TA17钛合金板状连接件的疲劳裂纹扩展行为研究

匡格平¹ 王 群¹ 黄学伟² 刘 彬¹ 徐文涛²

(1 北京宇航系统工程研究所,北京 100076)(2 郑州大学力学与安全工程学院,郑州 450001)

文 摘 TA17 钛合金是航空航天等工程中重要的结构材料,其疲劳裂纹扩展性能直接影响整体结构的 安全性和完整性。本文基于Cr2Ni2MoV钢材紧凑拉伸试样斜裂纹疲劳裂纹扩展的试验结果,验证了ABAQUS 软件 XFEM 模块用于分析平面应力状态下疲劳裂纹扩展的有效性,然后采用 XFEM 模块分析了TA17 钛合金及 其连接件的疲劳裂纹扩展性能。结果表明降低最大荷载、减小加载比和采用长圆孔型均可有效提高TA17 钛 合金连接件的疲劳寿命。采用 XFEM 模块可以预测连接件疲劳寿命的 S-N 曲线,预测TA17 钛合金结构载荷 增大 33.3%,疲劳寿命减小为原来的 1/4,可为工程疲劳设计提供参考依据。

关键词 钛合金,疲劳裂纹扩展,断裂力学,XFEM,Paris公式 中图分类号:TG146.2 DOI:10.12044/j.issn.1007-2330.2024.02.009

Investigation on Fatigue Crack Growth Behavior of TA17 Ti Alloy Connection

 KUANG Geping¹
 WANG Qun¹
 HUANG Xuewei²
 LIU
 Bin¹
 XU
 Wentao²

 (1
 Beijing Institute of Astronautical Systems Engineering, Beijing
 100076)

(2 School of Mechanics and Safety Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001)

Abstract TA17 titanium alloy was an important structural material in aerospace engineering, and its fatigue crack propagation behavior directly impacted the safety and integrity of the entire structure. Based on the fatigue crack growth tests of compact tension specimens of Cr2Ni2MoV steel with oblique initial crack, the XFEM module in ABAQUS software was verified in analyzing fatigue crack propagation performance under plane stress conditions, and then the XFEM module was applied to analyze the fatigue crack propagation properties of TA17 titanium alloy and connection. The research results indicate that reducing the maximum load, decreasing the loading ratio, and utilizing obround holes can effectively enhance the fatigue life of TA17 titanium alloy connection. The *S*–*N* curve used to predict the fatigue life of the connection is obtained by adopted of XFEM module. When the load of TA17 titanium alloy is increased by 33.3%, the predicted fatigue life is reduced to 1/4, which provides reference for the engineering fatigue design of the TA17 titanium alloy structure.

Key words Titanium alloy, Fatigue crack growth, Fracture mechanics, XFEM, Paris formula

0 引言

工程构件服役期间,大部分的断裂破坏是由疲劳 荷载引起的,结构疲劳断裂准确评估对于保证结构的 安全性十分重要。一般的疲劳断裂评估常采用无限寿 命设计方法、安全使用寿命设计方法、损伤容限设计方 法。疲劳极限方法由于具有过大的安全余量,目前很 少应用。安全使用寿命方法以名义应力幅来预测结构 的疲劳寿命,常用于机械、土木结构的疲劳评估中^[1-2]。 损伤容限设计以断裂力学为理论基础^[3],近年来开始广 泛应用于飞机结构设计中^[4],该方法可以预测裂纹的萌 生和发展过程,评估结构的剩余寿命,进而建立结构整 个寿命周期的检测和维护体系。

扩展有限元方法(XFEM)作为一种新兴的断裂 破坏数值计算方法,与传统有限元分析相比,该方法 通过扩充为一项来描述不连续的位移场,不需要重 新建立裂纹网格,因此可以模拟任意形状的裂纹,具 有很好的适用性^[5-7]。王乔等^[8]利用 XFEM 模块,针 对齿轮的疲劳裂纹扩展,提出了基于虚拟裂纹的

收稿日期:2023-11-14

基金项目:国家自然科学基金(12202402)

第一作者简介: 匡格平, 1988年出生, 硕士, 高级工程师, 主要从事金属结构设计、增材制造、疲劳断裂研究工作 通信作者: 黄学伟, 1985年出生, 博士, 副教授。 E-mail: huangxw@zzu. edu. cn

XFEM方法。何龙龙^[9]利用ABAQUS软件中的XFEM 模块,并结合Direct-Cyclic算法,开展了飞机机翼梁 结构的疲劳裂纹扩展分析,结果表明,裂纹扩展路径 与疲劳寿命与试验结果吻合良好。朱琳^[10]基于 ABAQUS_XFEM模块开展了含裂纹加筋板结构疲劳 裂纹扩展数值仿真方法研究,实现了多裂尖疲劳裂 纹扩展及疲劳裂纹跨筋扩展的数值模拟。

TA17钛合金是一种近A型钛合金,具有强度高、 密度低和可焊性好等优点,在航空航天、核反应堆和 航海等领域有广泛的用途^[11-12]。目前的研究多关注 TA17钛合金的基本力学性能^[13]、冲击性能^[14]、焊接 性能^[15]和热力学行为^[16],针对该合金疲劳裂纹扩展 性能还缺乏深入的研究。本文基于ABAQUS有限元 软件中的XFEM模块,对TA17钛合金板状连接件的 疲劳裂纹开展预测分析,获得连接件的*S-N*曲线,为 TA17钛合金相关的工程应用提供参考。

1 基于 XFEM 有限元方法的疲劳裂纹扩展数值模拟 1.1 XFEM 疲劳裂纹扩展的有限元计算方法

金属材料在高周循环荷载作用下,其疲劳裂纹 扩展可分为三个阶段:萌生阶段、稳定扩展阶段和失 稳扩展阶段,如图1所示。在疲劳裂纹扩展过程中, 稳定扩展阶段的寿命在材料的总寿命中占据主导地 位,该阶段的疲劳裂纹扩展规律常用下式的Paris来 描述^[17]。

$$da/dN = C(\Delta K)^m \tag{1}$$

式中,da/dN为疲劳裂纹扩展速率, ΔK 为应力强度因子幅值。







ABAQUS有限元分析软件 XFEM 模块提供了疲劳裂纹萌生和扩展的 Paris 公式,但它将疲劳裂纹扩展速率与裂纹尖端的应变能释放率相关联。在 Paris 公式中,疲劳裂纹扩展速率不再与应力强度因子幅 建立联系,而是通过应变能释放率幅值 ΔG 来体现^[18],如下式所示:

$$da/dN = c_3 (\Delta G)^{c_4}$$
(2)
式中, c_3, c_4 为材料参数。

为了在工程计算中使用 XFEM 进行疲劳裂纹扩 展分析,因此需要将式(1)中的参数转化为 c₃、c₄。在 线弹性断裂力学理论中,应变能释放率与应力强度 因子有如下的关系:

$$G=K^2/E'$$
 (3)

在平面应力状态下,E'=E,E为弹性模量;在平面 应变状态下, $E'=E/(1-\mu^2)$, μ 为泊松比。联立式(1)-(3),即可得到ABAQUS软件中Paris模型参数 c_3 、 c_4 与 式(1)中材料参数的关系:

$$c_3 = C(E')^{m/2}$$
 (4)

$$c_4 = m/2$$
 (5)

1.2 XFEM有限元计算方法的验证

为验证采用XFEM有限元模型进行疲劳裂纹扩 展数值模拟的可靠性,选用风电工程中的转子钢材 Cr2Ni2MoV。表1列出该钢材的基本力学性能和 Paris公式参数^[13]。将文献[13]中Cr2Ni2MoV钢材 Paris模型的相关参数进行了转换,并列入表中。将 基于应力强度因子的Paris模型转化为基于能量释放 率形式的曲线,经计算得到的参数*c*₃和*c*₄也列入 表1中。

表1 Cr2Ni2MoV钢材的力学性能和模型参数 Tab.1 Mechanical properties and model parameters of Cr2Ni2MoV steel

基本力学性能[13]			Paris模型参数 ^[13]		XFEM模型参数	
<i>E</i> /GPa	$\sigma_{_{ m p0.2}}$ /MPa	$\sigma_{\rm u}/{ m MPa}$	С	m	<i>c</i> ₃	c_4
215	860	978	4.29×10 ⁻¹²	2.57	2.89×10 ⁻⁵	1.29

表 2 Cr2Ni2MoV钢材 CT试样的几何参数 Tab. 2 Geometric parameter of Cr2Ni2MoV steel compact tensile specimen

		vensire s	prennen			
试样编号	w/mm	b/mm	a_1 /mm	$a_0/{ m mm}$	$\theta / (°)$	
CNMV5	50	2.5	13	2	30	
CNMV6	50	2.5	13	2	60	

采用XFEM模型对复杂应力状态下钢材的疲劳 裂纹扩展规律进行预测分析,试验结果参考文献 [13]中的研究结果。紧凑拉伸斜裂纹试样和疲劳裂 纹扩展速率试验如图2所示。试样的厚度为2.5 mm,斜裂纹的倾斜程度由倾斜角控制,倾斜角分别 取30°和60°。试验过程中,通过紧凑拉伸试样中的 销轴孔施加拉伸荷载。在前1万周次,施加最大荷载 为3kN的循环荷载,然后施加最大荷载为2kN的循 环荷载,加载比均保持为0.1。

基于Cr2Ni2MoV钢材的疲劳裂纹扩展Paris模型 参数,利用ABAQUS软件的XFEM疲劳裂纹扩展模 块,针对钢材紧凑拉伸(CT)试样的斜裂纹试样,开展 有限元计算分析。CT斜裂纹试样的有限元模型如图

宇航材料工艺 http://www.yhclgy.com 2024年 第2期

— 76 —

3所示,几何模型的相关参数列入表2中。有限元模型采用平面应力单元,为模拟试验中的加载情况,在下销轴孔的半圆孔上施加竖向约束,并在定点处施加水平方向的约束,在上销轴的半圆上施加竖向的均布荷载。



图 3 Cr2Ni2MoV钢材紧凑拉伸斜裂纹试样有限元模型 Fig. 3 Finite element model of Cr2Ni2MoV steel compact tensile specimen with initial oblique crack

图4给出了试验加载路径与数值模拟的对比情况,可见裂纹萌生后会拐折一定的角度,沿着直线扩展。进一步对比裂纹扩展路径的试验与数值模拟结 宇航材料工艺 http://www.yhclgy.com 2024年 第2期 果,可见二者基本吻合。图5显示了不同的循环周次下,试样疲劳裂纹的扩展情况,并将裂纹长度与循环 周次的结果绘入图6中。可以看出,*a*-N曲线的数值 模拟结果与试验结果吻合较好,这也验证了采用 XFEM方法进行疲劳裂纹扩展的有效性和可行性。



2 TA17钛合金的疲劳裂纹扩展模型

TA17钛合金棒状材料的化学成分如表3所示。基 于钛合金的单调拉伸试验,获取钛合金的基本力学性 能见表4。将材料的工程应力应变关系曲线通过转化 公式转换为钛合金的真应力应变关系曲线,如图7所示。

表3 TA17钛合金的化学成分									
Tab. 3	Che	emical c	omposi	tion of T	FA17 ti	tanium a	alloy	%	
41	V	Fe	S;	C	N	н	Ti		

			~				
4.5	2.0	0.1	0.02	0.03	0.03	0.08	93.24

表4 TA17钛合金的基本力学性能与本构模型参数

 Tab. 4
 Basic mechanical properties and constitutive model parameters of TA17 titanium alloy

	基本力学性能	Chaboch本构模型参数				
<i>E</i> /GPa	$\sigma_{_{ m p0.2}}$ /MPa	$\sigma_{\rm u}/{ m MPa}$	k /MPa	R_0	R_{∞}	γ
108	650	744	534	1 490	136	1 824

金属材料弹性阶段采用线弹性的本构关系,塑性阶段的单轴拉伸本构关系常采用 Chaboch 或 Ramberg-Osgood模型来进行描述。本文选用 Chaboch模型来表征 TA17 钛合金的应力应变关系, 并取得良好的模拟结果,如图7 所示。Chaboch模型^[19]的表达式如下:



Fig. 7 Stress strain relation curve of TA17 titanium alloy

$$\sigma = k + R_0 \varepsilon^p + R_\infty (1 - e^{-\gamma \varepsilon^p}) \tag{6}$$

式中, σ 为真实应力, ε^{P} 为塑性应变。 $k \setminus R_0 \setminus R_x \setminus \gamma$ 为材 料参数。基于图7中的曲线标定 Chaboch 模型参数, 列入表4中。

金属材料在较大的塑性应变循环加载下,常发 生低周疲劳破坏。Manson-Coffin模型^[20]是低周疲劳 破坏断裂预测的经典模型,其表达式如下:

$$\Delta \varepsilon/2 = \Delta \varepsilon_{\rm e}/2 + \Delta \varepsilon_{\rm p}/2 = \sigma_{\rm f}' \frac{(2N_{\rm f})^b}{E} + \varepsilon_{\rm f}' (2N_{\rm f})^c$$
(7)

式中, $\Delta \varepsilon/2$ 、 $\Delta \varepsilon_{e}/2$ 、 $\Delta \varepsilon_{p}/2$ 分别为总应变幅值、弹性应 变幅值和塑性应变幅值, $2N_{f}$ 为倍寿命, σ'_{f} 、 δ 、 ε'_{f} 和c为 材料参数。文献[13]开展了TA17 钛合金的低周疲 劳试验,得到该材料 Manson-Coffin 模型的参数如表 5所示。

表5 TA17钛合金的疲劳模型参数

Tab. 5 Faugue mouel parameters of TA17 utamum anoy									
Manson-Coffin模型 ^[13]			Paris模型		XFEM				
$\sigma_{\rm f}/{ m MPa}$	b	$\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{f}}$	с	С	m	c_3	c_4		
936	-0.054	1.024	-0.698	1.031×10 ⁻¹³	5.402	2.890×10 ⁻⁵	1.290		

金属材料的 Paris 律和低周疲劳 Manson-Coffin 模型反应的都是材料在比例加载下的固有特性, Paris 表征的疲劳裂纹扩展可以认为是局部塑性应变 疲劳造成的,而材料低周疲劳试验可以获得反映材 料塑性应变疲劳的临界损伤关系,因此基于低周疲 劳临界损伤来预测材料的疲劳裂纹扩展速率在机理 上是可行的。黄学伟等^[13]指出疲劳裂纹的扩展可以 认为是裂尖局部材料在低周循环荷载下达到疲劳破 坏的结果,进而提出了基于材料 Manson-Coffin 模型 预测 Paris 模型参数的 LFF 方法。本文利用 LFF 方 法,获得了 TA17 钛合金的 Paris 模型参数,列入表 5 中。根据式(4)、(5),进一步将 C、m 参数转化为 ABAQUS软件中的疲劳裂纹扩展模型参数c₃、c₄,如表 5所示。

3 TA17钛合金连接件的疲劳裂纹扩展行为

螺栓连接是工程结构中常用的连接方式之一, 基于表5所示的XFEM模块中TA17钛合金板的材料 参数,利用ABAQUS软件,对TA17钛合金板螺栓连 接件的疲劳裂纹扩展进行有限元计算分析。连接板 采用双盖板连接,如图8所示,连接板厚度为6mm, 它的几何尺寸也由图8给出。



Fig. 8 Bolted connection diagram of TA17 titanium alloy

应用ABAQUS软件,采用平面应力单元,建立该 连接板的有限元模型,如图9所示。约束板件的右侧 边缘,通过建立参考点,在左侧半圆孔上施加水平方 向的循环荷载,最大荷载P_{max}=35 kN,加载比为0.1。 初始裂纹设置在应力最大的圆孔边缘位置,初始裂 纹长度设置为0.5 mm。



图 9 TA17钛合金螺栓连接板的有限元模型 Fig. 9 Finite element model of TA17 titanium alloy bolted connection plate

图 10 给出了疲劳裂纹的扩展过程,可见裂纹起 始后沿着板件的宽度方向,从孔边向外边缘扩展,这 一扩展路径与常见的带中心孔板的疲劳裂纹扩展基 本相符。图 10 也给出了疲劳裂纹的 a-N 曲线,其中 裂纹长度为连接件下侧裂纹的扩展长度。由图可 见,在加载的初期,裂纹快速增大,然后进入稳定扩 展阶段,最后疲劳裂纹的扩展速率逐渐加快,最终导 致连接板的完全断裂。



Fig. 10 a-N curves of TA17 titanium alloy bolted connection plate (P_{max} =35 kN)

3.1 初始裂纹长度对连接件疲劳裂纹扩展的影响

通过变化初始裂纹长度,分析 XFEM 中设置的 初始裂纹长度对板件疲劳裂纹扩展速率的影响规 律,如图11所示。可以看出,随着初始裂纹长度的减 小,疲劳裂纹扩展寿命趋于稳定,因此,本文中裂纹 的初始长度设置为0.5 mm。

宇航材料工艺 http://www.yhclgy.com 2024年 第2期



Fig. 11 Relationship between initial crack length and fatigue life for connection plate

3.2 荷载对连接件疲劳裂纹扩展的影响

保持加载比(0.1)不变的情况下,变化连接件的 最大荷载,分析疲劳荷载对连接件疲劳裂纹扩展的 影响,如图12所示。可见,最大荷载的增加可以加速 裂纹的扩展,减小连接件的疲劳寿命。最大荷载由 30 kN增大到40 kN,荷载增大了33.3%,但其疲劳寿 命减小为原来的1/4。



图 12 最大荷载对连接件疲劳裂纹扩展的影响 Fig. 12 The influence of maximum load on fatigue crack growth

behavior of the connection plate

将荷载幅值转化为连接件的净面积平均应力幅值,得到应力幅值与疲劳寿命之间的关系曲线,如图 13 所示,进而可建立用于预测TA17连接件疲劳寿命的*S*-N关系曲线:

$$\Delta \sigma = S_{\rm f}'(2N_{\rm f})^{b'} \tag{8}$$

通过标定,得到如下的参数:S'_f=1637,b'=-0.23。



- 79 -

为进一步分析荷载对连接件疲劳裂纹扩展的影响,图14给出了不同加载比r下的疲劳寿命对比。由 图可见,增大应力比,减小了应力幅值,可以提升了 连接件的疲劳寿命。





behavior of the connection plate

3.3 板件几何构型对连接件疲劳裂纹扩展的影响

为降低螺栓孔边缘的应力集中程度,将圆孔改 变为长圆孔,如图15所示。采用表5所示的TA17钛 合金的疲劳裂纹扩展模型,基于XFEM模型对连接 件的疲劳寿命进行有限元分析,最大荷载设为35 kN,应力比为0.1。0.5 mm的初始裂纹设置在圆孔 过渡处,图16显示了裂纹的扩展过程,当循环周次 22 700达到时,试样的裂纹沿着连接件的宽度方向 贯穿整个试样,试样断裂破坏。通过对比圆孔的疲 劳寿命(*N*_i=18 100),可以看出,将螺栓圆孔改进为长 圆孔,可以明显提高连接件的疲劳寿命。



图15 长圆孔螺栓连接件几何尺寸







Fig. 16 Fatigue crack growth prediction results of obround hole bolted connection

4 结论

(1)采用XFEM有限元方法,对紧凑拉伸试样在 斜裂纹30°和60°情况下的疲劳裂纹扩展路径和疲劳 寿命进行了数值计算。结果表明裂纹扩展路径和疲 劳寿命的预测结果与试验结果基本吻合,验证了该 方法用于预测平面应力状态下疲劳裂纹扩展的有 效性。

(2) 基于 TA17 钛合金的本构模型和 Manson-Coffin 低周疲劳预测模型,采用 LFF 方法,计算得到 TA17 钛合金的 Paris 公式参数,可为工程选材提供 依据。

(3)对于TA17钛合金螺栓连接件的疲劳裂纹扩 展行为进行了数值模拟,得到了预测TA17钛合金螺 栓连接件疲劳寿命的S-N关系曲线,可为TA17钛合 金连接件的疲劳寿命预测提供参考;数值模拟的结 果进一步表明,采用长圆孔的连接件,可有效减缓应 力集中程度,提升连接件的疲劳裂纹扩展寿命。

参考文献

[1] 中国国家标准化管理委员会. 钢结构设计标准:GB/ 50017-2017[S]. 北京:中国建筑工业出版社,2017.

Standardization Administration of China Standard for design of steel structures: GB/50017—2017 [S]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2017.

[2] NIEMI E, FRICKE W, MADDOX S J. Fatigue Analysis of welded components: Designer's guide to the structural hot-spot stress approach [R]. IIW-2006-1430.

[3] 牛松,任慧龙,冯国庆.基于裂纹扩展理论的船体结构疲劳评估[J].船舶力学,2015,19(8):958-965.

NIU S, REN H L, FENG G Q. Fatigue strength assessment of ship structures based on the crack propagation theory [J]. Journal of Ship Mechanics, 2015, 19(8):958–965.

[4] Federal Aviation Administration. Damage tolerance and fatigue evaluation of structure: AC 25. 571-1D [S]. US, 2011.

[5] BELVTSCHKO T, BLACK T. Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing [J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1999, 45:601–620.

[6] MOËS N, DOLBOW J, BELVTSCHKO T. A finite element method for crack growth without remeshing [J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1999, 46:131-150.

[7] DAUX C, MOËS N, DOLBOW J, et al. Arbitrary branched and intersecting cracks with extended finite element method [J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2000, 48(12):1741-1760.

[8] 王乔. 基于扩展有限元法的大功率全回转推进器螺 旋桨疲劳裂纹扩展特性研究[D]. 华中科技大学,2017.

WANG Q. Study on the properties of fatigue crack propagation forhigh-power rotary marine propeller based on XFEM [D].

宇航材料工艺 http://www.yhclgy.com 2024年 第2期

— 80 —

Huazhong University of Science and Technology, 2017.

[9]何龙龙,刘志芳,顾俊杰,等.基于XFEM的疲劳裂纹 扩展路径和寿命预测[J].西北工业大学学报,2019,37(4): 737-743.

HENG L L, LIU Z F, GU J J, et al. Fatigue crack propagation path and life prediction based on XFEM [J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2019.

[10] 朱琳. 基于 XFEM 的加筋板结构疲劳裂纹扩展模拟 方法研究[D]. 大连理工大学,2021.

ZHU L. Research on simulation method of fatigue crack growth of stiffened plate structure based on XFEM [D]. Dalian University of Technology, 2021.

[11] BATOOL S A, AHMAD A, WADOOD A, et al. Development of lightweight aluminum-titanium alloys for aerospace applications [J]. Key Engineering Materials, 2018 (778):22-27.

[12] GOMEZ-GALLEGOS A, MANDAL P, GONZALEZD, et al. Studies on titanium alloys for aerospace application[C]. Defect and Diffusion Forum, 2018(385);419-423.

[13] 黄学伟. 新结构材料力学行为的获取方法[D]. 西南交通大学,2010.

HUANG X W. Experiment and simulation methods to investigate mechanics behavior of new structure materials [D]. Southwest Jiaotong University, 2010.

[14] 贾海深,夏世玉,张继林,等.高应变率下TA17钛合 金的流变行为及其本构模型研究[J]. 机械强度,2022,44(4): 837-844. JIA H S, XIA S Y, ZHANG J L, et al. Study on rheological behavior and constitutive model of TA17 titanium alloy at high strain rate [J]. Journal of Mechanical Strength, 2022, 44(4): 837–844.

[15] 李大东,白威,邓健,等.50 mm 厚板 TC4 及 TA17 钛 合金真空电子束焊接工艺研究[J]. 钢铁钒钛,2022,43(3): 40-46.

LI D D, BAI W, DENG J, et al. Study on vacuum electron beam welding process of 50 mm thick plateTC4 and TA17 titanium alloys [J]. Iron Steel Vanadium Titanium, 2022,43(3):40–46.

[16] 于辉,刘帅帅,刘利刚,等.TA17钛合金热力学行为 及加工特性研究[J].稀有金属,2017,41(1):1-7.

YU H, LIU S S, LIU L G, et al. Hot Mechanical Behavior and Deformability of TA17 Titanium Alloy [J]. Chinese Journal of Rare Metals, 2017, 41(1):1–7.

[17] PARIS P, ERDOGAN F. A critical analysis of crack propagation laws[J]. Journal of Basic Engineering, 1963, 85(4): 528-533.

[18] ABAQUS Inc. Abaqus analysis user's manual [M]. Providence, RI: Dassault Systèmes, 2020.

[19] CHABOCHE, J L. Time-independent constitutive theories for cyclic plasticity [J]. International Journal of plasticity, 1986, 2(2):149–188.

[20] COFFIN J L F. A study of the effects of cyclic thermal stresses on a ductile metal [J]. Transactions of the ASME, 1954, 76(6):931-950.