道误差对钟差估计影响的基础上,基于距离函数线性化二阶残余项的思想,提出了一种顾及轨道误差的权函数模型,可有效提高实时精度。GPS 钟差实时精度达到 0.215ns,平均提高 6.47%;BDS 精度达到 0.211ns,平均提高 6.46%;GLONASS 精度达到 0.274,平均提高 7.42%;Galileo 精度达到 0.227ns,平均提高 7.62%。

对 GNSS 卫星钟差实时估计策略的研究,可从数学模型的角度出发,为多系统的定位授时等解算

提供借鉴。此顾及轨道误差的权函数模型作为一种优化策略,可有效提高多系统解算的精度,满足实时定位的精度需求。然而,四系统的联合解算增加了估计参数的数量,延长了估计时间,因此在满足精度要求的条件下,如何提高解算效率,保证产品的实时性,成为下一步的研究方向。

### 参考文献

- [1] 杨元喜. 北斗卫星导航系统的进展、贡献与挑战[J]. 测绘学报, 2010, 39(1): 1-6.  
Yang Yuanxi. Progress, contribution and challenges of Beidou satellite navigation system[J]. Journal of Surveying and Mapping, 2010, 39(1): 1-6 (in Chinese).
- [2] 杨元喜. 北斗卫星导航系统与测绘学科发展[J]. 测绘科学技术学报, 2015, 32(1): 2.  
Yang Yuanxi. Beidou satellite navigation system and development of surveying and mapping[J]. Journal of Geomatics Science and Technology, 2015, 32(1): 2 (in Chinese).
- [3] 秘金钟. GNSS完备性监测理论与应用[M]. 北京: 测绘出版社, 2012: 11-73.  
Bei Jinzhong. Theory and application of GNSS completeness monitoring [M]. Beijing: Surveying and Mapping Press, 2012: 11-73(in Chinese).
- [4] 施闯, 楼益栋, 宋伟伟, 等. 广域实时精密定位原型系统及初步结果[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2009(11): 1271-1274.  
Shi Chuang, Lou Yidong, Song Weiwei, et al. Wide-area real-time precise positioning prototype system and preliminary results[J]. Wuhan University Journal (Information Science Edition), 2009(11): 1271-1274 (in Chinese).
- [5] 宋伟伟. 导航卫星实时精密钟差确定及实时精密单点定位理论方法研究[D]. 武汉: 武汉大学, 2011.  
Song Weiwei. Research on real-time precise clock difference of navigation satellite and theoretical method of real-time precise single-point positioning[D]. Wuhan: Wuhan University, 2011(in Chinese).
- [6] 陈良, 胡志刚, 耿长江, 等. GNSS增强系统中精密实时钟差高频估计及应用研究[J]. 测绘学报, 2016, 45(S2): 12-21.  
Chen Liang, Hu Zhigang, Geng Changjiang, et al. High frequency estimation and application of precision real-time clock difference in GNSS augmented system [J]. Journal of Surveying and Mapping, 2016, 45(S2): 12-21(in Chinese).
- [7] 谷守周, 施闯, 党亚民, 等. 顾及轨道误差BDS/GPS实时钟差融合估计的观测权函数设计[J]. 测绘学报, 2016, 45(S2): 39-45.  
Gu Shouzhou, Shi Chuang, Dang Yamin, et al. Design of observation weight function taking into account orbit error BDS/GPS real clock difference fusion estimation[J]. Journal of Surveying and Mapping, 2016, 45(S2): 39-45(in Chinese).
- [8] 陈良, 耿长江, 周泉. 北斗/GPS实时精密卫星钟差融合解算模型及精度分析[J]. 测绘学报, 2016, 45(9): 1028-1034.  
Chen Liang, Geng Changjiang, Zhou Quan. Beidou/GPS real-time precision satellite clock fusion fusion model and accuracy analysis[J]. Journal of Surveying and Mapping, 2016, 45(9): 1028-1034(in Chinese).
- [9] 谷守周, 施闯, 党亚民, 等. BDS/GPS实时钟差估计中ISB分析与函数模型设计[J]. 测绘通报, 2018(1): 22-27.  
Gu Shouzhou, Shi Chuang, Dang Yamin, et al. ISB analysis and function model design in BDS/GPS real clock difference estimation[J]. Bulletin of Surveying and Mapping, 2018(1): 22-27(in Chinese).
- [10] 罗璠, 李建文, 黄海, 等. BDS广播星历的轨道误差分析[J]. 测绘通报, 2015(2): 70-72.  
Luo Fan, Li Jianwen, Huang Hai, et al. Orbit error analysis of BDS broadcast ephemeris[J]. Bulletin of Surveying and Mapping, 2015(2): 70-72(in Chinese).
- [11] 薛树强, 杨元喜, 党亚民. 测距定位方程非线性平差的封闭牛顿迭代公式[J]. 测绘学报, 2014, 43(8): 771-777.  
Xue Shuqiang, Yang Yuanxi, Dang Yamin. Closed Newton iterative formula for nonlinear adjustment of ranging and location equations[J]. Journal of Surveying and Mapping, 2014, 43(8): 771-777(in Chinese).
- [12] 薛树强, 杨元喜. 广义反距离加权空间推估法[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2013, 38(12): 1435-1439.  
Xue Shuqiang, Yang Yuanxi. Generalized inverse distance weighted spatial estimation method[J]. Journal of Wuhan University (Information Science Edition), 2013, 38(12): 1435-1439(in Chinese).
- [13] 薛树强, 杨元喜. 连续观测系统平差模型与有色噪声补偿[J]. 测绘学报, 2014, 43(4): 360-365+371.  
Xue Shuqiang, Yang Yuanxi. Adjustment model of continuous observation system and colored noise compensation[J]. Journal of Surveying and Mapping, 2014, 43(4): 360-365+371(in Chinese).
- [14] 李斐, 郝卫峰, 王文睿, 等. 非线性病态问题解算的

- 扰动分析[J]. 测绘学报, 2011, 40(1): 6-9.
- Li Fei, Hao Weifeng, Wang Wenrui, et al. Perturbation analysis of solving non-linear ill-conditioned problems[J]. Journal of Surveying and Mapping, 2011, 40(1): 6-9(in Chinese).
- [15] 唐利民. 非线性最小二乘问题的不适定性及算法研究[J]. 测绘学报, 2012, 41(4): 630.
- Tang Limin. Research on ill-posedness and algorithm of nonlinear least squares problem[J]. Journal of Surveying and Mapping, 2012, 41(4): 630(in Chinese).
- [16] Xue Shuqiang, Yang Yuanxi, Dang Yamin. A closed-form of Newton method for solving over-determined pseudo-distance equations[J]. Journal of Geodesy, 2014, 88(5): 441-448.
- [17] Xue Shuqiang, Dang Yamin, Liu Jiping, et al. Bias estimation and correction for triangle-based surface area calculations[J]. International Journal of Geographical Information Science, 2016, 30(11): 2155-2170.
- [18] Xue Shuqiang, Dang Yamin. Formulas for precisely and efficiently estimating the bias and variance of the length measurements[J]. Journal of Geographical Systems, 2016, 18(4): 399-415.
- [19] Lou Yidong, Liu Yang, Shi Chuang, et al. Precise orbit determination of BeiDou constellation based on BETS and MGEX network[J]. Scientific Reports, 2014(4): 4692.
- [20] Lou Yidong, Liu Yang, Shi Chuang, et al. Precise orbit determination of BeiDou constellation: method comparison[J]. GPS Solutions, 2016, 20(2): 259-268.
- [21] Wang Zhiyu, Li Zishen, Wang Liang, et al. Assessment of multiple GNSS real-time SSR products from different analysis centers[J]. ISPRS International Journal of Geo-Information, 2018, 7(3): 85.
- [22] Douša J. The impact of errors in predicted GPS orbits on zenith troposphere delay estimation[J]. GPS Solutions, 2010, 14(3): 229-239.
- [23] Bock H, Jäggi A, Dach R, et al. GPS single-frequency orbit determination for low earth orbiting satellites[J]. Advances in Space Research, 2009, 43(5): 783-791.