

文章编号:1674-8190(2020)04-471-08

离散型可靠性参数数学关系研究

火建卫¹, 朱星宏², 耿小亮²

(1. 航空工业第一飞机设计研究院 适航与通用质量特性研究所, 西安 710089)

(2. 西北工业大学 力学与土木建筑学院, 西安 710129)

摘要: 在航空航天系统中, 已有许多可靠性参数来描述产品的可靠性特性, 但大多数都是基于连续时间上的连续型可靠性参数, 而在离散时间上有定义的离散型可靠性参数的描述较少, 例如离散失效率。为弥补可靠性理论在这方面的缺陷, 从离散时间这一角度出发, 研究离散型可靠性参数的数学关系。推导离散失效率与离散失效率的数学转换公式, 利用离散失效率推导计算离散可靠度的数学公式, 推导平均失效前工作次数与离散失效率的数学转换公式, 并进行验证。结果表明: 推导出的三个数学转换公式合理, 可以用于描述离散型可靠性参数。

关键词: 可靠性参数; 离散失效率; 失效概率; 可靠度; 平均失效前工作次数

中图分类号: V219; O213.2

文献标识码: A

DOI: 10.16615/j.cnki.1674-8190.2020.04.004

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



Research on Mathematic Relationship of Discrete Reliability Parameters

HUO Jianwei¹, ZHU Xinghong², GENG Xiaoliang²

(1. Department of Airworthiness and General Quality Characteristics, AVIC The First Aircraft Institute, Xi'an 710089, China)

(2. School of Mechanics, Civil Engineering and Architecture, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710129, China)

Abstract: In the aerospace system, there are many reliability parameters to describe the reliability characteristics of products, but most of them are based on continuous reliability parameters in continuous time, and there are fewer descriptions of discrete reliability parameters that are defined as reliability parameters in discrete time, such as discrete failure probability. In order to make up for the shortcomings of reliability theory in this aspect, the mathematic relationship of discrete reliability parameters are studied from the perspective of discrete time, including the mathematical conversion formula of discrete failure probability and discrete failure rate, the mathematical of calculating discrete reliability by discrete failure rate, and the mathematical conversion formula of mean work times to failures and discrete failure probability. These works can provide the mathematical theory basis for the conversion calculation of reliability parameters and indicators.

Key words: reliability parameter; discrete failure rate; failure probability; reliability; mean work times to failures

收稿日期: 2019-12-18; 修回日期: 2020-03-11

基金项目: 航空科学基金(20170153001)

通信作者: 火建卫, huojianwei@yeah.net

引用格式: 火建卫, 朱星宏, 耿小亮. 离散型可靠性参数数学关系研究[J]. 航空工程进展, 2020, 11(4): 471-478.

HUO Jianwei, ZHU Xinghong, GENG Xiaoliang. Research on mathematic relationship of discrete reliability parameters[J]. Advances in Aeronautical Science and Engineering, 2020, 11(4): 471-478. (in Chinese)

0 引言

可靠性参数是通过不同角度对产品可靠性特征的度量,例如:平均故障间隔时间、平均失效前工作时间、可靠度、失效概率、失效率等。指标则是期望事物在某一参数上达到的数值,可靠性参数及指标可用于约束产品研制过程,并为最终产品验收提供依据^[1]。在对可靠性要求极其严格的航空航天领域,不同的可靠性参数扮演着重要的角色,通常根据产品的类型、工作特点、用户需求等选取可靠性参数。同时可靠性参数之间存在相关性,不同的可靠性参数能够按照相应的公式或规律进行转换。就航空发动机而言,一般都以时间来表示其寿命,并以时间作为参数之一来预测发动机可靠性^[2-5]。而像飞机的起落架,尾翼等并不是处于相对稳定的载荷环境,其更适宜用离散型时间量——次数(如:工作次数、载荷作用次数、工作循环数等)作为计时单位^[6-7],离散量“次数”表示广义的时间量,这类产品的可靠性参数(可靠度、失效概率、失效率等)只在离散“时间”点上有定义。与定义域为连续时间的可靠性参数相对应,将仅在离散时间上有定义的可信性参数将归类为“离散型可信性参数”。连续型可信性参数与离散型可信参数可以相关转换。例如:产品失效率为 $10^{-4}/\text{h}$,产品每次工作的时间为 2 h,则产品以工作次数为计时单位的失效率为 $2 \times 10^{-4}/\text{次}$ ($10^{-4}/\text{h} \times 2 \text{ h}/\text{次}$),产品的平均失效前工作时间为 10 000 h,产品的平均失效前工作次数为 5 000 次。目前可信性参数的研究大多是基于连续型时间变量,C. I. Ossai^[8]研究了经受多次维护的可修复多状态零件的剩余使用时间;庄震宇等^[9]编制了基于 MATLAB 的威布尔分布参数估计程序,得到该发动机的平均故障间隔时间点估计值和置信区间;王大伟等^[10]采用 Bayes 数据融合方法建立平均故障间隔时间评定模型,而基于离散型时间变量的可信性研究并不多;谢里阳等^[11]研究了基于载荷—强度关系的失效率离散建模方法及模型,未对离散型可信性参数间的关系展开深入研究。

本文针对离散失效率与离散失效率、平均失效前工作次数与离散失效率的数学关系进行研究,通过公式推导 3 个离散型可信性参数的转换公式,以期为航空航天领域的可信性建模提供更加完

善的理论依据和数据支持。

1 离散失效率

1.1 离散失效率的定义

在可靠性理论和可靠性工程中,失效率都是一个极其重要的概念,是描述产品可靠性规律的最主要数量指标之一^[12-15]。失效率表示工作到时间 t 尚未失效的产品在 t 时刻以后的单位时间内发生失效的可能性。失效率 λ 是时间 t 的函数,记为 $\lambda(t)$,称为失效率函数,也称为故障率函数或风险函数。根据失效率的含义,可以定义在第 i 次工作后的失效率,即在前 i 次工作中没有失效的产品,在第 $i+1$ 次工作时发生失效的可能性。当以离散的工作次数 i 表示广义的时间量时,失效率只在离散“时间”点上有定义,可称之为离散失效率。对于离散的时间变量,例如工作次数或循环次数,失效率定义中的“单位时间”是明确的,即工作(或循环)一次,即“单位时间”内发生失效的概率就是工作(或循环)一次引起失效的概率。

1.2 离散失效率的计算公式推导

失效率的观测值为:在时刻 t 以后的单位时间内发生失效的产品数与工作到 t 时刻尚未失效的产品数之比^[16-17]。

$$\lambda(t) = \frac{n(t + \Delta t) - n(t)}{[N - n(t)]\Delta t} \quad (1)$$

式中: N 为产品数量; $n(t + \Delta t)$ 为时刻 $t + \Delta t$ 的产品失效数; $n(t)$ 为时刻 t 的产品失效数。

假设:某产品的可靠度为常数 R ,失效概率为 $F = 1 - R$ 。有 N 个产品进行工作或试验,产品之间相互独立,则第 1 次、第 2 次、第 3 次工作或试验后,失效产品数 $n(1)$ 、 $n(2)$ 、 $n(3)$ 的均值分别为

$$\overline{n(1)} = N \cdot F \quad (2)$$

$$\overline{n(2)} = N \cdot F + (N - N \cdot F) \cdot F \quad (3)$$

$$\overline{n(3)} = N \cdot F + (N - N \cdot F) \cdot F + [N - N \cdot F - (N - N \cdot F) \cdot F] \cdot F \quad (4)$$

后续产品失效数的均值以此类推。

对于离散时间变量 i 的情况,其时间的最小变化量是 $\Delta t = \Delta i = 1$,该产品的失效率 $\lambda(i)$ ($i = 1, 2, 3, \dots$) 的推导为

$$\lambda(1) = \frac{n(2) - n(1)}{[N - n(1)]\Delta i}$$

$$\frac{N \cdot F + (N - N \cdot F) \cdot F - N \cdot F}{(N - N \cdot F) \times 1} = F \tag{5}$$

$$\lambda(2) = \frac{n(3) - n(2)}{[N - n(2)]\Delta i} = \frac{\{N \cdot F + (N - N \cdot F) \cdot F + [N - N \cdot F - (N - N \cdot F) \cdot F] \cdot F - N \cdot F - (N - N \cdot F) \cdot F\}}{[N - N \cdot F - (N - N \cdot F) \cdot F] \times 1} = F \tag{6}$$

假设: $n(i) = m, (m \leq N)$, 可以得到:

$$n(i + 1) = m + [N - n(i)] \cdot F = m + (N - m) \cdot F \tag{7}$$

则:

$$\lambda(i) = \frac{n(i + 1) - n(i)}{[N - n(i)] \times \Delta i} = \frac{m + (N - m) \cdot F - m}{(N - m) \times 1} = F \tag{8}$$

根据定义, 失效率的极限表达式为

$$\lambda(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P(t < T \leq t + \Delta t | T > t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{R(t) - R(t + \Delta t)}{R(t) \cdot \Delta t} \tag{9}$$

对于离散时间变量 i , 其时间的最小变化量是 $\Delta i = 1$, 得到 $\lambda(i)$ ^[18-20] 为

$$\lambda(i) = P(i < T \leq i + 1 | T > i) = \frac{R(0 \sim i) - R[0 \sim (i + 1)]}{R(0 \sim i)} \tag{10}$$

对于按照次数或循环次数工作产品, 其在第 i ($i = 1, 2, 3, \dots$) 次工作时间 Δt_i 内的可靠度为 $R(i)$ (即: 失效率 $F(i) = 1 - R(i)$), 产品在第 $i + 1$ 次工作时间 Δt_{i+1} 内的可靠度为 $R(i + 1)$ 。对于以时间作为寿命的产品, 其可靠度曲线的一般变化趋势如图 1 所示。利用公式(10)可以得到:

$$\lambda(i) = \frac{R(0 \sim i) - R[0 \sim (i + 1)]}{R(0 \sim i)} = \frac{\prod_{x=1}^i R(x) - \prod_{x=1}^{i+1} R(x)}{\prod_{x=1}^i R(x)} = \frac{\prod_{x=1}^i R(x) - \prod_{x=1}^i R(x) \times R(i + 1)}{\prod_{x=1}^i R(x)} = 1 - R(i + 1) = F(i + 1) \tag{11}$$

推导出

$$\lambda(i) = F(i + 1) \quad (i = 1, 2, 3, \dots) \tag{12}$$

式中: $R(0 \sim i)$ 为产品累计工作至第 i 次的可靠度; $R(i)$ 为产品第 i 次工作的可靠度; $\lambda(i)$ 为产品第 i 次可靠工作后, 第 $i + 1$ 次工作的失效率; $F(i + 1)$ 为产品第 $i + 1$ 次工作的失效概率。

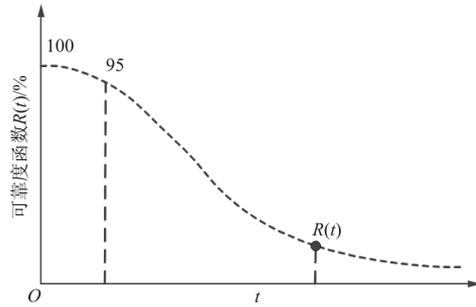


图 1 可靠度曲线一般趋势

Fig. 1 General trend of reliability curve

1.3 离散失效率计算公式验证

有 N 个产品, 产品之间相互独立, 从 $t = 0$ 开始工作, 到时刻 t 时产品的失效数为 $n(t)$, 而到时刻 $t + \Delta t$ 产品的失效数为 $n(t + \Delta t)$, 即在区间 $[t, t + \Delta t]$ 内有 $\Delta n(t) = n(t + \Delta t) - n(t)$ 个产品失效, 则该产品在区间 $[t, t + \Delta t]$ 内的平均失效率定义为

$$\bar{\lambda}(t) = \frac{n(t + \Delta t) - n(t)}{[N - n(t)]\Delta t} = \frac{\Delta n(t)}{[N - n(t)]\Delta t} \tag{13}$$

当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时, 相应的平均失效率变成瞬时失效率, 其表达式为

$$\lambda(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \bar{\lambda}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta n(t)}{[N - n(t)]\Delta t} \tag{14}$$

对于区间 $[t_i, t_{i+1}]$ 内的平均失效率 $\bar{\lambda}(t)$, 可用积分式表达为

$$\bar{\lambda}(t) = \frac{1}{t_{i+1} - t_i} \int_{t_i}^{t_{i+1}} \lambda(t) dt \tag{15}$$

式(15)中:

$$\lambda(t) = \frac{-d \ln R(t)}{dt} \tag{16}$$

将式(16)代入式(15):

$$\begin{aligned} \bar{\lambda}(t) &= \frac{1}{t_{i+1} - t_i} \int_{t_i}^{t_{i+1}} \frac{-d \ln R(t)}{dt} dt = \\ &= \frac{1}{t_{i+1} - t_i} \int_{t_i}^{t_{i+1}} -d \ln R(t) = \\ &= -\frac{1}{t_{i+1} - t_i} [\ln R(t_{i+1}) - \ln R(t_i)] = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{1}{t_{i+1}-t_i} \left[\ln \frac{R(t_{i+1})}{R(t_i)} \right] = \\
& -\frac{1}{t_{i+1}-t_i} \left[\ln \frac{R(t_i) \times R(i+1)}{R(t_i)} \right] = \\
& -\frac{\ln R(i+1)}{\Delta t_{i+1}} = \\
& \frac{-1}{\Delta t_{i+1}} \ln [1 - F(i+1)] \quad (17)
\end{aligned}$$

在产品第 $i+1$ 次工作的时间 $\Delta t_{i+1} = t_{i+1} - t_i$ 内,有:

$$\bar{\lambda}(\Delta t_{i+1}) = \frac{-1}{\Delta t_{i+1}} \ln [1 - F(i+1)] \quad (18)$$

式中: $\Delta t_{i+1} = t_{i+1} - t_i$; $R(t_i)$ 为产品工作到时间 t_i 的可靠度; $R(i+1)$ 为产品第 $i+1$ 次工作的可靠度; $F(i+1)$ 为产品第 $i+1$ 次工作的失效概率。

利用函数幂级数展开式^[21]得到:

$$\begin{aligned}
& \ln(1-x) = \\
& -\left(x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots\right) \quad (19)
\end{aligned}$$

$$\ln(1-x) = -x + o(x) \approx -x \quad (-1 \leq x < 1) \quad (20)$$

式中:当 $x \rightarrow 0$ 时, $o(x)$ 为 x 的高阶无穷小量。

式(18)中的 $F(i+1) < 1$, 符合 $\ln(1-x)$ 幂级数的收敛域, 据此可得平均失效率 $\bar{\lambda}(t)$ 的近似计算公式为

$$\bar{\lambda}(\Delta t_{i+1}) \approx F(i+1)/\Delta t_{i+1} \quad (21)$$

将产品第 $i+1$ 次工作的时间 Δt_{i+1} 取为离散时间量“1次”, 当 $\Delta t_{i+1} \rightarrow 0$ 时, $\lambda(i) = \bar{\lambda}(\Delta t_{i+1})$, 利用式(21), 得到与公式(12)一致的近似公式, 即 $\lambda(i) \approx F(i+1)$ 。

由推导和证明过程可知: 产品第 $i+1$ 次工作时的失效概率为 $F(i+1)$ 时, 其离散失效率 $\lambda(i)$ 的数值等于 $F(i+1)$, $\lambda(i)$ 的单位为“每次”。对照失效率的定义, 将“每次”作为离散时间单位来理解, 该结论符合失效率定义表述的内容。

2 离散可靠度

可靠度指产品在规定的时间内和条件下, 完成规定功能的概率, 通常记为 $R(t)$ 。按照离散时间量“次数”工作的产品, 其可靠度只在离散“时间”点 $i=1, 2, 3, \dots$ 上有定义, 其可靠度可记为 $R(i)$ 。

对于离散可靠度 $R(0 \sim i)$, $i=0, 1, 2, 3, \dots$, 由

式(10)得到:

$$\begin{aligned}
R[0 \sim (i+1)] &= R(0 \sim i)[1 - \lambda(i)] \\
R[0 \sim (i+1)] &= R[0 \sim (i-1)][1 - \lambda(i-1)] \\
&\dots\dots \\
R(0 \sim 2) &= R(0 \sim 1)[1 - \lambda(1)] \\
R(0 \sim 1) &= R(0 \sim 0)[1 - \lambda(0)]
\end{aligned}$$

产品在 $i=0$ 时的可靠度为 $R(0 \sim 0)$, 失效概率为 $F(0)$, 有 N 件产品投入工作或试验, 产品之间相互独立, 关于 $\lambda(0)$ 的推导为

$$\begin{aligned}
\lambda(0) &= \frac{n(1) - n(0)}{[N - n(0)]\Delta i} = \\
& \frac{N \cdot F(1) - 0}{(N - 0) \times 1} = \\
F(1) &= 1 - R(0 \sim 1) \quad (22)
\end{aligned}$$

因此有:

$$R(0 \sim 1) = 1 - \lambda(0) \quad (23)$$

依次递推可以得到离散可靠度 $R(i)$ 计算公式为

$$R(0 \sim i) = [1 - \lambda(0)] \cdot \prod_{k=1}^{i-1} [1 - \lambda(k)] \quad (24)$$

对于以次数作为寿命的产品, 其可靠度离散值的一般变化趋势如图 2 所示。

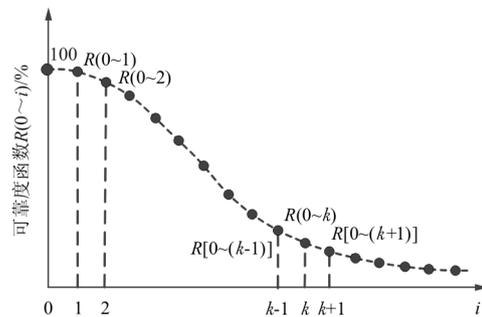


图 2 可靠度离散值一般趋势

Fig. 2 General trend of reliability discrete values

3 平均失效前工作次数

平均失效前时间 (Mean Time to Failures, 简称 MTTF) 是不可修复产品的一种基本可靠性参数。其度量方法为: 在规定的条件下和时间内, 产品寿命单位总数与失效产品总数之比^[22]。“工作次数”也是时间单位, 对于按照“次数”工作的产品, 平均失效前工作次数也可以作为一种基本可靠性参数。知道产品每次工作的平均时间, 可以将平均失效前工作次数折算为平均失效前时间。

3.1 平均失效前工作次数计算公式的推导

按次数工作的某产品,在第 i 次工作(或第 i 次循环)时间 Δt_i 内的可靠度为 $R(i), i=1, 2, 3, \dots$,且每次工作之间相互独立,即产品在第 i 次工作时间 Δt_i 内失效概率为 $F(i)=1-R(i)$ 。该产品进行 i 次工作或试验,产品在第 k 次工作发生失效的概率 p_k 如表 1 所示,其中 $k \leq i$ 。

表 1 产品第 k 次数发生失效的概率

Table 1 The probability of failure of product k times

k	p_k
	$F(1)$
1	$F(2) \cdot R(1)$
2	$F(3) \cdot R(1) \cdot R(2)$
3	...
...	...
$i(i \geq 2)$	$F(i) \cdot \prod_{k=1}^{i-1} R(k)$

若 ξ 为离散型随机变量,其可能取值为 $x_k, k=1, 2, 3, \dots, P(\xi=x_k)=p_k$,则(当级数绝对收敛时) ξ 的数学期望(均值)为

$$E(\xi) = \lim_{m \rightarrow +\infty} \sum_{k=1}^m x_k p_k \quad (25)$$

利用离散型随机变量均值的公式和表 1 的信

$$\begin{cases} P_G(\xi=x) = pq^{x-1} \\ E(\xi) = \frac{1}{p} \\ D(\xi) = \frac{q}{p^2} \end{cases} \quad (x=1, 2, 3, \dots, p > 0, q > 0, p+q=1) \quad (27)$$

式中: $P_G(\xi=x)$ 为一直工作,直到第 x 次发生失效的概率; p 为某次工作中失效的概率; q 为某次工作中成功的概率; ξ 为出现首次失效时的试验次数。

利用表 2 求解产品失效发生次数的均值,即平均失效前工作次数 T_{TF} 。

$$\begin{aligned} T_{TF} &= \sum_{k=1}^i k \cdot R^{k-1} \cdot F = \\ &= \sum_{k=1}^i k \cdot R^{k-1} \cdot (1-R) = \\ &= \sum_{k=1}^i k \cdot R^{k-1} - \sum_{k=1}^i k \cdot R^k = \\ &= 1+2R+3R^2+4R^3+\dots+(i-1)R^{i-2}+iR^{i-1} \end{aligned}$$

息,得到对于按次数或循环次数工作的产品,其平均失效前工作次数 T_{TF} 的计算公式为

$$T_{TF}(i) = \begin{cases} F(1) & (i=1) \\ \sum_{k=1}^i k \cdot F(k) \cdot \prod_{j=1}^{k-1} R(j) & (i \geq 2) \end{cases} \quad (26)$$

当按次数或循环数工作的某产品单次可靠度 $R(i)$ 为常数 R ,失效概率 $F=1-R$ 。产品进行 n 次工作或试验,产品在第 k 次发生失效的概率 p_k 如表 2 所示。

表 2 第 k 次数发生失效的概率

Table 2 The probability of failure of k times

k	p_k
1	F
2	$R \cdot F$
3	$R^2 \cdot F$
...	...
$i(i \geq 2)$	$R^{i-1} \cdot F$

对常用的离散型分布函数形式,可知表 2 的分布是几何分布 $G(p)$,几何分布及其定义域、参数条件为

$$-R-2R^2-3R^3-\dots-(i-1)R^{i-1}-iR^i = 1+R+R^2+R^3+\dots+R^{i-1}-iR^i \quad (28)$$

利用通项公式 $a_n = a_1 q^{n-1}$ 等比数列的前 n 项求和公式:

$$S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} = \frac{a_1 - a_n q}{1-q} \quad (29)$$

得到:

$$T_{TF} = \frac{1-R^i}{1-R} - iR^i \quad (30)$$

利用洛比达法则可以求得 $\lim_{x \rightarrow +\infty} xR^x = 0, x \geq 1, R < 1$,得到 $\lim_{i \rightarrow +\infty} iR^i = 0, R < 1$ 。产品的可靠度为常数 R ,产品平均失效前工作次数 T_{TF} 的计算公式为

$$T_{TF} = \frac{1}{1-R} = \frac{1}{F} \quad (31)$$

式(31)与几何分布均值计算公式的结论一致。 域、参数条件为

对于二项分布 $B(i, p)$, 其概率分布及其定义

$$\begin{cases} P(x=k) = C_i^k p^k q^{i-k} \\ C_i^k = \frac{i!}{(i-k)! \cdot k!} & (k=0, 1, 2, \dots, i (i \text{ 为正整数}), p > 0, q > 0, p+q=1) \\ E(x) = ip \\ D(x) = ipq \end{cases} \quad (32)$$

式中: $P(x=k) = C_i^k p^k q^{i-k}$ 为有 i 个产品工作, 其中 k 个产品失效的概率; p 为失效概率; q 为成功概率。

某产品按次数或循环数工作的可靠度为 R , 失效概率 $F=1-R$, 每次工作之间相互独立, 失效发生次数服从二项分布 $B(i, p)$, 即: $p=F=1-R$, $q=R$ 。该产品工作或试验 i 次, 按照数学期望的公式, 在这 i 次工作或试验中, 产品发生失效次数的数学期望(均值)为 iq , 可得产品的平均失效前工作次数 T_{TF} 为

$$T_{TF} = \frac{i}{ip} = \frac{1}{p} = \frac{1}{F} = \frac{1}{1-R} \quad (33)$$

$$\text{即: } T_{TF} = \frac{1}{1-R} = \frac{1}{F}。$$

得到与式(31)相同的平均失效前工作次数 T_{TF} 的计算结果。

当产品可靠度为常数 R (失效概率 $F=1-R$) 时, 对照式(11)的结论, 可知: 对于按照工作次数工作的产品, 其平均失效前工作次数 T_{TF} 与失效率 λ (i) (单位: 每次) 互为倒数关系。得到了与当产品失效时间 t 服从指数分布时, 产品的平均失效前工作时间 T_{MTTF} 与失效率 λ 互为倒数的相似关系。

3.2 平均失效前工作次数公式的验证

当产品的失效前时间 T 服从指数分布时

$$P(T=t) = 1 - e^{-\lambda t} \quad (t \geq 0) \quad (34)$$

式中: $P(T=t)$ 为在产品一直工作到 t 时刻失效的概率; $\lambda(t)$ 为常数 λ , 且每次工作之间相互独立。

产品可靠度为

$$R(t) = e^{-\lambda t} \quad (35)$$

将工作时间离散化为 $\Delta t_1, \Delta t_2, \dots, \Delta t_n$, 取 $\Delta t = \Delta t_1, i=1, 2, 3, \dots$, 则产品在时间 Δt (每 1 次的时间内) 内的可靠度为

$$R = R(i) = e^{-\lambda \cdot \Delta t} \quad (i=1, 2, 3, \dots, n) \quad (36)$$

将式(36)代入式(33), 得到:

$$T_{TF} = \frac{1}{1-R(i)} = \frac{1}{1-e^{-\lambda \cdot \Delta t}} \quad (37)$$

式中: T_{TF} 为平均失效前工作次数。

利用幂级数展开式^[6]:

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \dots \quad (|x| < \infty) \quad (38)$$

$$e^x = 1 + x + o(x) \approx 1 + x \quad (x \rightarrow 0) \quad (39)$$

将式(39)代入式(38)得到:

$$T_{TF} = \frac{1}{1-e^{-\lambda \cdot \Delta t}} \approx \frac{1}{1-1+\lambda \cdot \Delta t} = \frac{1}{\lambda \cdot \Delta t} \quad (40)$$

将式(40)中 T_{TF} 的单位“每次”转换成连续的时间单位, 离散单位时间“每 1 次”所对应的连续时间为 Δt , $T_{TF} \rightarrow T_{MTTF}$ 转换过程为

$$T_{MTTF} = \frac{1}{\lambda \cdot \Delta t} \cdot \Delta t = \frac{1}{\lambda} \quad (41)$$

以上推导的结果与指数分布的结果一致, 证明公式(31)是正确的。

以概率论中“抛硬币”试验为例, 抛硬币一次后, 事件“硬币正面在上”的概率是 0.5, 进行 n 次“抛硬币”试验, 根据统计经验可知“硬币正面在上”事件出现的平均间隔次数是两次。利用公式(31)计算“硬币正面在上”事件出现的平均间隔次数, 将“硬币正面在上”的概率值 0.5 代入式(31), $1/(1-0.5)=2$, 计算值与统计结果值一致, 也证明公式(31)是正确的。

若将抛硬币试验中的事件“硬币正面在上”替换为事件“产品工作可靠”, 产品按照每次工作的可靠度 $R=0.5$, 则该产品的平均失效前工作次数为 2。

4 结 论

(1) 本文对平均失效前时间、可靠度、失效率这三个连续型可靠性参数进行了离散化,推导出平均失效前工作次数、离散可靠度、离散失效率的计算公式。

(2) 构建三个离散型可靠性参数间的相互关系,可以为航空航天系统中产品的可靠性评估提供更可靠的依据。但文中并未考虑与可修产品有关的参数,如平均故障间隔次数等,这些参数将作为下一步的考虑重点。

参考文献

- [1] 曾声奎. 可靠性设计与分析[M]. 北京:国防工业出版社, 2011: 13-14.
ZENG Shengkui. Reliability design and analysis[M]. Beijing: National Defence Industry Press, 2011: 13-14. (in Chinese)
- [2] 李元斌. 航空发动机零部件寿命预测与风险评估研究[D]. 南京:南京航空航天大学, 2018: 45-49.
LI Yuanbin. Research on life prediction and risk assessment of aeroengine parts[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2018: 45-49. (in Chinese)
- [3] 曾声奎, 任奔. 可靠性设计分析基础[M]. 北京:北京航空航天大学出版社, 2015: 18-22.
ZENG Shengkui, REN Yi. Base of reliability design and analysis[M]. Beijing: Beihang University Press, 2015: 18-22. (in Chinese)
- [4] 陈云霞, 谢汶妹, 曾声奎. 功能分析与失效物理结合的可靠性预计方法[J]. 航空学报, 2008, 29(5): 1133-1138.
CHEN Yunxia, XIE Wenshu, ZENG Shengkui. Functional analysis and physics of failure associated reliability prediction[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2008, 29(5): 1133-1138. (in Chinese)
- [5] 马纪明, 万蔚, 曾声奎. 基于浴盆曲线故障率函数的FFOP预计方法[J]. 航空学报, 2012, 33(9): 1664-1670.
MA Jiming, WAN Wei, ZENG Shengkui. FFOP prediction method based on bathtub-shaped failure rate function[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2012, 33(9): 1664-1670. (in Chinese)
- [6] 蒋文涛, 薛彩军. 飞机起落架结构模糊疲劳可靠性分析[J]. 飞机设计, 2011, 31(1): 17-20.
JIANG Wentao, XUE Caijun. Fuzzy fatigue reliability analysis of a landing gear structure[J]. Aircraft Design, 2011, 31(1): 17-20. (in Chinese)
- [7] 余芬, 韩景强, 张伟钢. 基于冲击模型的飞机结构件疲劳寿命预测及可靠性分析[J]. 飞机设计, 2016, 36(3): 39-42.
YU Fen, HAN Jingqiang, ZHANG Weigang. Fatigue life prediction and reliability analysis of airplane structures based on shock models[J]. Aircraft Design, 2016, 36(3): 39-42. (in Chinese)
- [8] OSSAI C I. Remaining useful life estimation for repairable multi-state components subjected to multiple maintenance actions[J]. Reliability Engineering and System Safety, 2019, 182: 142-151.
- [9] 庄震宇, 唐建军, 姜年朝. 某无人机用涡喷发动机的可靠性参数自动计算研究[J]. 现代制造技术与装备, 2017(11): 71-73.
ZHUANG Zhenyu, TANG Junjun, JIANG Nianchao. Automatic calculation of reliability parameters of turbojet engine for unmanned aerial vehicle[J]. Modern Manufacturing Technology and Equipment, 2017(11): 71-73. (in Chinese)
- [10] 王大伟, 王伟, 张铁纯. 无人机用小型航空发动机可靠性指标评定[J]. 中国民航大学学报, 2012, 30(1): 14-17, 40.
WANG Dawei, WANG Wei, ZHANG Tiechun. Research of reliability targets assessment for turbofan engine of unpiloted aircraft[J]. Journal of Civil Aviation University of China, 2012, 30(1): 14-17, 40. (in Chinese)
- [11] 谢里阳, 林文强. 基于载荷—强度关系的失效率离散建模方法及模型[J]. 机械强度, 2010, 32(4): 570-575.
XIE Liyang, LIN Wenqiang. Discrete failure rate modelling approach and load — strength interference analysis based model[J]. Journal of Mechanical Strength, 2010, 32(4): 570-575. (in Chinese)
- [12] 赵宇. 可靠性数据分析[M]. 北京:国防工业出版社, 2011: 24.
ZHAO Yu. Data analysis of reliability[M]. Beijing: National Defence Industry Press, 2011: 24. (in Chinese)
- [13] 马小兵, 章健淳, 赵宇. 基于相关性分析的结构可靠性加严试验方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2014, 46(6): 1080-1084.
MA Xiaobing, ZHANG Jianchun, ZHAO Yu. Hardened test method of structural reliability based on correlation analysis[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2014, 46(6): 1080-1084. (in Chinese)
- [14] 李进, 黄敏, 赵宇. 威布尔分布的极大似然估计的精度分析[J]. 北京航空航天大学学报, 2006, 32(8): 930-932.
LI Jin, HUANG Min, ZHAO Yu. Analysis of precision for maximum likelihood estimation in the Weibull distribution[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2006, 32(8): 930-932. (in Chinese)
- [15] 张海瑞, 洪东跑, 赵宇, 等. 基于变动统计的复杂系统可靠性综合评估[J]. 系统工程与电子技术, 2015, 37(5): 1213-1218.
ZHANG Hairui, HONG Dongpao, ZHAO Yu, et al. Synthetic reliability assessment for complex system based on dynamic population statistics[J]. Systems Engineering and Electronics, 2015, 37(5): 1213-1218. (in Chinese)

- [16] 宋笔锋. 飞行器可靠性工程[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 2006: 9.
SONG Bifeng. Aircraft reliability engineering [M]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University Press, 2006: 9. (in Chinese)
- [17] 王远达, 宋笔锋. 系统可靠性预计方法综述[J]. 飞机设计, 2008, 28(1): 37-42.
WANG Yuanda, SONG Bifeng. Overview of system reliability prediction method[J]. Aircraft Design, 2008, 28(1): 37-42. (in Chinese)
- [18] 谢里阳, 王正, 周金宇, 等. 机械可靠性基本理论与方法[M]. 北京: 科学出版社, 2012: 137.
XIE Liyang, WANG Zheng, ZHOU Jinyu, et al. Basic theory and method of mechanism reliability[M]. Beijing: Science Press, 2012: 137. (in Chinese)
- [19] 谢里阳. 机械可靠性理论、方法及模型中若干问题评述[J]. 机械工程学报, 2014, 50(14): 27-35.
XIE Liyang. Issues and commentary on mechanical reliability theories, methods and models[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2014, 50(14): 27-35. (in Chinese)
- [20] 白恩军, 黄树涛, 谢里阳. 威布尔分布下小样本 P-S-N 曲线拟合方法[J]. 西安交通大学学报, 2019, 53(9): 96-101.
BAI Enjun, HUANG Shutao, XIE Liyang. P-S-N curves fitting of small sample with fatigue lives obeying Weibull distribution[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2019, 53(9): 96-101. (in Chinese)
- [21] 数学手册编写组. 数学手册[M]. 北京: 高等教育出版社, 1979: 228-229.
Mathematics Manual Compiler Team. Mathematics manual [M]. Beijing: Higher Education Press, 1979: 228-229. (in Chinese)
- [22] 中华人民共和国总装备部. 可靠性维修性保障性术语: GJB 451A-2005[S]. 北京: 总装备部军标出版发行部, 2005.
General Equipment Department of the People's Republic of China. Reliability, maintainability and supportability terms: GJB 451A-2005[S]. Beijing: General Armament Department of Military Standard Publishing Department, 2005. (in Chinese)

作者简介:

火建卫(1974—),男,硕士,高级工程师。主要研究方向:可靠性设计、分析。

朱星宏(1995—),男,硕士研究生。主要研究方向:机构可靠性,形状记忆合金的力学行为。

耿小亮(1976—),男,博士,高级工程师。主要研究方向:微观尺度的力学行为,工程中的力学仿真分析,先进材料、飞行器结构的力学试验。

(编辑:丛艳娟)