

叶片脱落诱发的转子-盘片系统不平衡响应分析

陈雪莲^{1,2}, 曾 劲³, 马 辉^{3,4}, 范晓宇⁵

(1. 辽宁省交通高等专科学校 信息工程系, 沈阳 110122; 2. 中国科学院沈阳自动化研究所, 沈阳 110014; 3. 东北大学 机械工程与自动化学院, 沈阳 110819; 4. 东北大学 航空动力装备振动及控制教育部重点实验室, 沈阳 110819; 5. 中国航发沈阳黎明航空发动机有限责任公司, 沈阳 110043)

摘要:为了厘清叶片脱落诱发的失衡载荷及瞬时冲击对航空发动机转子系统动特性的影响,以转子-盘片系统为研究对象,考虑弹性支承的影响,基于 ANSYS/LS-DYNA 软件建立系统的有限元模型,模拟叶片脱落对转子-盘片系统振动响应的影响,分析转子转速、不平衡量、盘偏置量及支承刚度对系统不平衡振动响应的影响规律。结果表明:轴承支承总反力的变化趋势与系统不平衡量的变化趋势相同;盘片结构越靠近轴承支承端,轴承支承总反力越小;刚性支承($\geq 10^7$ N/m)下轴承支承总反力较柔性支承($< 10^7$ N/m)下的偏大。该研究可为转子-盘片系统的结构设计提供参考。

关键词: 叶片脱落; 转子-盘片; 弹性支承; 有限元; 航空发动机

中图分类号: V 231.96

文献标识码: A

doi: 10.13477/j.cnki.aeroengine.2020.04.010

Analysis of Unbalanced Response of Rotor-Disk-Blades System Induced by Blade Loss

CHEN Xue-lian^{1,2}, ZENG Jin³, MA Hui^{3,4}, FAN Xiao-yu⁵

(1. Department of Information Engineering, Liaoning Provincial College of Communications, Shenyang 110122, China; 2. Shenyang Institute of Automation Chinese Academy of Sciences, Shenyang 110016, China; 3. School of Mechanical Engineering & Automation, Northeastern University, Shenyang 110819, China; 4. Key Laboratory of Vibration and Control of Aero-Propulsion Systems Ministry of Education of China, Northeastern University, Shenyang 110819, China; 5. AECC Shenyang Liming Aero-Engine Co., Ltd., Shenyang 110043, China)

Abstract: In order to clarify the influence of unbalance load and transient impact induced by blade loss on the dynamic characteristics of aeroengine rotor system, the rotor disk system was taken as the research object and the influence of elastic support was considered. The finite element model of the system was established based on ANSYS / LS-DYNA software to simulate the influence of blade loss on the vibration response of rotor-disk-blades system. The influences of rotor speed, unbalance value, disk offset value and support stiffness on the unbalanced vibration response of system were analyzed. The results show that the variation trend of the total reaction force of bearing support is the same as that of the system unbalance value. The closer the disk-blades structure is to the bearing support end, the smaller the total reaction force of the bearing support is. The total reaction force of bearing under rigid support ($\geq 10^7$ N/m) is larger than that under elastic support ($< 10^7$ N/m). The research can provide reference for the structural design of rotor-disk-blades system.

Key words: blade loss; rotor-disk-blades; elastic supports; finite element; aeroengine

0 引言

航空发动机通常运行在高速、高温等恶劣工作环境中,在复杂的周期性交变载荷作用下,譬如气动力、碰摩力等,极易导致叶片因发生疲劳失效而产生飞失现象^[1-3]。叶片飞失是航空发动机遭遇的 1 种典型恶劣

载荷工况,为此,美国联邦航空管理局、欧洲航空安全局和中国民航局均对航空发动机中叶片丢失工况下的安全性设计提出了要求^[4-6]。

很多学者以叶片飞失事件为背景开展了大量研究工作。Shmotin 等^[7]和 Cosme 等^[8]进行了机匣的包容

收稿日期: 2019-08-09 基金项目: 辽宁省博士科研启动基金(20170520222)、国家自然科学基金(11772089)、中央高校基本科研业务费专项资金(N170308028, N170306004)、辽宁省高等学校创新人才支持计划(LR2017035)资助

作者简介: 陈雪莲(1979),女,博士,讲师,主要研究方向为机械电子工程;E-mail: xuelian_chen@163.com。

引用格式: 陈雪莲,曾劲,马辉,等. 叶片脱落诱发的转子-盘片系统不平衡响应分析[J]. 航空发动机, 2020, 46(4): 52-57. CHEN Xuelian, ZENG Jin, MA Hui, et al. Analysis of unbalanced response of rotor-disk-blades system induced by blade loss[J]. Aeroengine, 2020, 46(4): 52-57.

性研究,其主要关注断叶 - 机匣间的短时冲击响应;Ortiz 等^[9]基于显式有限元分析软件 Europlexus 分析了低压涡轮叶片在部分和整体飞失条件下对涡轴发动机系统动响应的影响;Carney 等^[10]和 Jain 等^[11]基于 LS-DYNA 分析软件模拟了断叶 - 机匣 / 断叶 - 动叶间的相互作用过程;Heidari 等^[12]基于 MD Nastran 分析软件,采用隐式 - 显式 - 隐式的分析流程讨论叶片飞脱导致的碰摩动力学特性;He 等^[13-15]基于 LS-DYNA 分析软件开展了某型航空发动机断叶 - 机匣的包容性仿真工作,并进行了试验验证;Sarkar 等^[16]基于 Dyna3d 显示有限元分析软件对 T58 转子分别进行了单叶片和 3 叶片飞失下的机匣包容性仿真和试验。

以上研究多借助显示有限元分析软件开展断叶飞失条件下的机匣包容性研究,更多关注的是断叶 - 机匣间的瞬态冲击过程,较少涉及讨论叶片丢失事件对失衡转子动力学特性的影响规律。基于此,本文主要借助 ANSYS 和 LS-DYNA 2 款分析软件,建立了弹性支承下转子 - 盘片系统的有限元模型,同时考虑叶片飞失效应的影响,进一步研究了转子转速、不平衡量、盘偏置量和弹性支承刚度等参数对失衡转子系统动力学特性的影响规律。

1 显式动力学有限元法基本原理

转子 - 盘片系统单元离散化后的动力学方程为

Mü+(C+G(Ω))u̇+(K+K(Ω))u=R (1)

式中: M 、 C 和 K 分别为系统的质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵; $K(\Omega)$ 为由于旋转效应导致的附加刚度矩阵; $G(\Omega)$ 为与转速相关的陀螺矩阵; $\ddot{u}$ 、 $\dot{u}$ 和 u 分别为系统加速度向量、速度向量和位移向量; R 为外载荷向量。

系统阻尼矩阵 C 采用瑞利阻尼进行计算

C=αM+βK (2)

式中:α 和 β 为瑞利阻尼系数,本文研究中定义频带在[30,600] Hz 内的阻尼比为 0.01,依此确定 α 和 β。

对式(1)采用中心差分法进行求解^[17]。

2 转子 - 盘片 - 弹簧阻尼支承系统的有限元模型

出于计算分析的需要,本文对系统进行如下简化:

(1)实际轴承支承结构过于复杂,本文采用弹簧阻尼单元近似模拟;

- (2)在分析过程中忽略重力对系统振动响应的影响;
- (3)忽略扭形叶片和轮盘、轮盘和转轴之间的接触关系,采用共节点方式连接;
- (4)忽略叶片飞失过程中裂纹的扩展过程,断叶被假定是瞬断的;
- (5)忽略负载的影响。

转子 - 盘片 - 弹簧阻尼支承系统的有限元模型如图 1(a)所示,缺陷叶片如图 1(b)所示,转轴的具体尺寸参数以及轮盘偏置量 d 如图 1(c)所示。需要指出的是,本文将距左、右端面各 5 mm 的区域(图 1(c)中紫色区域)设置为刚性体,仅保留刚性体沿 x 轴和 y 轴的平动自由度和绕 z 轴的转动自由度。驱动转速 n 施加于刚性体上,以驱动系统运转。

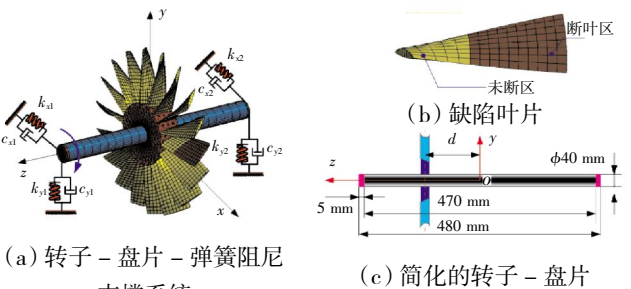


图 1 转子 - 盘片 - 弹簧阻尼支承系统

系统相关材料参数设置见表 1。叶片选用双线性随动强化材料模型 (Bilinear Kinematic Model, BKIN),且忽略动态应变率效应的影响,而转轴和轮盘则采用各向同性的线弹性材料模型 (Isotropic Elastic Model)。此外,叶片飞失模拟通过对断叶区指定一特定的飞失时刻 t_f ,当求解时间 $t \geq t_f$,处于断叶区内的单元自动被删除,从而模拟叶片飞失。

表 1 转子 - 盘片 - 弹簧阻尼支承系统参数

类型	密度 $\rho/(\text{kg/m}^3)$	弹性模量 E/MPa	泊松比 ν	切线模量 G/MPa	屈服强度 σ_s/MPa	刚度 $k_s=k_d/(\text{N/m})$	阻尼 $c_s=c_d/(\text{N}\cdot\text{s/m})$
						$(i=1,2)$	$(i=1,2)$
转轴	7850	2.066×10^5	0.3				
轮盘	7850	2.066×10^5	0.3				
叶片	4370	1.25×10^5	0.3	927	825		
弹簧						2×10^7	
阻尼							1×10^3

3 叶片丢失激励下系统的振动响应分析

本章分析转子 - 盘片 - 弹簧阻尼支承系统在叶片飞失情况下的动力学响应,重点分析转速 n 、不平衡量 e (缺陷叶片中考虑断叶区飞失引入的不平衡

量,图 1(b))、盘偏置量 d 和轴承支撑刚度 k_{xi} 、 k_{yi} ($i=1, 2$) 对系统振动响应的影响。此外,为了考虑转速这一预载荷对系统振动响应的影响^[18],本文采用隐式-显式序列进行系统振动响应的求解,其分析流程如图 2 所示。

数据提取包括盘心在 x 和 y 方向的振动位移 ($x(t)$ 、 $y(t)$) 以及左端和右端轴承在 x 和 y 向的弹簧力、阻尼力 $F_{xi}^k(t)$ 和 $F_{yi}^k(t)$ 为弹簧力, $F_{xi}^c(t)$ 和 $F_{yi}^c(t)$ 为阻尼力), 并根据所提取的数据通过合成进一步得到盘心的径向位移 $r(t)$ 和轴承支承总反力 $F(t)$, 相应的计算表达式为

$$r(t) = \sqrt{x^2(t) + y^2(t)} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} F_x(t) &= \sum_{i=1}^2 (F_{xi}^k(t) + F_{xi}^c(t)) \\ F_y(t) &= \sum_{i=1}^2 (F_{yi}^k(t) + F_{yi}^c(t)) \\ F(t) &= \sqrt{F_x^2(t) + F_y^2(t)} \end{aligned} \quad (4)$$

此外,为便于描述,分别定义瞬态无量纲幅值比 $\beta_{\max}$ 和稳态无量纲幅值比 β_{mean}

$$\begin{aligned} \beta_{\max} &= \max(F(t)) / \iint_{\Omega} r \omega^2 dm = \max(F(t)) / Mr_c \omega^2 \\ \beta_{\text{mean}} &= \text{mean}(F_{\text{steady}}(t)) / \iint_{\Omega} r \omega^2 dm = \text{mean}(F_{\text{steady}}(t)) / Mr_c \omega^2 \\ r_c &= \sqrt{x_c^b + y_c^b} \end{aligned} \quad (5)$$

式中: $\max(\cdot)$ 和 $\text{mean}(\cdot)$ 分别为取最大值和均值函数; $(F_{\text{steady}}(t))$ 为轴承支承总反力的稳态部分时域曲线; M 为单叶片的总质量, $M=0.13517 \text{ kg}$; 为单个叶片质心距 z 轴的距离; ω 为转子转速, $\omega=\pi n/30 \text{ rad/s}$; x_c^b 和 y_c^b 分别为单个叶片质心在 x 和 y 方向的坐标, $x_c^b=120.33 \text{ mm}$, $y_c^b=9.08 \text{ mm}$ 。

3.1 转速对系统振动响应的影响

在工况 1 下盘心在 x 和 y 方向的振动响应以及轴心轨迹(仿真参数见表 2)如图 3 所示。从图中可见,叶片飞失前盘心的振动幅值较小,轴心轨迹为 1 个较小的椭圆,这主要是由于系统结构为周期对称结

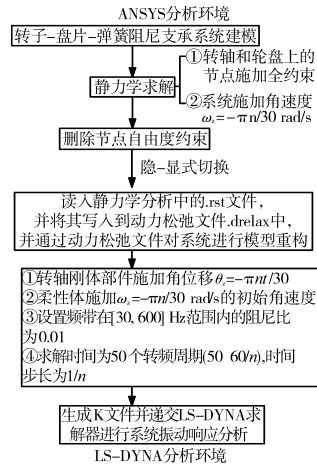
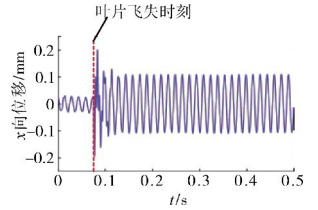


图 2 隐-显式分析流程

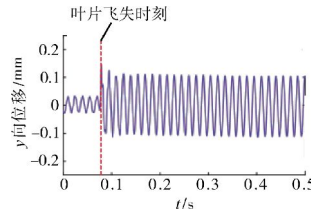
表 2 转速 n 的仿真参数

仿真参数	数值	其余参数说明
转速 $n/(r/min)$	工况 1: $n=4000$ 工况 2: $n=6000$ 工况 3: $n=10000$ 工况 4: $n=14400$ 工况 5: $n=18000$ 工况 6: $n=20000$	$e=16.31 \text{ kg}\cdot\text{mm}$; $d=0 \text{ mm}$ $k_{xi}=k_{yi}=2 \times 10^7 \text{ N/m}$ ($i=1, 2$) $c_{xi}=c_{yi}=1 \times 10^3 \text{ N}\cdot\text{s/m}$ ($i=1, 2$)

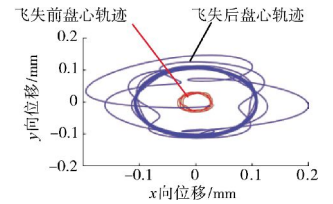
构且受力均衡所致;在叶片飞失瞬间, x 和 y 向振动幅值以及轴心轨迹出现明显放大现象,这主要是由于断叶飞失引入的突加不平衡力对系统造成瞬时冲击。在不同转速下的盘心



(a) 盘心 x 向位移振动响应



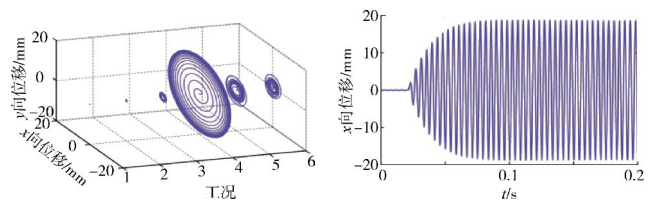
(b) 盘心 y 向位移振动响应



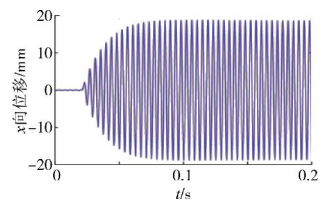
(c) 盘心运动轨迹

图 3 工况 1 下盘心振动响应及运动轨迹

运动轨迹如图 4 所示(仿真参数见表 2)。从图中可见,在工况 4 下的轴心轨迹较其他工况下的明显放大,这主要是由于此转速接近叶片飞失后系统的固有频率而发生的共振现象。



(a) 盘心运动轨迹

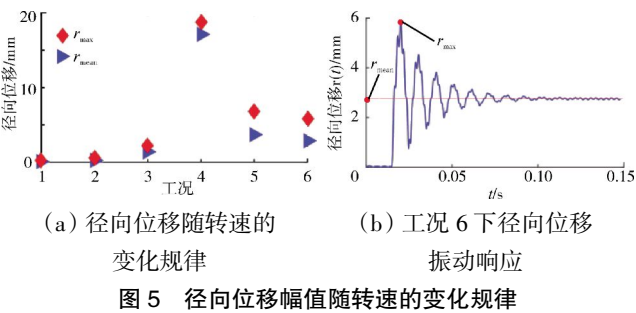


(b) 工况 5 下盘心 x 向位移振动响应

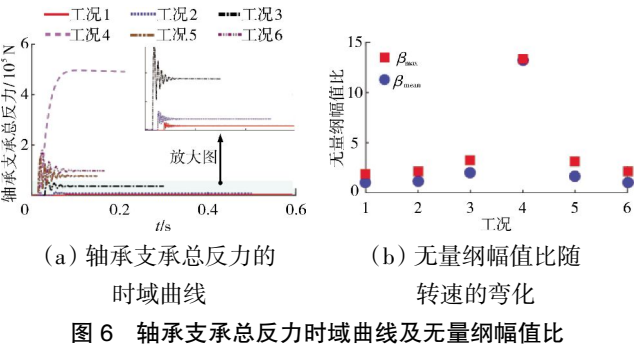
图 4 不同转速下的盘心运动轨迹

径向位移 $r_{\max}$ 和 r_{mean} 随转速的变化规律如图 5 (a) 所示。从图中可见,径向位移以近共振转速为界,往两边呈现出递减的趋势。其中, $r_{\max}$ 为径向位移时程曲线中的最大值, r_{mean} 则为稳态响应中的均值(如图 5 (b) 所示)。

系统的轴承支承总反力时域曲线和无量纲幅值变化规律如图 6 所示。从图 6(a) 中可见,断叶飞失



会对系统产生 1 个瞬时冲击,此外,在近共振转速下轴承支承总反力最大。不平衡力幅值随转速的变化规律如图 6(b)所示。从图中可见,在低转速区,轴承支承总反力和断叶飞失引入的不平衡力($e\omega^2$)近似相等;随着转速的升高,轴承支承总反力呈现出先增大后减小的趋势,在近共振处达到最大值。



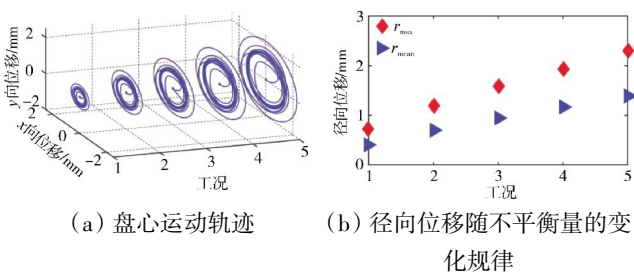
在不同转速下,取左端轴承 x 方向支承反力的稳态响应部分得到的 3 维谱如图 7 所示。从图中可见,谱图中只出现了明显的转频成分,且在近共振转速处(工况 4)出现了明显的幅值放大现象(系统在 14400 r/min 时的 1 阶正进动频率约为 237.85 Hz)。

图 7 左端轴承 x 方向支承反力的 3 维谱

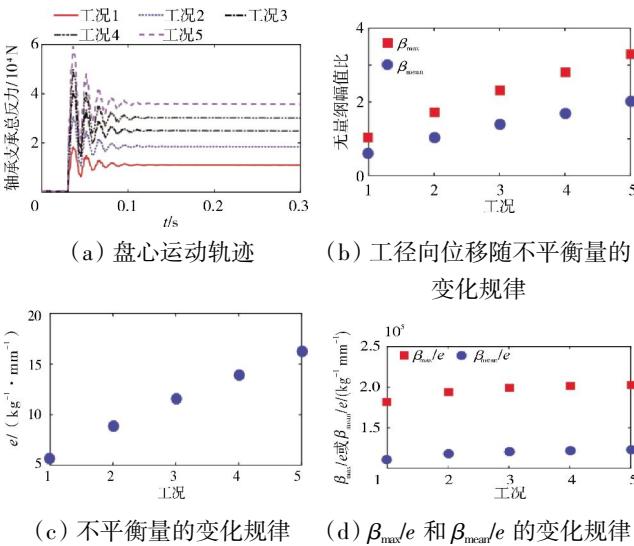
3.2 不平衡量对系统振动响应的影响

盘心运动轨迹和径向位移($r_{\max}, r_{\text{mean}}$)随不平衡量 e 的变化规律如图 8 所示(仿真参数见表 3)。从图中

表 3 不平衡量 e 的仿真参数		
仿真参数	数值	其余参数说明
不平衡量	工况 1: $e=5.63$	$n=10000\text{ r/min}; d=0\text{ mm}$
$e/(\text{kg}\cdot\text{mm})$	工况 2: $e=8.82$	
	工况 3: $e=11.56$	$k_{ii}=k_{jj}=2\times 10^7\text{ N/m} (i=1,2)$
	工况 4: $e=13.87$	
	工况 5: $e=16.31$	$c_{ii}=c_{jj}=1\times 10^3\text{ N}\cdot\text{s/m} (i=1,2)$



可见,不平衡量 e 的增加导致盘心运动轨迹增大以及 $r_{\max}$ 和 r_{mean} 间差距更加明显。这主要是由于不平衡量 e 越大,系统引入的突加不平衡力越大,叶片丢失瞬间对系统冲击振动响应的影响越明显。图 9(a)、(b)中轴承支承总反力的变化规律同样证明这一现象。图 9(c)、(d)表明轴承支撑总反力的变化主要取决于系统



的不平衡量。在不同不平衡量 e 下,取左端轴承 x 方向支承反力的稳态响应所作的 3 维谱如图 10 所示。从图中可见,谱图中仅存在转频成分,且转频幅值与不平衡量 e 成正相关关系。

3.3 盘偏置量对系统振动响应的影响

不同盘偏置量 d 对盘心运动轨迹及径向位移($r_{\max}, r_{\text{mean}}$)的影响规律(仿真参数见表 4)如图 11 所示。从图中可见,当 $d=0\text{ mm}$ 时,所得轴心运动轨迹和径向位移($r_{\max}, r_{\text{mean}}$)最大。轴承支承总反力以及无量纲

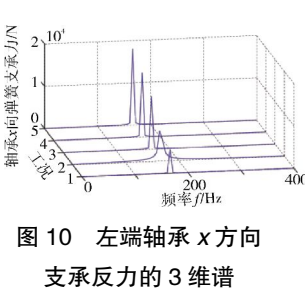


表 4 盘偏置量 d 的仿真参数

仿真参数	数值	其余参数说明
	工况 1: $d=-100$	
	工况 2: $d=-50$	$e=16.31\text{ kg}\cdot\text{mm}; n=10000\text{ r/min}$
盘偏置量 d/mm	工况 3: $d=0$	$k_{ax}=k_{ay}=2\times 10^7\text{ N/m} (i=1,2)$
	工况 4: $d=50$	$c_{ax}=c_{ay}=1\times 10^3\text{ N}\cdot\text{s/m} (i=1,2)$
	工况 5: $d=100$	

幅值比的变化规律如图 12 所示。由图中可见,在 $d=-100\text{ mm}$ 和 $d=100\text{ mm}$ 时的轴承支承总反力时域曲线和无量纲幅值比几乎相同,而在 $d=-50\text{ mm}$ 和 $d=50\text{ mm}$ 时的轴承支承总反力时域曲线和无量纲幅值比存在一些差别。在 $d=0\text{ mm}$ 时,系统的轴承支承总反力和无量纲幅值比达到最大值。左端轴承 x 方向支承反力的 3 维谱(如图 13 所示)同样反映了这一规律。造成这种现象的原因主要是由于轮盘结构的锥度特征(图 1)和盘偏置耦合所致。

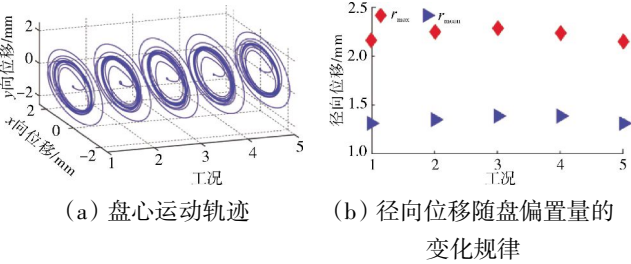


图 11 不同盘偏置量下的盘心运动轨迹以及径向位移

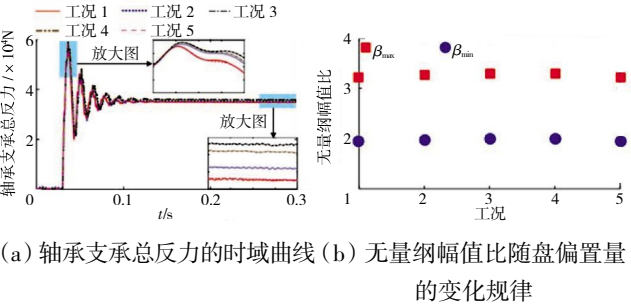


图 12 轴承支承总反力的时域曲线以及无量纲幅值比

3.4 支承刚度对系统振动响应的影响

支承刚度对盘心运动轨迹和径向位移($r_{\max}, r_{\text{mean}}$)的影响规律(相关仿真参数见表 5)如图 14 所示。图 14(a)表明轴承支承刚度对转轴的瞬态涡动轨迹影响最为明显;图 14(b)则说明系统的瞬态径向位移 $r_{\max}$ 与弹簧支承刚度成反

表 5 支承刚度的仿真参数

仿真参数	数值	其余参数说明
	工况 1: $k_{ax}=k_{ay}=2\times 10^5 (i=1,2)$	$e=16.31\text{ kg}\cdot\text{mm}$
支承刚度/ (N/m)	工况 2: $k_{ax}=k_{ay}=2\times 10^6 (i=1,2)$	$n=10000\text{ r/min}; d=0\text{ mm}$
	工况 3: $k_{ax}=k_{ay}=2\times 10^7 (i=1,2)$	$c_{ax}=c_{ay}=1\times 10^3\text{ N}\cdot\text{s/m} (i=1,2)$
	工况 4: $k_{ax}=k_{ay}=2\times 10^{10} (i=1,2)$	

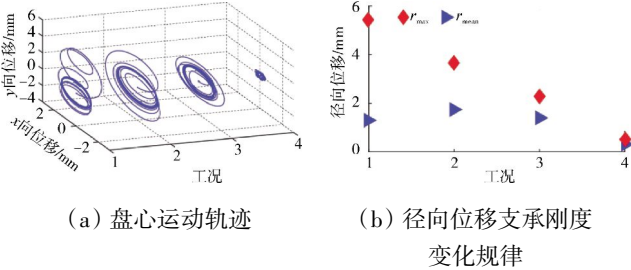


图 14 不同支承刚度下的盘心运动轨迹以及径向位移

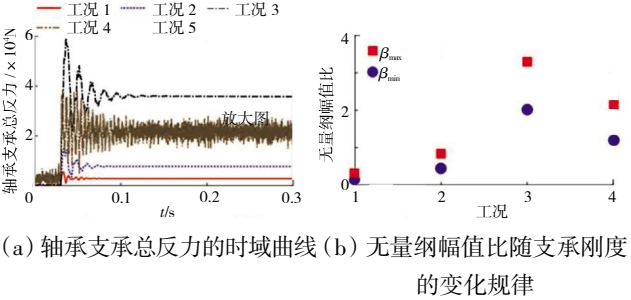


图 15 轴承支承总反力的时域曲线以及无量纲幅值比

相关关系,且在大支承刚度下,瞬态径向位移 $r_{\max}$ 和稳态径向位移 r_{mean} 几乎相同。在较大的轴承支承刚度下(工况 4),轴承支承总反力的时域曲线波动较为剧烈,如图 15 所示。左端轴承处 x 方向支承反力在不同支承刚度下的 3 维谱如图 16 所示。在支承刚度为 $2\times 10^7\text{ N/m}$ 下的轴承反力较其他支承刚度下的反力的大。

4 结论

本文基于 ANSYS 和 LS-DYNA 软件仿真模拟平台,采用隐式-显式序列相结合的分析方法,建立了弹性支承下转子-盘片系统的有限元模型,并基于此模型讨论分析了转速、不平衡量、盘偏置量和支承刚度对系统振动响应的影响,得到的主要结论如下:

(1) 转速越远离系统的近共振区,轴承支承的总反力越小。针对本文所研究的系统,在近共振区的支

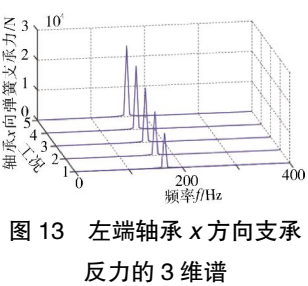


图 13 左端轴承 x 方向支承反力的 3 维谱

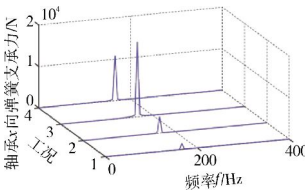


图 16 左端轴承 x 方向支承反力的 3 维谱

承总反力幅值放大倍数最高达 10 倍以上;

(2)轴承支承总反力的变化趋势与系统不平衡量的变化趋势相同,即随着不平衡量的增加,轴承支承总反力逐渐增大;

(3)轮盘越靠近轴承支承端,叶片飞失引入的轴承支承总反力越小,在转轴中部达到最大值;

(4)在刚性支承下叶片飞失引入的轴承支承总反力较柔性支承的偏大。

参考文献:

- [1] 陈予恕,张华彪. 航空发动机整机动力学研究进展与展望[J]. 航空学报, 2011, 32(8): 1371-1391.
CHEN Yushu,ZHANG Huabiao. Review and prospect on the research of dynamics of complete aero engine system [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica,2011,32(8):1371-1391. (in Chinese)
- [2] 马艳红,梁智超,王桂华,等. 航空发动机叶片丢失问题研究综述[J]. 航空动力学报,2016,31(3):513-526.
MA Yanhong,LIANG Zhichao,WANG Guihua,et al. Review on the blade loss of aero-engine[J]. Journal of Aerospace Power,2016,31(3): 513-526. (in Chinese)
- [3] 洪杰,许美玲,马艳红,等. 风扇叶片丢失激励下转子-支承系统结构安全性设计策略. 航空动力学报,2016,31(11):2723-2730.
HONG Jie,XU Meiling,MA Yanhong,et al. Structure safety design strategy of rotor-support system due to fan blade loss [J]. Journal of Aerospace Power,2016,31(11):2723-2730. (in Chinese)
- [4] Federal Aviation Regulations. Airworthiness standards;aircraft engine: 14CFR Part 33[S]. Washington;Federal Aviation Administration,1993: 81-99.
- [5] European Aviation Safety Agency. CS-E Certification specifications for engine[S]. Cologne,Germany;European Aviation Safety Agency,2009: 140-141.
- [6] 中国民用航空总局. 航空发动机适航规定:CCAR-33R2 [S]. 北京: 中国民用航空总局,2011:38-78.
Civil Aviation Administration of China. Airworthiness standards;aircraft engine:CCAR-33R2[S]. Beijing:Civil Aviation Administration of China,2011:38-78.
- [7] Shmotin Y,Gabov D,Ryabov A,et al. Numerical analysis of aircraft engine fan blade-out[C]/42nd AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit. Sacramento:American Institute of Aeronautics and Astronautics,2006:8.
- [8] Cosme N,Chevrolet D,Bonini J,et al. Prediction of transient engine loads and damage due to hollow fan blade-off[J]. Dynamique Rapide, 2002,11(5): 651- 666.
- [9] Ortiz R,Herran M,Chalons H. Blade loss studies in low-pressure turbines—from blade containment to controlled blade-shedding[J]. WIT Transactions on Modelling and Simulation, 2009,48:559-567.
- [10] Carney K S,Lawrence C,Carney D V. Aircraft engine blade-out dynamics [C]/Seventh international LS-DYNA users conference. Livermore CA,USA:Livermore Software Technology Corporation, 2002:14-17.
- [11] Jain R. Prediction of transient loads and perforation of engine casing during blade-off event of fan rotor assembly [J]. Scientist,2010,91: 9945082491.
- [12] Heidari M,Carlson D,Sinha S,et al. An efficient multi-disciplinary simulation of engine fan-blade out event using MD Nastran[C]/49th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics,and Materials Conference,16th AIAA/ASME/AHS Adaptive Structures Conference,10th AIAA Non-Deterministic Approaches Conference, 9th AIAA Gossamer Spacecraft Forum,4th AIAA Multidisciplinary Design Optimization Specialists Conference,2008:2333.
- [13] He Q,Xie Z,Xuan H,et al. Multi-blade effects on aero-engine blade containment [J]. Aerospace Science and Technology,2016,49: 101-111.
- [14] He Q,Xuan H J,Liao L F,et al. Simulation methodology development for rotating blade containment analysis [J]. Journal of Zhejiang University-Science A (Applied Physics & Engineering),2012,13 (4):239-259.
- [15] He Q ,Xuan H ,Liu L,et al. Perforation of aero-engine fan casing by a single rotating blade [J]. Aerospace Science & Technology,2013,25 (1):234-241.
- [16] Sarkar S ,Atluri S N . Effects of multiple blade interaction on the containment of blade fragments during a rotor failure [J]. Finite Elements in Analysis and Design,1996,23(2-4):211-223.
- [17] 马辉,曾劲,吴志渊,等. 基于 LS-DYNA 模拟碰撞诱发的裂纹扩展[J]. 东北大学学报,2015, 36(11):1653-1657.
MA Hui,ZENG Jin,WU Zhiyuan,et al. Crack propagation simulation caused by collision based on LS-DYNA software [J]. Journal of Northeastern University,2015,36(11): 1653-1657. (in Chinese)
- [18] 刘书国,洪杰,陈萌. 航空发动机叶片-机匣碰摩过程的数值模拟[J]. 航空动力学报,2011,26(6):1282-1288.
LIU Shuguo,HONG Jie,CHEN Meng. Numerical simulation of the dynamic process of aero-engine blade-to-case rub-impact[J]. Journal of Aerospace Power,2011,26(6):1282-1288. (in Chinese)

(编辑:刘 亮)