

固定翼无人机编队集结控制算法研究

朱学平, 杨 军, 袁 博, 朱苏朋, 李 玥

(西北工业大学航天学院, 西安 710072)

摘 要:针对固定翼无人机协同作战时的编队集结问题,提出了一种新的路径规划和位置分配方法,并设计了包括航迹跟踪、高度保持和速度控制在内的自动驾驶仪。该路径规划算法通过矩阵迭代得到一组较优的目标点分配方案,满足总航程较小和同时到达约束。根据得到的各无人机飞向目标点的航迹,算出无人机编队集结的代价矩阵。在每架无人机确定了应飞航路后,开始沿航路飞向目标点,在此过程中,纵向采用高度保持自动驾驶仪,横向采用航迹跟踪自动驾驶仪,控制无人机按规定航迹飞行。速度调节自动驾驶仪可根据速度指令调节油门大小加减速,跟踪上目标速度,进而实现编队集结。仿真结果验证了所提出的编队集结控制方法的有效性和可行性。

关键词:无人机;编队飞行;航迹规划;编队集结

中图分类号:V249.1

文献标志码:A

开放科学(资源服务)标识码(OSID):

文章编号:2095-8110(2020)05-0128-06



Research on Formation Control of Multiple Fixed-Wing UAVs

ZHU Xue-ping, YANG Jun, YUAN Bo, ZHU Su-peng, LI Yue

(School of Astronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: For the formation rendezvous problem in the cooperative operation of fixed-wing UAVs, this paper proposes a new path planning and location allocation method, and designs autopilots including trajectory tracking, altitude maintenance and speed control. The path planning algorithm obtains a set of relative more optimal target point assignments through matrix iteration, while satisfying the minimum total path and the simultaneous arrival constraints. According to the obtained trajectory of each UAV flying to the target point, the cost matrix of the UAV formation is calculated. After each UAV has determined the flight path, it will start to fly along the route to the target. In the process, the altitude is automatically maintained by the autopilot, and the trajectory tracking autopilot is used to keep the UAV flying along the desired trajectory. The speed autopilot can adjust the throttle according to the speed command, and track the upper target speed to realize the formation. The simulation results verify the effectiveness and feasibility of the proposed formation control method.

Key words: Unmanned aerial vehicle; Formation flight; Path planning; Rendezvous

收稿日期:2019-05-30;修订日期:2019-07-03

基金项目:中国博士后科学基金(2019M653745)

作者简介:朱学平(1981-),男,博士,副教授,主要从事飞行控制系统理论与应用方面的研究。

E-mail:zhuxueping@nwpu.edu.cn

通信作者:李玥(1987-),女,博士,助理研究员,主要从事非线性系统控制理论与应用方面的研究。

E-mail:yueli@nwpu.edu.cn

0 引言

随着高技术的发展和未来空战样式的复杂多变,发展我国无人作战飞机是在未来战争中快速形成对敌威胁的捷径之一。在战略和战役作战中,无人机能够发挥多种独特的作用,然而战术任务具有多重性与复杂性,面对日趋复杂的现代战场环境,单架无人机(Unmanned Aerial Vehicle, UAV)已无法完成指定的作战任务^[1-2]。

首先,由于隐身性能和载重限额等要求,单机的局限性较大,一般难以同时具有较强的侦查打击能力,许多战术任务通常需要多 UAV 协同完成;其次,为了保证任务执行成功机会更高,防止 UAV 在执行高危险任务时因毁伤导致任务失败的情况,多 UAV 作战必须进行冗余配置,从而实现即使有部分 UAV 被毁,其余 UAV 也有很大机会协同完成任务,这要求无人机之间能够互相补充、互相支援、能力互补;最后,通过多无人机协同作战的优势互补可以提升作战能力,组成一个有机的战斗系统。因此,多 UAV 协同已经成为 UAV 作战使用的必然选择^[3-6]。

总的来说,多 UAV 协同作战的优势有:1)通过成员之间相互配合,提高任务完成的质量;2)通过系统内的动态分配与调度,增加任务成功的概率;3)通过成员之间的资源共享,扩展执行任务的能力;4)通过任务的并行执行,缩短任务的完成时间。所以,多 UAV 协同作战是未来 UAV 作战方式的重要发展趋势。美国空军科学顾问委员会指出, UAV 应当以成群的方式执行任务,而不是单独行动^[5-6]。

编队集结是 UAV 协同作战要解决的重要问题。编队集结过程中,飞机随机分布,若想到达指定的编队位置,首先需要通过航路规划计算出飞机到目标点的合理航路,然后沿各自的规划航路飞向目标点^[10-12]。本文对无人机由初始点飞到目标点的航路进行规划,引入待飞预测时间约束,在 Leader-Follower 架构下,设计了无人机编队飞行过程中的航迹跟踪、速度控制和高度保持控制,实现了僚机自动跟随长机并保持队形的稳定。

1 无人机编队集结路径规划方法设计

1.1 基于 Dubins 曲线的无人机航路规划方法

当单架飞机无法满足打击或侦察任务的需求

时,则需要多架飞机组成的无人机群按某种队形飞行来满足要求,若需要完成多任务间的切换,则进一步需要队形间的切换。机群系统编队的初始位置一般是随机分布的,这就需要机群在尽可能短的时间内完成目标点的合理分配,规划每架飞机自己的航路,使得多架飞机同时达到目标点,实现队形组建。

无人机的航路规划是指在满足一定的任务要求的前提下,规划从起始点到目标点的最优飞行航路,并且满足无人机机动性能要求和战场威胁限制。在知道自身位置及航向、目标点的位置及航向后,航路规划需要实现以下几个方面:

- 1)所规定航路到达目标点时的航向为目标航向;
- 2)所规划航路尽可能短,达到节省时间、节省燃料的目的;
- 3)规划出航路后即可得到总航程,进而提供给任务分配;
- 4)计算方法简单,短小时内即可得到所规划航路。

基于 Dubins 曲线的航路规划的基本思路如下:首先根据飞机位置信息及目标点信息,规划出起始切线圆及目标切线圆;再找到与 2 个圆相切的直线段连接 2 个圆航路,确定 4 个特征点:飞机起始点、切线圆与直线段的切点、直线段与目标切线圆的切点、最终目标点;最终完成了由起始位置到目标位置的闭合航路并可计算出总航程。如图 1 所示,假设某架无人机的起始点和目标点分别为 P_0 和 P_3 ,无人机初始速度向量为 V_0 。规划一条路径使无人机能够到达点 P_3 ,并且到达时速度矢量为一定值。这种方法过程直观,程序相对简单,易于机器实现。

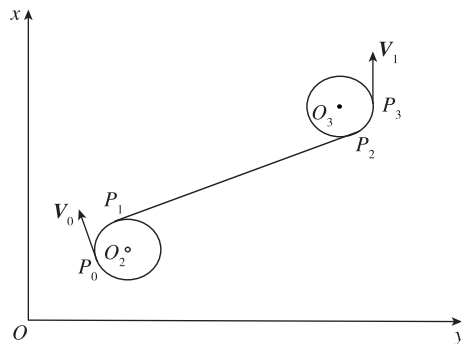


图1 路径示意图

Fig. 1 Path schematic diagram

1.2 目标点分配算法

编队集结是指多个无人机按一定约束条件,调整自身的飞行参数,从任一初始状态集结形成编队队形的过程^[13-16]。常见的约束条件有:1)能耗;2)集结时间;3)无人机之间的安全距离;4)无人机之间的通信状况等。

针对无人机集结实时性和同时性条件,本文采用基于距离空间的矩阵迭代优化算法实现任务分配,计算结果需要满足:

- 1)飞机与目标点一一对应,不能存在多架飞机飞向同一目标的情况;
- 2)所有飞机的航程之和尽量小;
- 3)所有飞机同时到达所选择的目标点。

首先建立代价矩阵,假设背景为安全区域,约束条件主要是飞行距离。假设有 N 架飞机从各自初始位置出发飞向 N 个编队目标点,飞机编号为 $\{A_1, A_2, A_3, \dots, A_N\}$, 目标点编号为 $\{P_1, P_2, P_3, \dots, P_n\}$, 飞机通过单机的航路规划计算到达目标点的航程为 $\{L_{11}, L_{12}, L_{13}, \dots, L_{Nn}\}$, 其中 L_{ij} 表示无人机 A_i 飞到目标点 P_j 的距离,进而得到编队集结代价矩阵 $\mathbf{M}$ 为

$$\mathbf{M} = [L_{ij}]_{n \times n} = \begin{matrix} & \begin{matrix} P_1 & P_2 & P_3 & \cdots & P_n \end{matrix} \\ \begin{matrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ \vdots \\ A_N \end{matrix} & \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{13} & \cdots & L_{1n} \\ L_{21} & L_{22} & L_{23} & \cdots & L_{2n} \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} & \cdots & L_{3n} \\ & & \vdots & & \\ L_{N1} & L_{N2} & L_{N3} & \cdots & L_{Nn} \end{bmatrix} \end{matrix}$$

每架飞机选择不同的目标点,排列方式有 A_N^N 种情况。

目标点优化的具体选择步骤如下:

- 1)建立如上所示形式的代价矩阵 $\mathbf{M}$ 。
- 2)找到矩阵中最小的变量 $(L_{ij})_{\min}$, 记录其所在代价矩阵 $\mathbf{M}$ 的位置 (i, j) ; 将 $\mathbf{M}$ 中的第 i 行及第 j 列移除, 形成新矩阵 $\mathbf{M}_1$; 在 $\mathbf{M}_1$ 中寻找最小的变量 $(L_{ij})_{\min}$, 记录其所在代价矩阵 $\mathbf{M}$ 的位置 (m, n) ; 将 $\mathbf{M}_1$ 中的第 m 行及第 n 列移除, 剩下新矩阵 $\mathbf{M}_2$; 以此类推, 直到找到 N 个 L 组成队列为止, 形成初始航程数列 $\{L_1, L_2, L_3, \dots, L_N\}$ 。

3)判断初始航程数列是否能在既有机动条件下实现。由于速度控制是在一定范围内的, 为了实现多无人机能同时到达指定空域形成队形, 对上文

的算法增加一个约束条件。令 $V_{\min}, V_{\max}$ 为飞机飞行过程中可调节的最小和最大速度, $L_{\min}, L_{\max}$ 为初始航程数列中最短和最长的航程, $t_1 = L_{\min}/V_{\min}$, $t_2 = L_{\max}/V_{\max}$ 。若 $t_2 > t_1$, 则离目标点最远的无人机即使速度调节到极限也无法实现同时到达, 故所求的初始航程 $\{L_1, L_2, L_3, \dots, L_N\}$ 无效; 若 $t_2 \leq t_1$, 则可以通过速度调节实现同时到达, 故该航程数列有效。

4)若判断初始航程数列无效, 将代价矩阵 $\mathbf{M}$ 中最小值 $(L_{ij})_{\min}$ 去除, 即不考虑 A_i 飞到目标点 P_j 的情况, 再重复以上步骤, 得到新一轮的航程数列, 直到满足要求, 确定为最终的分配方案。

至此, 完成了目标点分配算法, 整个过程体现了优化选择的思想。接下来, 通过速度控制, 实现多无人机同时到达集结点形成编队。

若想完成同时到达的目标, 则需选取统一的到达时间作为控制速度的标准, 同时到达时间的选取区间为 $[t_2, t_1]$, 故选取 $(t_1 + t_2)/2$ 作为到达时间指令。通过 2.3 节设计的编队时间约束速度控制来实现同时到达。

$$V_{\text{cmd}} = \frac{L - L_{\text{run}}}{(t_1 + t_2)/2 - t_{\text{run}}} \quad (1)$$

其中, L 为飞机所分配的规划航路的总航程; L_{run} 为开始编队集结已飞航程; t_{run} 为开始编队集结已飞时间。

2 无人机自动驾驶仪设计方法

无人机编队集结过程中, 飞机随机分布, 若想到达指定的编队位置, 首先需要通过航路规划计算出飞机到目标点的合理航路, 然后沿各自的规划航路到达目标点。在此过程中, 纵向采用高度保持自动驾驶仪控制飞机保持高度飞行, 横向采用航迹跟踪自动驾驶仪控制飞机减少侧偏距, 按规定航迹飞行。速度调节自动驾驶仪可根据速度指令调节油门大小加减速, 跟踪上目标速度, 进而实现编队集结。

本文以国内某常规固定翼无人机数据为基础, 先对其进行气动特性分析, 由于研究的是巡航段的编队飞行, 故选取飞行包线海拔 2000m, 空速 130km/h 作为特征点进行设计, 基准状态如表 1 所示。

表 1 基准状态
Tab. 1 Reference states

参数名	数值
飞行海高/m	2000
真空速/(km/h)	41.7
俯仰角/(°)	3.01
迎角/(°)	3.01
升降舵/(°)	1.9
方向舵/(°)	0
副翼/(°)	0
油门开度/%	52

对其进行小扰动线性化,得到飞机纵向状态方程和横航向状态方程为

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{V} \\ V_* \Delta \dot{\alpha} \\ \Delta \dot{q} \\ \Delta \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta \dot{V}_V & \Delta \dot{V}_a & \Delta \dot{V}_q & \Delta \dot{V}_\theta \\ \Delta \dot{\alpha}_V & \Delta \dot{\alpha}_a & \Delta \dot{\alpha}_q & \Delta \dot{\alpha}_\theta \\ \Delta \dot{q}_V & \Delta \dot{q}_a & \Delta \dot{q}_q & \Delta \dot{q}_\theta \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V \\ \Delta \alpha \\ \Delta q \\ \Delta \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta \dot{V}_{\delta_e} \\ \Delta \dot{\alpha}_{\delta_e} \\ \Delta \dot{q}_{\delta_e} \\ 0 \end{bmatrix} [\Delta \delta_e] \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{\beta} \\ \Delta \dot{p} \\ \Delta \dot{r} \\ \Delta \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{Y_{\beta}}{mV_*} & \frac{Y_p}{mV_*} + \sin \alpha_* & \frac{Y_r}{mV_*} - \cos \alpha_* & \frac{g \cos \theta_*}{V_*} \\ \frac{L_{\beta} I_z + N_{\beta} I_{xz}}{I_x I_z - I_{xz}^2} & \frac{L_p I_z + N_p I_{xz}}{I_x I_z - I_{xz}^2} & \frac{L_r I_z + N_r I_{xz}}{I_x I_z - I_{xz}^2} & 0 \\ \frac{L_{\beta} I_{xz} + N_{\beta} I_x}{I_x I_z - I_{xz}^2} & \frac{L_p I_{xz} + N_p I_x}{I_x I_z - I_{xz}^2} & \frac{L_r I_{xz} + N_r I_x}{I_x I_z - I_{xz}^2} & 0 \\ 0 & 1 & \tan \theta_* & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \beta \\ \Delta p \\ \Delta r \\ \Delta \phi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{Y_{\delta_a}}{mV_*} & \frac{Y_{\delta_r}}{mV_*} \\ \frac{L_{\delta_a} I_z + N_{\delta_a} I_{xz}}{I_x I_z - I_{xz}^2} & \frac{L_{\delta_r} I_z + N_{\delta_r} I_{xz}}{I_x I_z - I_{xz}^2} \\ \frac{L_{\delta_a} I_{xz} + N_{\delta_a} I_x}{I_x I_z - I_{xz}^2} & \frac{L_{\delta_r} I_{xz} + N_{\delta_r} I_x}{I_x I_z - I_{xz}^2} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_a \\ \Delta \delta_r \end{bmatrix} \quad (3)$$

经过以上工作,已经把控制对象变成线性的数学模型,进而可以搭建控制律框架进行驾驶仪设计。

2.1 航迹跟踪自动驾驶仪设计方法

航路规划完成后,飞机横向采用航迹跟踪控制策略,图 2 所示为航迹跟踪自动驾驶仪设计图。航迹跟踪自动驾驶仪外回路控制侧偏距,保证无侧偏,控制指令 $Y^c = 0$,侧偏距 ΔY 作为外回路反馈, $\Delta \varphi$ 为导航计算得到的当前航向与应飞航向的偏差。引入滚转角反馈 ϕ ,若无侧偏且无航迹偏差,则控制飞机保持水平。内回路通过滚转角速率反馈及偏航角速率反馈进行增稳控制, K_A 是协调转弯的耦合增益,若有偏差则飞机副翼出舵,产生滚转进行纠偏,方向舵协调转弯减小侧滑。

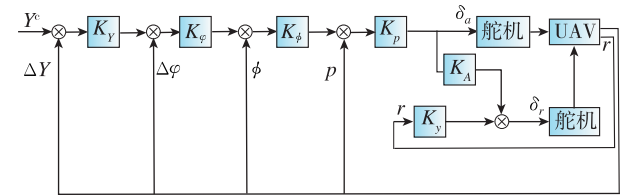


图 2 航迹跟踪自动驾驶仪

Fig. 2 Trajectory tracking autopilot

副翼内回路采用滚转角速率反馈控制,方向舵内回路采用偏航角速率控制加上滚转耦合控制,形式如下

$$\delta_a^c = k_p e_p$$

其中, $e_p = ap - p$, ap 为外回路输出, p 为滚转角速率反馈。

$$\delta_r^c = k_y e_r + k_A \delta_a$$

其中, $e_r = -r$, r 为俯仰角速率反馈,由于滚转带来的侧滑,进而引入副翼出舵量,以便协调转弯。

$$ap = k_\phi (k_\varphi (-k_y \Delta y - \Delta \varphi) - \phi)$$

为外回路控制律,分别保证了侧偏距为 0、航迹角稳定、滚转角稳定,使飞机沿着航迹飞行。

2.2 高度保持自动驾驶仪设计方法

在编队构建决策和重构决策中,所得到的航路均是三维航路。为了使无人机编队时规避碰撞问题,首先在集结初始状态保证每架飞机飞到不同高度层,进而实现集结过程中每架飞机在不同的高度层平飞。因此,纵向采用高度保持自动驾驶仪保持高度,在存在突风等干扰或调节速度时,飞机仍能保持原有高度。

高度保持自动驾驶仪结构如图 3 所示。

内回路采用俯仰角速率反馈加比例积分控制,可以有效增稳并消除静差,控制律形式为

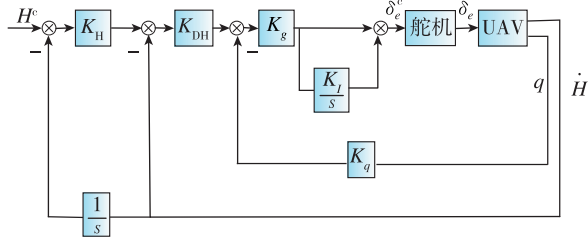


图 3 高度保持自动驾驶仪

Fig. 3 Altitude maintenance autopilot

$$\delta_e^c = k_g (e_q + k_i \int_0^t e_q dt)$$

其中, $e_q = ap - q$, ap 为外回路输出, q 为俯仰角速率反馈。

外回路采用高度及下沉率反馈, 控制律形式为

$$\sigma_q^c = k_{dH} (k_H (H_{cmd} - H_{ac}) - H_{dot})$$

其中, σ_q^c 为外回路输出, H_{cmd} 为高度指令, H_{ac} 为当前高度, H_{dot} 为当前下沉率。

一旦存在高度差, 则开始升降舵纠偏, 确保高度保持。若高度指令与实际高度偏差过大, 会导致升降舵持续出舵、迎角超限、容易引起失速。所以在 σ_q^c 到内回路之间增加迎角限制器, 若迎角到达限制边界, 则断开外回路, 保持姿态爬升或下降。

2.3 速度调节自动驾驶仪设计方法

无人机编队集结的一项重要目标是飞机同时到达编队位置并且航向相同, 所以规划出的航路都带有时间约束条件。若想同时到达则需集结过程中每架飞机根据自身的剩余航程计算出应飞目标速度, 这就需要速度调节自动驾驶仪通过调节油门控制飞机的速度大小。

另外, 即使经过计算, 飞机以某一目标速度定速巡航飞向目标点的过程中, 由于风扰动等, 以及加速减速动态过程的存在, 如果不对控制系统加以调节, 很难实现所有无人机在指定时间同时到达指定地点。这就要求速度控制具有一定抗干扰能力。

本文所设计的速度控制自动驾驶仪结构如图 4 所示。

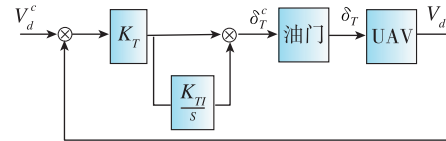


图 4 速度控制自动驾驶仪

Fig. 4 Speed control autopilot

其中, V_d^c 为应飞地速, V_d 为飞机当前地速, K_T 为控制主增益, K_{TI}/s 为积分项。通过消除速度控制静差, 最终控制油门开度得到需要推力。在速度控制与高度保持控制相结合的情况下, 飞机若想实现加速, 则增大油门并且减小飞机俯仰姿态; 若想实现飞机减速, 则收小油门并且增加飞机俯仰姿态, 进而以不同速度定速平飞。

3 仿真实验

为了验证本文提出的固定翼无人机编队集结控制算法, 结合第 2 节设计的纵横向及速度控制, 实现了 3 架随机分布无人机的三角形编队集结。现假设航路规划时, 转弯圆半径都为 1000m, 3 架飞机 F_1 、 F_2 、 F_3 的仿真情况如表 2 及图 5 所示。

表 2 仿真参数

Tab. 2 Simulation parameters

参数名	F_1	F_2	F_3
初始位置(X,Y)/m	(-5000, 10000)	(16000, 20000)	(1000, -1000)
初始航向/(°)	0	90	180
P_0 点(X,Y)/m	(-5000, 10000)	(16000, 20000)	(1000, -1000)
P_1 点(X,Y)/m	(-4928, 9975)	(14004, 19923)	(340, 753)
P_2 点(X,Y)/m	(8929, 9003)	(14996, 70757)	(6659, 6246)
P_3 点(X,Y)/m	(10000, 10000)	(13000, 7000)	(7000, 7000)
总航程/m	13469	19472	11881
全程平均速/(km/h)	135	167	119
编队航时/s	99.7	99.7	99.7
目标位置(X,Y)/m	(10000, 10000)	(13000, 7000)	(7000, 7000)
编队航向/(°)	90	90	90

表 2 为图 5 的详细导航数据。仿真结果表明, 3 架无人机的初始位置不同, 初始航向不同, 经过航迹规划和速度控制, 最终各自确定了离自己最近的

目标点, 并规划出切线圆航迹。

3 架无人机沿各自航路飞行, 总航时相近, 实现了同时到达三角形编队的集结。仿真结果验证了

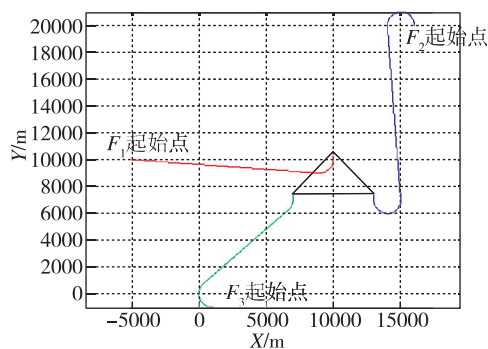


图5 三角形编队集结路径示意图

Fig. 5 Schematic diagrams of triangle-formation rendezvous trajectory

本文提出的编队集结控制方法的有效性以及集结时间的一致性。

4 结论

本文主要研究了多无人机协同工作过程中的编队集结问题,包括航迹规划、目标点分配,以及自动驾驶仪设计。算法分析与实验结果表明:

1) 本文所设计的高度保持、航迹跟踪、速度控制自动驾驶仪具有良好的控制效果,实现了被控对象按规定航路飞行;

2) 本文所设计的无人机集结策略实现了较短航程集结以及集结时间一致性;

3) 本文所设计的自动驾驶仪具有工程实用性,提出的控制算法能够解决编队集结中的突出工程问题。

参考文献

- [1] Davis R L. Screening of wide area search reconnaissance imagery[C]// Proceedings of 2001 International Conference on Image Processing. Thessaloniki, Greece, 2001: 802-805.
- [2] England J. Navy Unmanned Combat Air System Carrier Demonstration (UCAS-D) overview[R]. Consortium for Robotics and Unmanned Systems Education and Research(CRUSER), 2012.
- [3] Shamma J. Cooperative control of distributed autonomous vehicles in adversarial environments[R]. Final Report, AFRL-SR-AR-TR-06-0364. 2006.
- [4] Air Vehicles Directorate[R]. Air Vehicles News and Accomplishments, 2010.
- [5] Beard R W, McLain T W, Nelson D B, et al. Decentralized cooperative aerial surveillance using fixed-wing miniature UAVs[J]. Proceedings of the IEEE, 2006, 94(7): 1306-1324.
- [6] Schumacher C, Chandler P R, Rasmussen S R. Task allocation for wide area search munitions via network flow optimization[C]// Proceedings of AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit. Montreal, Canada, 2001.
- [7] Belkadi A, Abaunza H, Ciarletta L, et al. Design and implementation of distributed path planning algorithm for a fleet of UAVs[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2019, 55(6): 2647-2657.
- [8] Roberge V, Tarbouchi M, Labonte G, et al. Fast genetic algorithm path planner for fixed-wing military UAV using GPU[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2018, 54(5): 2105-2117.
- [9] Li J, Deng G, Luo C, et al. A hybrid path planning method in Unmanned Air/Ground Vehicle (UAV/UGV) cooperative systems[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2016, 65(12): 9585-9596.
- [10] Challita U, Saad W, Bettstetter C. Interference management for cellular-connected UAVs: a deep reinforcement learning approach[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2019, 18(4): 2125-2140.
- [11] Mathew N, Smith S L, Waslander S L. Multirobot rendezvous planning for recharging in persistent tasks[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2015, 31(1): 128-142.
- [12] Yang P, Tang K, Lozano J A, et al. Path planning for single unmanned aerial vehicle by separately evolving waypoints[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2015, 31(5): 1130-1146.
- [13] Arantes M D, Toledo C F, Williams B C, et al. Collision-free encoding for chance-constrained nonconvex path planning[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2019, 35(2): 433-448.
- [14] Qin H, Meng Z, Meng W, et al. Autonomous exploration and mapping system using heterogeneous UAVs and UGVs in GPS-denied environments[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2019, 68(2): 1339-1350.
- [15] Zhang Z, Wu Q, Zhang B, et al. UAV flight strategy algorithm based on dynamic programming[J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2018, 29(6): 1293-1299.
- [16] Liu X, Liu Y, Zhang N, et al. Optimizing trajectory of unmanned aerial vehicles for efficient data acquisition: a matrix completion approach[J]. IEEE Internet of Things Journal, 2019, 6(2): 1829-1840.