

# 法向接触刚度对螺栓连接结构 振动模式的影响研究

赵丹, 艾延廷, 翟学, 陈勇

(沈阳航空航天大学 航空航天工程学院, 沈阳 110036)



赵丹(1987),男,在读硕士研究生,研究方向为航空发动机强度、振动及噪声。

收稿日期:2011-10-12

**摘要:**从理论上研究了影响法向接触刚度的主要因素,导出了其计算公式;基于 Ansys Workbench 软件螺栓预紧力模块,利用优化接触面间的法向刚度因子方法,对螺栓连接结构进行了模态分析;最后对计算结果与模态试验结果进行比较分析。研究表明:模态参数的有限元计算结果与试验结果吻合较好。

**关键词:**螺栓连接;结构振动;接触刚度;模态;螺栓预紧力;法向刚度因子

## Effect of Normal Contact Stiffness on Vibration Modes of Bolt Connected Structure

ZHAO Dan, AI Yan-ting, ZHAI Xue, CHEN Yong

(Faculty of Aerospace Engineering, Shenyang Aerospace University, Shenyang 110136, China)

**Abstract:** The main factors affect the normal contact stiffness were studied in theory, and the contact stiffness formula was derived. The modal analysis of the bolt connection structure were conducted by the bolt preload module of Ansys Workbench software and the optimization method for the normal stiffness factor between the contact surfaces. Finally, the calculation were compared and analyzed with the modal test results. The results show that the calculations result obtained from mode parameters agree well with the experiment results.

**Key words:** bolt connected; structural vibration; contact stiffness; mode; bolt pretension; normal stiffness factor

## 0 引言

在工程应用领域,如何正确处理零件与零件之间的连接或装配关系是 1 项关键技术<sup>[1]</sup>。以往在对装配体进行模态仿真和动力学分析时,由于分析模型的不确定,并且所需计算的工作量大,不得不简化模型,如不考虑零件之间的连接配合关系,而是将装配体中的各零件直接合并为 1 个整体,认为装配体之间是刚性连接。由于有预载荷的机械装配体(如螺栓法兰连接)的接触表面存在接触应力,而接触应力和接触面粗糙度不同,使接触面间形成分布不均匀的法向接触刚度<sup>[2-3]</sup>,对整个装配体的振动模态产生重要影响,使计算结果无法反映连接结构的实际情况<sup>[4]</sup>。随着有限元和计算机技术的发展,出现了很多模拟螺栓预紧力的方法,如降温法、渗透接触法和层单元法等,但

是这些方法计算复杂<sup>[5]</sup>,不利于工程应用。随着研究不断深入,有限元技术能越来越真实地模拟螺栓预紧力<sup>[6]</sup>。

本文以 L 型螺栓连接结构为例,建立了实际结构有限元分析模型,应用 Ansys Workbench 软件中的螺栓预紧力模块,通过优化 L 梁接触面间的法向刚度因子优化了有限元计算结果,并与模态试验结果进行了对比分析,验证了该方法的有效性及适用性。

## 1 接触刚度计算理论

根据赫兹理论<sup>[7]</sup>,2 个弹性球体的接触,可以转换为具有当量曲率半径和当量弹性模量的球体与刚性光滑平面的接触。机械结合面实质上由 2 个粗糙表面组成,为便于研究,将其简化成光滑与粗糙弹性表面相接触。

设光滑表面距基准表面的距离为  $d$ , 微凸体平均曲率半径为  $R$ , 弹性模量为  $E$ , 微凸体的高峰分布的概率密度函数为  $\varphi(z)$ , 则对于某个微凸体, 其高度介于基准平面上  $z$  和  $z+dz$  之间的概率为  $\varphi(z)dz$ , 因此, 高度为  $z$  的任一微凸体的接触概率为

$$(z>d)=\int_d^{\infty}\varphi(z)dz \quad (1)$$

若粗糙表面的微凸体数为  $m$ , 则接触的微凸体数为  $m'$

$$m'=m\int_d^{\infty}\varphi(z)dz \quad (2)$$

其中高度介于  $z$  与  $z+dz$  之间的接触点数应为  $m\varphi(z)dz$ , 这些微凸体与光滑平面间的法向接近量均可作为  $(z-d)$ , 可得预期的载荷  $W$  为

$$W=\frac{4}{3}mR^{\frac{1}{2}}\sigma^{\frac{3}{2}}EF_{\frac{3}{2}}(h) \quad (3)$$

$$F_{\alpha}(h)=\int_h^{\infty}(s-h)^{\alpha}\varphi^*(s)ds \quad (4)$$

而  $h=d/\sigma$ ,  $s=z/\sigma$ ,  $\varphi^*(s)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{s^2}{2}}$ ,  $\sigma$  为表面峰高分布的标准差。

由于真实接触总是发生在轮廓面积的范围内, 微凸体数  $m$  应是指整个轮廓面积上包含的微凸体数。设  $n$  为单位轮廓面积上的微凸体数, 则  $n=m/A_c$ 。将式(3)的两端同除以  $A_c$  得到

$$p_c=\frac{4}{3}nR^{\frac{1}{2}}\sigma^{\frac{3}{2}}EF_{\frac{3}{2}}(h) \quad (5)$$

由式(5)可知, 接触表面间的距离  $h$  与载荷  $p_c$  之间的关系是非线性的。但是, 当  $h$  值在某一给定值的附近作微幅扰动时, 可以近似地把这种关系线性化, 并用一刚度系数进行表征, 由于波纹的变形要远小于微凸体的变形, 计算刚度系数时, 可忽略波纹变形的影响。每个波纹上的轮廓接触面积均构成 1 个轮廓面积元, 该面积元上的接触效应可用弹性常数为  $k$  的分布弹簧来表征。对式(5)两端取微分, 可得

$$dp_c=\left(\frac{4}{3}nR^{\frac{1}{2}}\sigma^{\frac{3}{2}}E\right)dF_{\frac{3}{2}}(h) \quad (6)$$

由式(4)、(6)可得

$$dp_c=-2nR^{\frac{1}{2}}\sigma^{\frac{3}{2}}EF_{\frac{1}{2}}(h)d(d) \quad (7)$$

式中:  $d(d)$  为对距离  $d$  的微分。

从式(7)可得到分布弹簧刚度系数  $k$  的计算公式

$$k=\frac{dp_c}{d(d)}=2nR^{\frac{1}{2}}\sigma^{\frac{3}{2}}EF_{\frac{1}{2}}(h) \quad (8)$$

由式(5)可知, 表面特征参数为已知的情况下, 相应的  $h$  值只与外载荷有关, 将其代入式(8), 便可求出

$$k=Cf(P_c) \quad (9)$$

式中:  $C$  为表面特征参数已知时  $k$  中的常数;  $f(P_c)$  为由载荷确定的函数。

2 个实际表面的接触, 各轮廓面积元可看成沿整个名义面积均匀分布, 这些面积元之间相距 1 个波纹节距。若将每个面积元上的分布弹簧看成为 1 个弹簧束, 故可用 1 组沿名义表面均布的弹簧束来表征, 这些弹簧束的当量总刚度  $K$  为

$$K=k\cdot A_c \quad (10)$$

在平面接触的情况下, 作用在 1 个波纹上的载荷与名义压力成正比, 若用  $n_b$  表示粗糙表面单位名义面积上的波纹个数(即波纹分布密度), 则总的轮廓面积  $A_c$  为

$$A_c=\pi a^2\cdot(n_b A_a), \text{ 且 } a=\left(\frac{3WR}{4E}\right)^{\frac{2}{3}} \quad (11)$$

式中:  $A_a$  为名义接触面积, 即接触表面积。

设  $C_1=\pi\cdot n_b\cdot C$ ,  $f_1(P_c)=f(P_c)\left(\frac{3WR}{4E}\right)^{\frac{2}{3}}$  将式(9)、(11)代入式(10)得到

$$K=C_1 f_1(P_c) A_a \quad (12)$$

从式(12)中明显可见, 接触面间的接触刚度在表面特征参数已知和名义接触面积一定的情况下, 其大小只与外载荷有关。

## 2 接触刚度有限元计算方法

### 2.1 刚性简化的螺栓连接结构模态计算

对图 1 所示结构进行完全刚性简化, 并基于 Ansys workbench 软件对其进行模态分析。

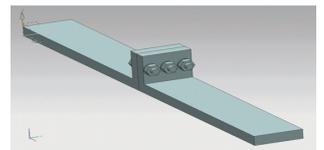


图 1 L 型螺栓连接实际结构

在保证计算精度的前提下, 模型中略去了螺纹, 采用 8 节点单元划分网格。仿真模型的材料特性: 弹性模量取 210 GPa, 泊松比取 0.3, 密度取 7850 kg/m<sup>3</sup> 计算出前 5 阶固有频率, 见表 1。

表1 刚性简化模型前5阶固有频率 Hz

	第1阶	第2阶	第3阶	第4阶	第5阶
固有频率	72.9	403.7	1177.2	2225.7	3854.1

## 2.2 有限元模型

本文在建模过程中,忽略了螺纹结构。L型螺栓连接结构分析模型如图2所示。其中1个梁的一端

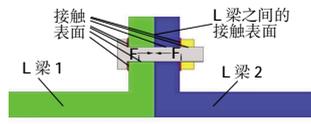


图2 螺栓连接结构分析模型

从端面到距离端面70 mm进行全约束,梁和螺栓材料弹性模量取210 GPa,泊松比取0.3,密度取7850 kg/m<sup>3</sup>。

Ansys Workbench软件提供了强大的工作平台,并简化了传统有限元软件的复杂过程。2个L梁的接触表面对有限元模型的振动模式起主要作用,其接触类型设置为摩擦接触。其他接触表面对振动模式的影响较小。为了简化计算,将其设置为绑定接触。由于在振动过程中接触面间的接触状况一直在改变,所以接触刚度也会随着改变,故所有接触面间的接触刚度为变量。

## 2.3 法向刚度因子优化方法

目前,广泛应用有限元方法对非线性接触问题进行分析,对非线性实体表面接触,可使用罚函数或增强拉格朗日公式进行计算,2种方法都基于罚函数方程<sup>[9]</sup>

$$F = k \cdot x \quad (13)$$

对于1个有限的接触力F,存在1个法向刚度因子k,k越高,穿透量x越小。

罚函数法  $F = k x$

增强拉格朗日法  $F = k x + \lambda$  (14)

增强拉格朗日公式与罚函数法公式相比,增加了额外的控制自动减少渗透。k是影响精度和收敛行为最重要的参数。法向刚度因子越大,结果越精确,收敛变得越困难;反之,穿透量越大,求解更快速、容易收敛。在工程应用中总是需要在结果精度和耗费时间上寻找平衡。

## 3.3 优化目标的选取

通过上述研究发现,改变法向刚度因子会对结构的固有频率产生很大影响。本文接触面法向刚度因子设为变化参数,程序优化中的目标函数为<sup>[9]</sup>:

$$\min \sum_{i=1}^5 W_i (w_i^a / w_i^e - 1)^2 \quad (15)$$

式中: $w_i^a$ 为有限元计算并优化后得到的各阶固有频率值; $w_i^e$ 为试验测得的各阶固有频率值; $W_i$ 为1个平衡因子,在0与1之间取值。

## 3 结果分析

### 3.1 模态试验

本文采用LMS SCADAS III型振动测量和分析系统及TestLab软件进行振动测试与分析。试验设备与系统如图3、4所示。



图3 试验系统

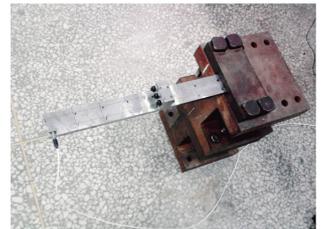


图4 试验件

试验件为2个长200 mm、宽40 mm、厚10 mm的L型梁,梁结构螺栓安装边高40 mm。其中1个梁一端固定,另一端与另1个梁通过3个螺栓连接,组成1个组合式L型螺栓连接结构。测量时仪器的设定频率测量范围为0~4096 Hz,2个L型梁通过螺栓连接,一端用螺栓和铁板固定在质量较大的试验台上,夹持长度为70 mm,其中螺栓为M6×30的标准件。梁的另一端(测点1)接1个质量较轻的加速度传感器。

试验中分别测得L型螺栓连接结构在拧紧力矩分别为1、3、5 N·m下的前5阶固有频率。

### 3.2 优化结果与试验结果对比

通过Workbench软件,改变螺栓预紧力的大小,并对接触面法向刚度因子进行优化,计算出结构的固有频率值,代入目标函数式(15),得到优化解,见表2~4。

表2 1 N·m的拧紧力矩下结构固有频率

/Hz	第1阶	第2阶	第3阶	第4阶	第5阶
试验值	71.8	385.6	1141.0	1998.0	3602.1
计算值	71.4	383.5	1138.9	2012.9	3593.9
误差/%	0.56	0.54	0.18	0.74	0.23

表3 3 N·m的拧紧力矩下结构固有频率

/Hz	第1阶	第2阶	第3阶	第4阶	第5阶
试验值	71.9	386.9	1144.4	2045.2	3609.4
计算值	71.5	385.1	1141.3	2051.0	3597.2
误差/%	0.56	0.46	0.27	0.28	0.34

表4 5 N·m的拧紧力矩下结构固有频率

/Hz	第1阶	第2阶	第3阶	第4阶	第5阶
试验值	72.0	388.1	1145.5	2065.2	3614.2
计算值	71.5	386.0	1142.7	2071.4	3599.7
误差 /%	0.69	0.54	0.24	0.30	0.40

从表2~4中的试验数据可知,螺栓连接结构的各阶固有频率随螺栓拧紧力矩的增大而增大,且第4阶固有频率变化最大,其余各阶固有频率随预紧力增大变化的趋势增大。

#### 4 结论

本文基于 Ansys Workbench 软件,利用螺栓预紧力模块,运用优化法向刚度因子方法对 L 型螺栓连接结构进行了模态分析,并与其试验结果进行比较得出如下结论。

(1)螺栓预紧力对连接结构的法向接触刚度影响较大,预紧力越大,法向接触刚度越大。法向接触刚度对结构的各阶固有频率也有较大的影响,法向接触刚度越大,结构的各阶固有频率也就越大。

(2)将螺栓与连接结构作为1个整体进行一体化计算,计算值与试验值的误差较大,由此说明在对螺栓连接结构进行动力学特性仿真时,需要考虑螺栓预紧力对法向接触刚度的影响,而不能简单地用一体化计算方法进行模态分析。

(3)单独使用螺栓预紧力模块的有限元计算的结果与试验结果对比误差较大,说明在对螺栓连接结构进行动力学特性仿真时,不仅要考虑螺栓预紧力,并且要考虑接触面法向刚度因子。结合使用螺栓预紧力模块和法向刚度因子优化的方法,保证 L 型的螺栓连接结构模态分析计算的结果与试验值误差较小,最终

满足工程要求。

(4)在实际情况中,由于在振动中接触面间的接触间隔一直在改变,所以接触刚度也会随着改变,以往的有限元算法没有考虑这一问题。本文在有限元分析时,充分考虑到了非线性振动问题,接触刚度随着振动过程不断改变。所以,本文使用的方法更能准确地模拟螺栓预紧力,为今后深入研究非线性振动模态问题打下基础。

#### 参考文献:

- [1] 赵猛,张以都,马良文,等. 装配结构模态仿真与实验对比研究[J]. 振动与冲击,2005,24(1):28-30.
- [2] Whitehouse D J, Archard J F. The properties of random surface of significance in their contact [J]. Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences,1970,316(1524): 97-121.
- [3] Back N, Burdekin M, Cowley A. Review of the research on fixed and sliding joints[C]//Proceeding of the 13th International Machine Tool Design and research Conference, Birmingham, 1974.
- [4] 米罗维奇. 结构动力学计算方法[M]. 北京:国防工业出版社,1987:465-485.
- [5] 张红兵,杜建红. 有限元模型中螺栓载荷施加方法的研究[J]. 机械设计与制造,1999(6):32-33.
- [6] Ahmadian H, Ebrahimi M, Mottershead J E, et al. Identification of bolted-joint interface models [J]. Proceedings of ISMA, 2002(6):1741-1747.
- [7] 饶柱石. 栏杆组合式特种转子动力学特性及其接触刚度的研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学,1992:53-69.
- [8] 苏春峰,艾延廷,娄小宝.接触非线性仿真中接触刚度因子选取的方法研究[J].沈阳航空工业学院学报,2009,26(3):5-9.