

# 自适应分块的改进最小费用网络流解缠算法

张金翼<sup>1,2</sup>, 王 辉<sup>1,2</sup>, 吴思利<sup>1,2</sup>, 郑世超<sup>1,2</sup>, 顾约翰<sup>1,2</sup>

(1. 上海卫星工程研究所, 上海 201109; 2. 上海市毫米波空天信息获取及应用技术重点实验室, 上海 201109)

**摘要:** 相位解缠是进行精确差分干涉测绘的关键步骤, 在相位解缠算法中, 最小费用网络流(MCF)是当前常用的算法, 该算法具有精度高、限制残差点误差扩散、优先将误差限制在低相干区域的优点, 但随着残差点数量的增多, 其计算效率也随之降低。改进的MCF算法通过对其做分块, 有效提升了算法效率, 但块尺寸的选取影响最后的准确度与效率。本文提出一种自适应分块的改进MCF解缠算法, 通过自适应寻优的方式选取合适的分割块, 将相干性较高的点集中在同一块内, 使得在准确度不受过多影响的情况下有效地提升算法效率。

**关键词:** 相位解缠; 最小费用网络流算法; 分块; 尺寸选择; 自适应寻优

中图分类号: P 236

文献标志码: A

DOI: 10.19328/j.cnki.2096-8655.2024.01.015

## Improved MCF Unwrapping Algorithm with Adaptive Chunking

ZHANG Jinyi<sup>1,2</sup>, WANG Hui<sup>1,2</sup>, WU Sili<sup>1,2</sup>, ZHENG Shichao<sup>1,2</sup>, GU Yuehan<sup>1,2</sup>

(1. Shanghai Institute of Satellite Engineering, Shanghai 201109, China;

2. Shanghai Key Laboratory of Aerospace Millimeter Wave Information Technology, Shanghai 201109, China)

**Abstract:** Phase unwrapping is a key step for accurate differential interferometric mapping. The minimum cost network flow (MCF) algorithm is a commonly used algorithm in phase unwrapping algorithms. It has the advantage of high accuracy, can restrict the diffusion of residual point errors, and prefers to limit the errors to low coherence regions. However, its computational efficiency decreases with the increase in the number of residual points. The improved MCF algorithm can effectively improve the efficiency of the algorithm by chunking it, but the selection of the block size affects the final accuracy and efficiency. In this paper, an improved MCF phase unwrapping algorithm with adaptive chunking is proposed. The points with higher coherence are concentrated in the same chunk by selecting the appropriate partition block through adaptive optimization, so that the efficiency of the algorithm can be effectively improved without too much influence on the accuracy.

**Key words:** phase unwrapping; minimum cost network flow (MCF) algorithm; chunking; size selection; adaptive optimization search

## 0 引言

近年来, 地下资源的过度开采、水土流失等问题愈发严重, 地质灾害(如地震、泥石流、矿区塌陷、城市地面沉降)频发, 对我国人民群众的生命及财产安全造成威胁。在该类灾害中典型的表征为地表形变, 因此监测地表形变是防灾减灾的重要手段。传统的测量地表形变技术手段为水准测量、GPS测量等<sup>[1]</sup>, 但上述方法存在费时、费力、数据点

孤立的缺陷, 无法及时、高效地预测和评估地质灾害。差分干涉合成孔径雷达(Differential Interferometric Synthetic Aperture Radar, DInSAR)是天基遥感中较为常用的测量地表形变的技术手段, 因为全天时、全天候工作, 速度快、范围广、测量密度高等特点逐渐受到人们的重视<sup>[2-3]</sup>, 差分干涉合成孔径雷达形变测量主要利用相位的变化, 直接测得的干涉相位被包裹在 $[-\pi, \pi][-\pi, \pi)$ 内, 要获得可用的相

收稿日期: 2023-08-25; 修回日期: 2023-12-13

基金项目: 国家自然科学基金(U22B2015)

作者简介: 张金翼(1999—), 男, 硕士, 主要研究方向为星载毫米波SAR系统设计。

位信号须对其进行解缠绕,其效果对测量的精度有较大的影响<sup>[4-5]</sup>。

常用的解缠方法按照原理分为以下 3 类:1) 基于路径跟踪解缠,选择不同的路径对相邻像元进行差值积分恢复真实相位,较有代表性的是 GOLSTEIN<sup>[6]</sup>于 1988 年提出的枝切法,可在计算出残差点后,快速有效地寻找连接相邻残差点的最优路径;2) 基于最小范数思想,通过拟合函数求得缠绕相位和解缠相位的离散偏微分差,进而求解相位解缠的整体最佳估计值,其中较为常用的是最小二乘法、Jacobi 迭代法、Gauss-Seidel 迭代法和逐次超松弛(Successive Over Relaxation, SOR)迭代法,这些算法的缺陷在于数据量较大时收敛速度慢,不适用于大规模数据<sup>[7-8]</sup>;3) 基于网络规划的算法,由 COSTANTINI<sup>[9]</sup>于 1996 年提出,网络规划算法在相位解缠中引入最小代价流的概念,通过搜索全区域最短路径生成最优枝切线进行解缠,可以将误差限制在相干质量差的区域内,保证其余区域结果的准确性,精度较高,因此常被用作其他算法的精度参照,但由于最小费用网络流(Minimum Cost Network Flow, MCF)的算法特性,当相位差图像相干性差、残差点数量多时,算法的复杂度较高,效率较低<sup>[10-12]</sup>。CHEN<sup>[13]</sup>提出改进的 MCF 算法,分割整个图像,与传统的 MCF 算法相比,提高了算法效率,但分块的规模为人工设定,没有具体的标准,不同的分块大小会对该算法的精度产生较大影响。

本文提出一种基于自适应分块的改进 MCF 解缠算法,该方法根据质量图所表现的残差信息,将分块大小进行自适应寻优,更多地高相干区域划分在一个子块。实验结果表明,该算法在提升算法效率的同时保证了准确度,有效地拓展了 MCF 算法的应用场景。

## 1 MCF 算法解缠原理

相位解缠的基本思路是将已获取的干涉图中的缠绕相位,通过叠加缠绕数恢复相位的真实值,进而反映真实的形变情况<sup>[14-15]</sup>。

定义缠绕相位为  $\psi_{i,j}$ ,真实相位为  $\phi_{i,j}$ ,对于一个  $M \times N$  的矩阵,可得方程式如下:

$$\phi_{i,j} = \psi_{i,j} + 2\pi k \quad (1)$$

式中: $k$ 为整数, $0 \leq i \leq M-1, 0 \leq j \leq N-1$ 。

定义缠绕算子  $W$ ,对相邻像素间的缠绕相位进

行  $\pm 2k\pi$  的操作,使其变为真实相位。定义  $x$  方向和  $y$  方向上的绝对相位差分别为  $\Delta_{i,j}^x$  和  $\Delta_{i,j}^y$ ,其方程式如下:

$$\begin{cases} \Delta_{i,j}^x = W(\psi_{i+1,j} - \psi_{i,j}) \\ \Delta_{i,j}^y = W(\psi_{i,j+1} - \psi_{i,j}) \end{cases} \quad (2)$$

式中: $\psi_{i+1,j}$ 为  $M \times N$  矩阵中  $(i+1, j)$  处点的缠绕相位,rad; $\psi_{i,j+1}$ 为  $M \times N$  矩阵中  $(i, j+1)$  处点的缠绕相位,rad。

由式(2)变换可得方程式如下:

$$\begin{cases} k^x = \frac{\Delta_{i,j}^x - W(\psi_{i+1,j} - \psi_{i,j})}{2\pi} \\ k^y = \frac{\Delta_{i,j}^y - W(\psi_{i,j+1} - \psi_{i,j})}{2\pi} \end{cases} \quad (3)$$

对于干涉图中大部分点,沿着点  $(i, j)$ 、 $(i+1, j)$ 、 $(i+1, j+1)$ 、 $(i, j+1)$  的缠绕相位差环路积分为 0,而实际应用中,由于噪声等因素的存在导致出现残差点,残差点处的缠绕相位差环路积分为  $\pm 2\pi$ ,即定义残差为

$$e_{i,j} = \frac{1}{2\pi} (\Delta_{i,j}^x + \Delta_{i+1,j}^y - \Delta_{i,j+1}^x - \Delta_{i+1,j}^y) \quad (4)$$

式中: $e_{i,j}$ 为残差; $\Delta_{i+1,j}^y$ 为  $(i+1, j)$  点在  $y$  方向上的绝对相位差,单位为 rad; $\Delta_{i,j+1}^x$ 为  $(i, j+1)$  点在  $x$  方向上的绝对相位差,单位为 rad。

由于存在残差点,无法确定干涉图全图的积分,其变成与积分路径有关的变量,因此需考虑残差点的影响,使其降至最小。在最小费用流解缠算法中,将正/负残差点定义为供应/需求节点,残差为供应/需求量,将其他点定义为转运节点。相邻的节点之间通过带有流的弧连接,以调节供需平衡,最小费用流解缠的目的是在所有节点供需平衡的基础上,确保总费用取最小。达到供需平衡即<sup>[16-18]</sup>:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2\pi} (\Delta_{i,j}^x + \Delta_{i+1,j}^y - \Delta_{i,j+1}^x - \Delta_{i+1,j}^y) + k_{i-1,j}^x - k_{i,j}^x + \\ & k_{i,j-1}^y - k_{i,j}^y = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

式中: $k_{i,j}^x$ 为点  $(i, j)$  到点  $(i+1, j)$  的流量; $k_{i,j}^y$ 为点  $(i, j)$  到点  $(i, j+1)$  的流量, $1 \leq i \leq M-1, 1 \leq j \leq N-1$ 。

总费用流为

$$J_{\text{MCF}} = \min \left( \sum c_{i,j}^x |k_{i,j}^x| + \sum c_{i,j}^y |k_{i,j}^y| \right) \quad (6)$$

式中:  $c_{i,j}^x$  为点  $(i,j)$  到点  $(i+1,j)$  对应的费用;  $c_{i,j}^y$  为点  $(i,j)$  到点  $(i,j+1)$  的费用。

在求出  $k_{i,j}^x$  和  $k_{i,j}^y$  后, 计算解缠结果为

$$\phi_{i,j} = \phi_{0,0} + \sum_{k'=0}^{i-1} \Delta_{k',0}^y + \sum_{k'=0}^{j-1} \Delta_{k',0}^x \quad (7)$$

式中:  $\phi_{0,0}$  为  $(0,0)$  位置处点的缠绕相位, rad。

综上所述, 应用 MCF 算法的解缠步骤如下。

1) 对相干图做预处理, 选定阈值, 提取相干系数高于阈值的相位。

2) 在相位的集合中建立 Delaunay 三角网, 进而构建对偶图, 将残差映射到对偶网络中。

3) 在对偶网络中, 应用最小费用流法连接正负残差点对, 计算最小费用流集合。

4) 根据流的大小和方向对相位矩阵积分, 得到解缠结果, 再从高质量区域向低质量区域积分<sup>[12]</sup>。

## 2 自适应分块的改进 MCF 解缠算法

MCF 算法一经推出, 其准确度便得到肯定, 但随着残差点的增多, 该算法的效率有所下降, 因此提高算法效率是优化该算法的一个方向<sup>[16]</sup>。CHEN<sup>[13]</sup> 提出改进的 MCF 算法, 将整个相干图划分为不重叠的矩形块, 将矩形块作为完全独立的图像进行相位解缠, 降低解缠过程中所需的内存资源, 提高效率。

原始相干图使用 MCF 算法解缠的算法复杂度可表示为  $O(N^2)$ , 其中  $N$  为图中残点的数量, 将相干图分为  $i$  个矩形块, 则分割后算法复杂度可表示为  $O(N_1^2 + N_2^2 + N_3^2 + \dots + N_i^2)$ , 其中  $N_1 + N_2 + N_3 + \dots + N_i = N$ , 后者的算法复杂度远小于前者。

该方法虽然提升了相位解缠的效率, 但由于分割大小的不同会导致解缠精度的不稳定。在本文中引入一种基于质量图的自适应分块改进 MCF 算法, 切割时, 根据质量图自适应选取分割大小, 保留相干性较强的区域, 在提高效率的同时保证精度。

本文提出的算法流程如下。

1) 对相干图做预处理, 选定阈值, 提取相干系数高于阈值的相位。

2) 根据相干系数的计算方式计算质量图。

在干涉 SAR 中残差点的存在是由于 SAR 叠掩或去相关噪声引起的, 因此相关系数较低的区域其

残差点较多, 相关系数较高的区域残差点较少。一般将表征干涉图像各点相位的特征图称为质量图, 质量图可划分为相干系数图、伪相干系数图、相位导数变化图及最大相位梯度图 4 种, 本文采用使用范围较广的相干系数图<sup>[20]</sup>。

相干系数图中各个区域之间的相干性通过相干系数表示, 相干系数值较高表示 2 个区域之间的相关性较好, 即相位信息准确; 相干系数值较低说明 2 个区域之间相关性较差, 即相位信息有误。A、B 2 张复图像的相干系数可表示为

$$\gamma = \frac{|E(A B^*)|}{\sqrt{E(|A|^2)E(|B|^2)}} \quad (8)$$

式中:  $E$  为求期望;  $\gamma$  为相干系数;  $B^*$  为  $B$  的共轭。

3) 根据质量图选定应进行分割的块的尺寸。

质量图表示相干系数的大小, 在最小费用流解缠方法中, 影响解缠效率与准确度的是干涉图中集中存在的残差点。因此在分割时, 将相干性较强的区域集中在一起, 进而使得残差点被零散的分割到各个子块内, 提高每个分割块的解缠效率。

在实际操作过程中, 为滤去噪声求整张质量图的均值, 将其作为门限滤波, 表达式为

$$T = \frac{\sum_i^M \sum_j^N f(i,j)}{M \times N} \quad (9)$$

式中:  $T$  为门限值;  $M$ 、 $N$  为质量图规模;  $f(i,j)$  为  $(i,j)$  位置点的相干系数。

在选择分块尺寸的过程中, 选用密度峰值聚类算法。该算法是目前较为先进的聚类算法, 需要较少的输入参数, 能检测聚类中心, 具有简单、聚类速度快、稳定性好、聚类高效的优点, 且对噪声不敏感, 是较为理想的聚类算法<sup>[21-22]</sup>。

对于质量图中的数据, 采用欧氏距离计算两点之间的相似性:

$$d_{\text{ist}}(x_i, x_j) = \sqrt{\sum_{l=1}^m (x_{il} - x_{jl})^2} \quad (10)$$

式中:  $(x_i, x_j)$  为第  $i$  个点和第  $j$  个点;  $l$  为维度;  $m$  为维度的数量。

计算数据集中每个数据点的密度, 表达式如下:

$$\rho_i = \sum S(d_{\text{ist}}(x_i, x_j) - d_c) \quad (11)$$

式中: $S(m)$ 为判断函数; $d_c$ 为截断距离,设定为5。

当  $m \geq 0$  时  $S(m) = 1$ ; 当  $m \leq 0$  时  $S(m) = 0$ 。

依照式(11),即可计算得到以每一点为中心的与其距离小于5的点的个数,再求取每一数据点与其他密度比其大的数据点间的最小距离,如该点密度最大,则取与其他数据点距离的最大值为

$$\delta_i = \begin{cases} \min_{j: \rho_j > \rho_i} (d_{i,j}), & \rho_i > \rho_j \\ \max_j (d_{i,j}), & \text{otherwise} \end{cases} \quad (12)$$

式中: $d_{i,j}$ 为第  $i$  个点与第  $j$  个点的距离。

求得密度及最小距离后,将横轴表示数据点的密度,纵轴表示数据点的最小距离,选取密度高且距离大的点作为聚类中心点,再将其他点按密度值降序排列,归于聚类中心点<sup>[23-25]</sup>。

得到聚类结果后,将聚类点所在的矩形区域作为参考的干涉图分块区域,如聚类后产生多个子块,将其大小取均值作为最终的分块参考大小。

依照此方法得到的分块可将相干性较强的点集中在同一块区域,并依照大小划分其他区域,提高算法的效率和准确度。

4) 在相位的集合中建立 Delaunay 三角网,进而构建对偶图,将残差映射到对偶网络中。

5) 在对偶网络中应用最小费用流法连接正负残差点对,计算最小费用流集合。

6) 根据流的大小和方向对相位矩阵积分,得到解缠结果,再从高质量区域向低质量区域积分<sup>[12]</sup>。

算法流程如图 1 所示。

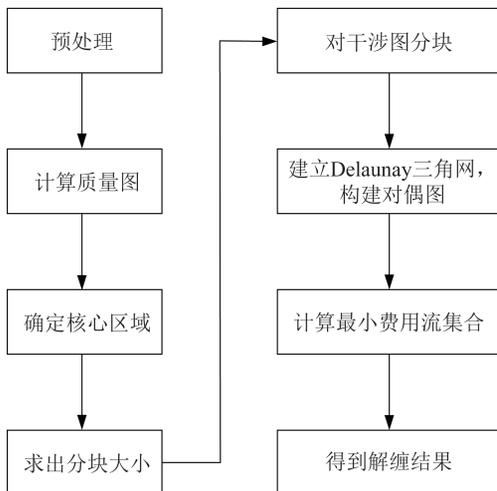


图 1 自适应分块的改进 MCF 解缠算法流程

Fig.1 Flow chart of the improved MCF unwrapping algorithm with adaptive chunking

### 3 仿真实验及结果分析计算机模拟结果

仿真实验在一台配备 Intel Core i7-10750H 处理器 (2.6 GHz, 6 核 12 线程)、NVIDIA GeForce GTX 1660 Ti GPU (6 GB 显存) 和 16 GB DDR4 内存的计算机上进行,运行于 Windows 10 操作系统,使用 Matlab R2019b 仿真,在该平台生成干涉条纹图,并按照本文方法对其解缠绕,解缠前干涉如图 2 所示。

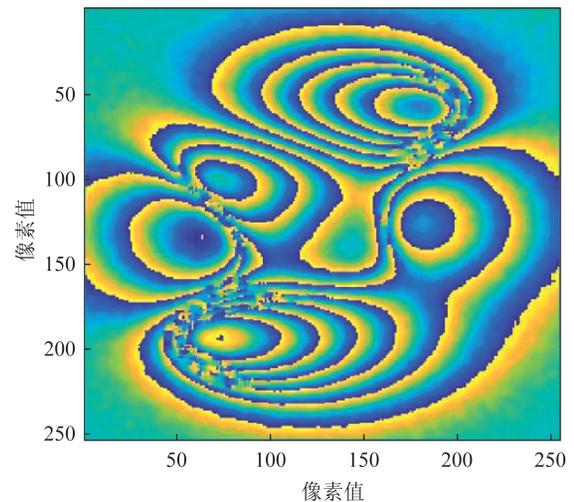


图 2 解缠前干涉

Fig.2 Interference image before phase unwrapping

#### 3.1 仿真实验

上文中所提到的方法对干涉图像做处理,经自适应算法选取可知高相干点位于 (80~170, 50~180), 块大小为  $90 \times 130$ , 将上图保留高相干块并依照其大小划分其他区域,进而对其解缠绕,与从小到大随机选取其他分块大小做解缠对比,解缠后实验结果如图 3 所示。图 3(a)~图 3(f) 分别为寻优后分块的解缠结果、选取分割块大小为  $50 \times 50$  的解缠结果、选取分割块大小为  $100 \times 100$  的解缠结果、选取分割块大小为  $150 \times 150$  的解缠结果、选取分割块大小为  $200 \times 200$  的解缠结果和选取分割块大小为  $256 \times 256$  的解缠结果。图 3(a)~图 3(f) 的解缠全流程处理时间分别为 4.07、2.18、3.32、4.55、4.51 和 8.92 s。

不同分块解缠结果误差如图 4 所示。其中图 4 (a)~图 4 (f) 的解缠后均方根误差 (Root Mean Square Error, RMSE) 分别为 4.002 8、5.564 1、5.574 6、5.232 5、5.232 5 和 3.962 9 rad。

仿真试验结果统计见表 1。

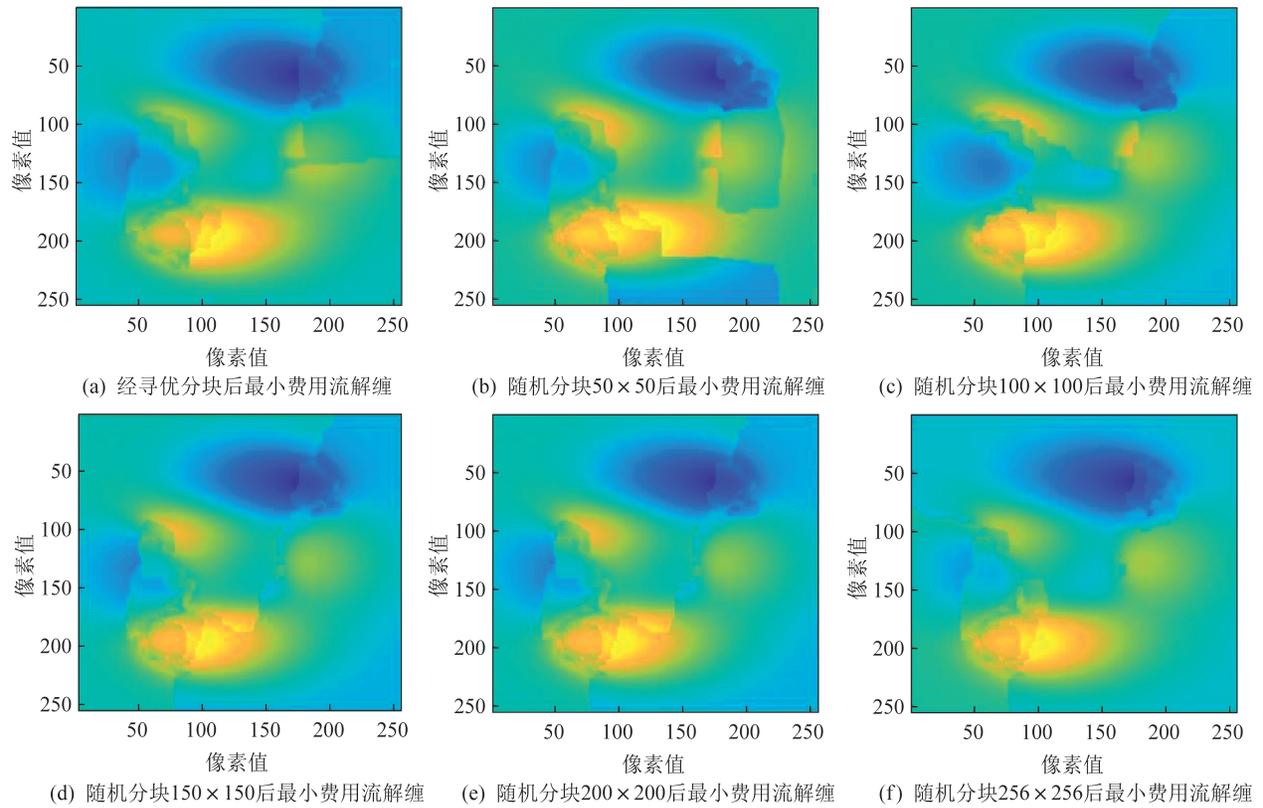


图 3 不同分块方式解缠后图像

Fig.3 Images after unwrapping with different chunking methods

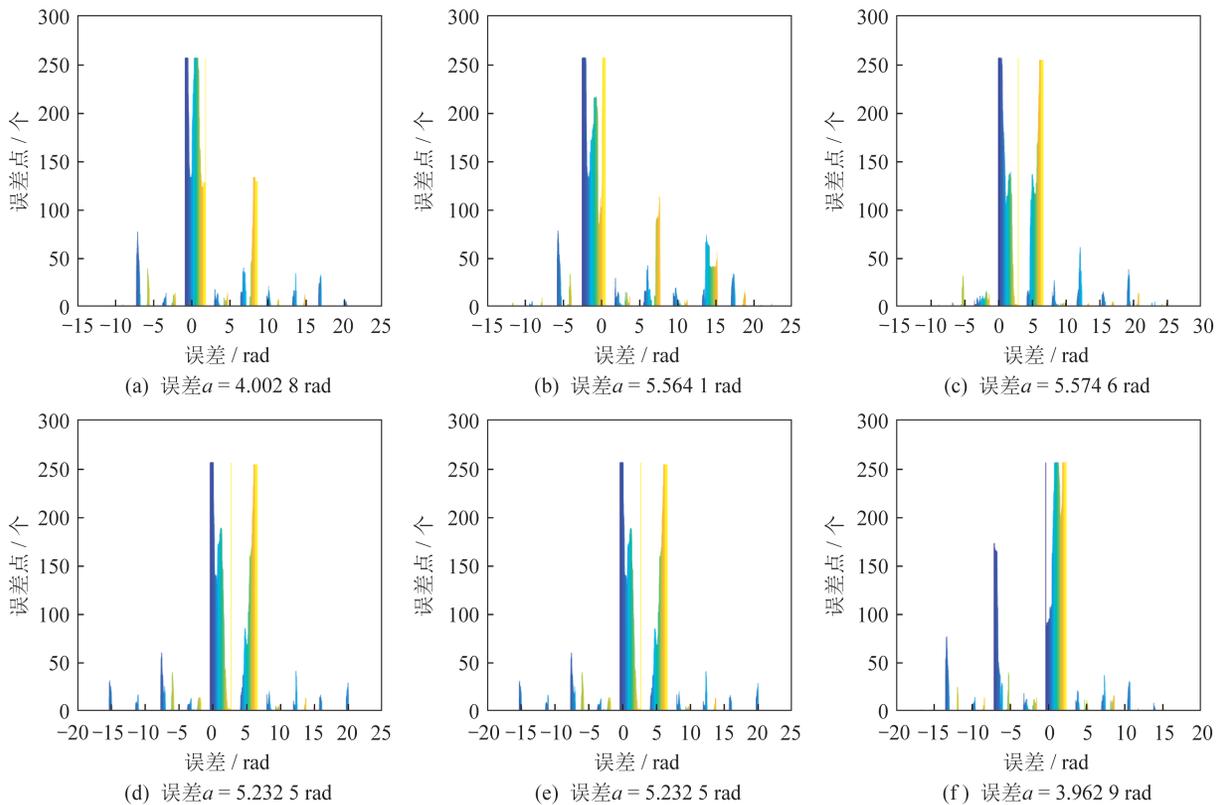


图 4 不同分块方式解缠图像后均方根误差

Fig.4 RMSE results after unwrapping the images with different chunking methods

表 1 仿真试验结果

Tab.1 Simulation results

序号	分块大小	时间/s	误差/rad
1	寻优后	4.07	4.002 8
2	50×50	2.18	5.564 1
3	100×100	3.32	5.574 6
4	150×150	4.55	5.232 5
5	200×200	4.51	5.232 5
6	256×256	8.92	3.962 9

### 3.2 结果分析

由上述仿真结果可知,采用文中算法选取到的分割大小可在 4.07 s 内完成解缠,误差为 4.002 8 rad,对比其他随机选取的分块大小,本算法在保证解缠效率的同时,其准确度没有大幅下滑。对比误差最小的分块方式(256×256),解缠误差恶化了 1.01%,但效率提升了 54.37%。证明本算法在平衡效率和准确度方面具有一定的优势,对提升改进 MCF 算法的应用场景与计算效率有一定的贡献。

## 4 结束语

针对改进的基于分割的最小费用网络流算法准确率及效率受分割块大小影响的问题,提出利用质量图表征相干性优劣的特性自适应确定分割块大小的方法,进而将相干性较好的区域聚集在一起,将残差点散落地分布在不同分割块中。仿真结果表明,本方法通过自适应寻优方式选取合适的分割块,使得准确度在不受过多影响的情况下,有效地提高算法效率。不足之处是在分割干涉图进行的过程中,存在将其分块过小的可能,进而导致解缠后图像出现较为严重的马赛克现象。在后续研究中,将探究如何对自适应分块后的图像做针对性的解缠、融合处理。

### 参考文献

- [1] 孙广通. 时间序列 InSAR 地表形变反演及大气相位改正技术研究[D]. 阜新: 辽宁工程技术大学, 2011.
- [2] 李万林, 周英帅. 基于 D-InSAR 技术的地质灾害和监测预警[J]. 测绘工程, 2021, 30(1): 66-70.
- [3] 王辉, 付玉龙, 李金亮. 毫米波 SAR 卫星未来发展展望[J]. 上海航天(中英文), 2022, 39(3): 1-13.
- [4] 吴思利, 王辉, 郑世超, 等. Ka 数字波束合成-合成孔径雷达顺轨干涉性能分析[J]. 上海航天(中英文), 2021, 38(1): 72-79.
- [5] 李军. 基于质量图分割的 InSAR 相位解缠方法[D]. 南京:

南京邮电大学, 2017.

- [6] 张妍. 干涉合成孔径雷达相位解缠技术的研究[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2013.
- [7] 黄蓉. InSAR 相位解缠算法比较研究[D]. 西安: 长安大学, 2012.
- [8] 许才军, 王华. InSAR 相位解缠算法比较及误差分析[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2004, 29(1): 67-71.
- [9] YONG Y U, CHAO W, HONG Z, et al. A phase unwrapping method based on network flow algorithm in irregular network[J]. Journal of Remote Sensing, 2003(6): 472-477.
- [10] 邵珩, 周勇, 聂中原, 等. 改进最小费用流相位解包裹算法[J]. 光学学报, 2021, 41(2): 61-68.
- [11] 潜世界. 基于改进最小费用流的相位解包裹研究[D]. 武汉: 华中科技大学, 2019.
- [12] 王秀萍. InSAR 图像相位解缠的最小费用流法及其改进算法研究[J]. 测绘科学, 2010, 35(4): 3.
- [13] CHEN C W, ZEBKER H A. Phase unwrapping for large SAR interferograms: statistical segmentation and generalized network models[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2002, 40(8): 1709-1719.
- [14] 靳国旺. InSAR 获取高精度 DEM 关键处理技术研究[D]. 郑州: 解放军信息工程大学, 2007.
- [15] 张永志, 王卫东, 李萍. InSAR 图像的最小范数法相位解缠研究[J]. 地球科学与环境学报, 2005, 27(1): 4.
- [16] 于勇. 基于网络规划的干涉雷达相位解缠算法研究[D]. 北京: 中国科学院研究生院(遥感应用研究所), 2002.
- [17] 李政, 崔帅, 王江涛, 等. InSAR 应用中相位解缠算法的快速选取[J]. 测绘标准化, 2017, 33(4): 33-37.
- [18] 花奋奋, 王萌萌, 于洋, 等. 融合枝切法和最小费用流的多级相位解缠方法[J]. 测绘科学, 2022, 47(12): 138-146, 183.
- [19] 陈国栋. 基于网络流模型的统计费用流相位解缠并行算法研究[D]. 成都: 成都理工大学, 2012.
- [20] 李芳芳, 占毅, 胡东辉, 等. 一种基于质量指导的 InSAR 相位解缠快速实现方法[J]. 雷达学报, 2012, 1(2): 196-202.
- [21] 张立宁. 改进的密度峰值聚类算法研究[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2020.
- [22] 戴娇, 张明新, 郑金龙, 等. 基于密度峰值的快速聚类算法优化[J]. 计算机工程与设计, 2016, 37(11): 6.
- [23] 晏焕钱. 基于密度峰值聚类的两种改进算法的研究[D]. 兰州: 兰州大学, 2018.
- [24] 王哲川. 自动确定类数的密度峰值聚类算法研究[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2020.
- [25] 王星, 昝鹏程, 王玉冰, 等. 基于线性回归分析的快速搜索聚类中心算法[J]. 系统工程与电子技术, 2017, 39(11): 2614-2622.